



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO
UNIVERSITÀ DEGLI
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025
MODELLI, FORME E GEOMETRIE
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

Citation: *Dialogo con Riccardo Migliari*, S. Parrinello (a cura di), in *Linee di Ispirazione. Interviste ai maestri del disegno*, TRIBELON, II, 2025, 3, pp. 118-127.

ISSN (stampa): 3035-143X

ISSN (online): 3035-1421

doi: <https://doi.org/10.36253/tribelon-3520>

Copyright: 2024 TRIBELON. This is an open access article, published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

Data Availability Statement: All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

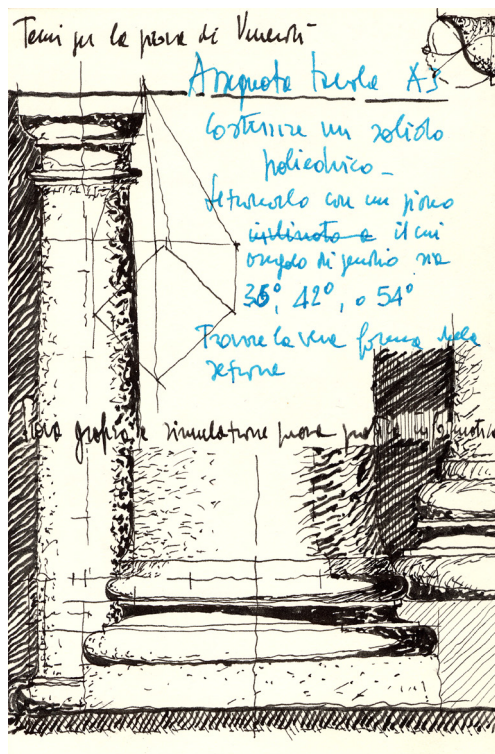
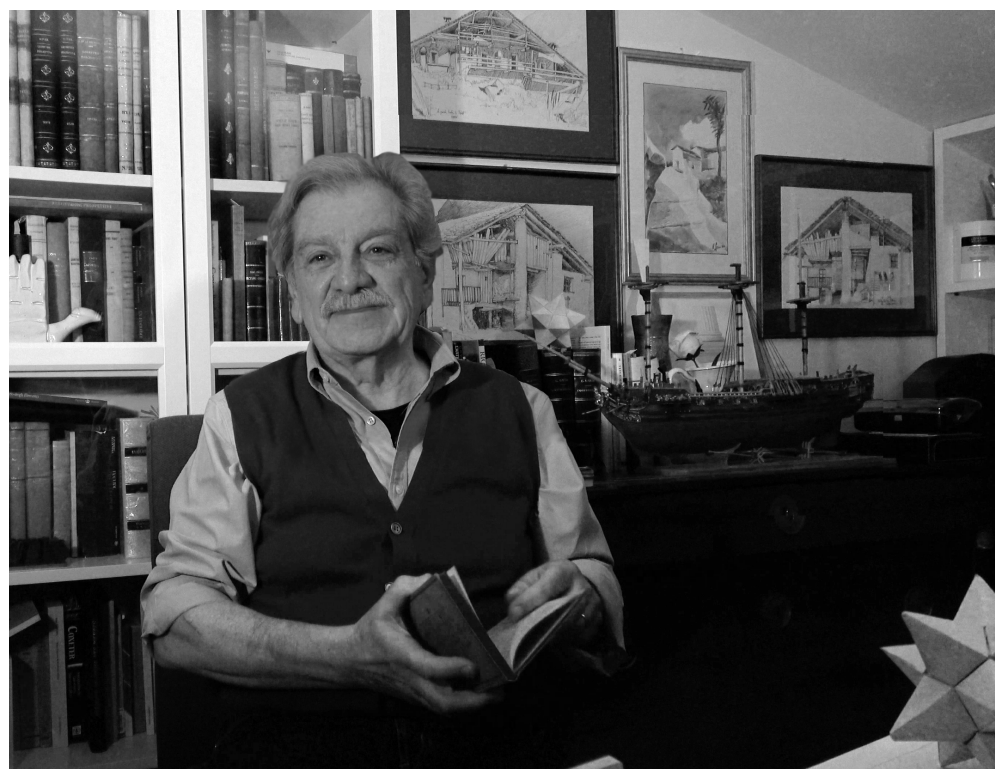
Competing Interests: The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

Journal Website: riviste.fupress.net/tribelon

LINEE DI ISPIRAZIONE INTERVISTE AI MAESTRI DEL DISEGNO

DIALOGO CON RICCARDO MIGLIARI

A CURA DI SANDRO PARRINELLO



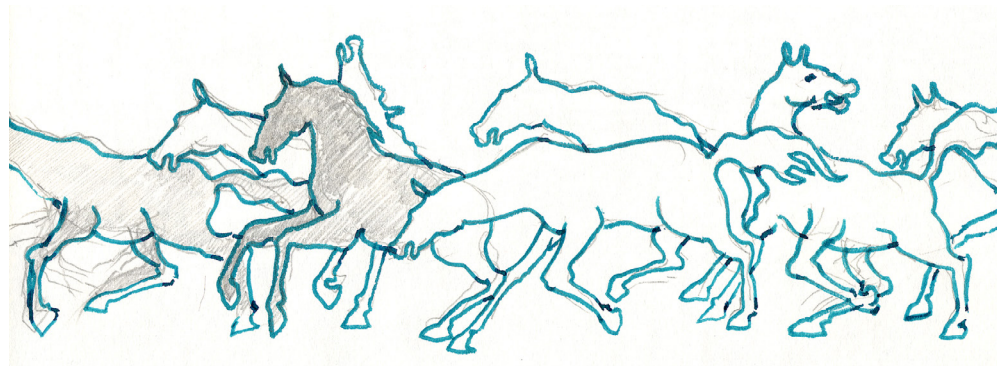
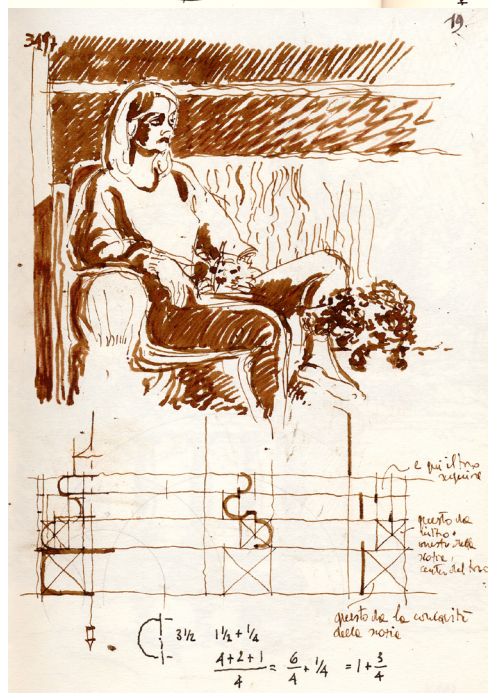
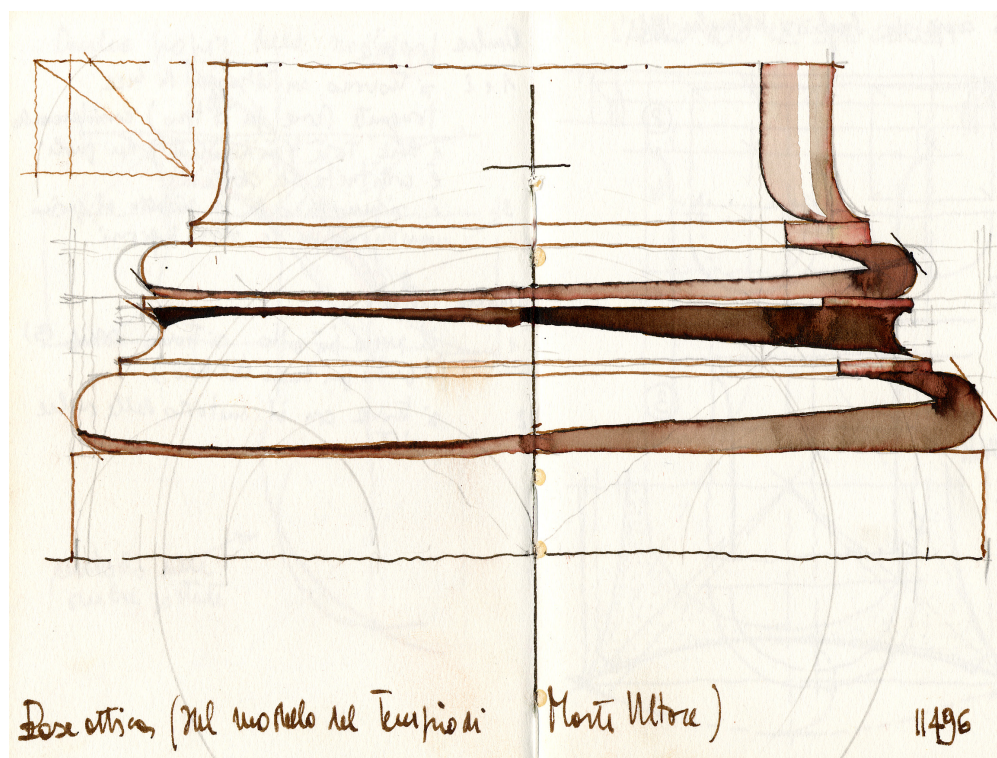
Professore, che cos'è per lei la geometria descrittiva?

Una definizione "inedita" della geometria descrittiva è quella sulla quale sto lavorando in questo momento: la geometria descrittiva è: «la scienza che controlla lo spazio della rappresentazione». Dicendo così non voglio fare un gioco di parole, perché naturalmente la definizione classica è: «la geometria descrittiva è la scienza che studia la rappresentazione dello spazio». Penso che si debba mettere a fuoco questo concetto, che forse è un concetto – almeno in parte – nuovo, che generalizza l'idea della geometria descrittiva.

Cercherò di spiegarlo meglio che posso, partendo da un'affermazione che viene riportata anche da Rudolf Arnheim, sia pure con qualche cenno di perplessità, e cioè che lo spazio ha due facce: come lo vediamo e come è realmente.

Da questa affermazione credo si possa arrivare a concepire un'idea di spazio formato da due spazi che si sovrappongono, anche se non coincidono perfettamente punto a punto, ma che si corrispondono. Uno spazio è quello visivo, prospettico, proiettivo, e l'altro è quello euclideo, che è esclusivamente mentale. Vorrei soffermarmi su questo concetto che ritengo essere molto importante; mi piacerebbe che un domani fosse anche proposto agli studenti quando si avvicinano alle nostre discipline. Quando noi, come in questo momento, ci guardiamo intorno, è più che evidente che vediamo una prospettiva: le rette parallele convergono in un punto, gli oggetti più lontani, a parità di grandezza, appaiono più piccoli, eccetera. Ma è altrettanto evidente che nessuno di noi cade, per così dire, in questo inganno: noi sappiamo benissimo, nella nostra mente, che le rette parallele sono equidistanti, che un angolo retto divide il piano in quattro parti uguali, e così via.

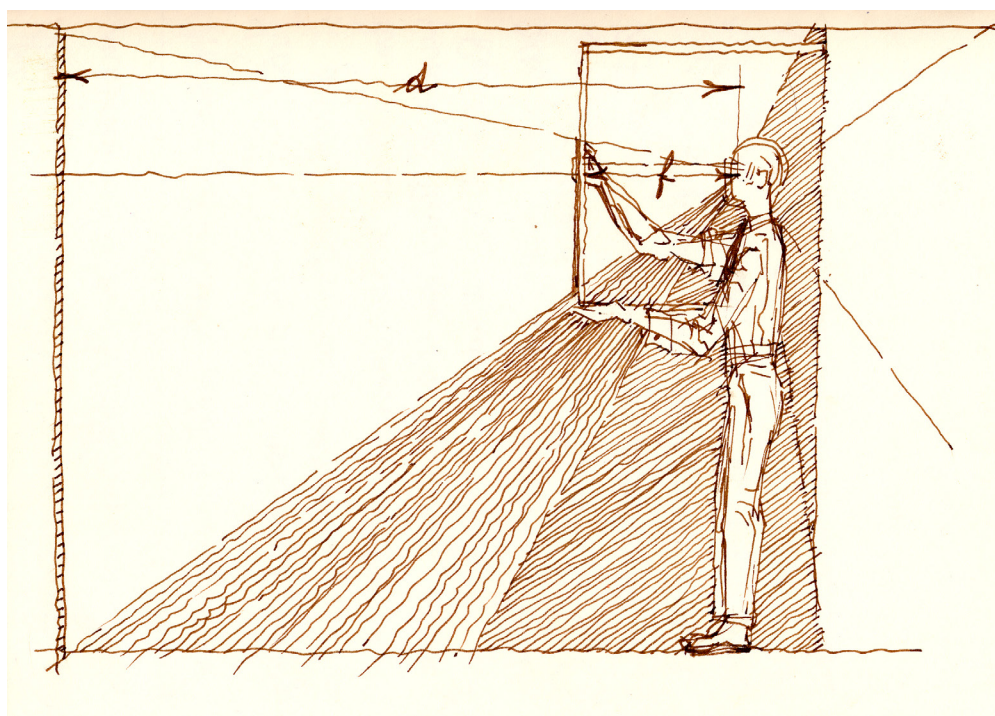
“ Il confine tra storia
e scienza è sfumato,
non c'è un confine
netto e a pensarci bene
è proprio così:
non c'è nulla che
possiamo dire,
anche di estremamente
innovativo, che non
abbia radici nella storia;
è una lunga catena.



Ora, che cos'è la geometria descrittiva se non la scienza che insegna a controllare e anche a imitare questi due modi di intendere lo spazio, ovvero quello visivo e quello mentale? Li potremmo chiamare lo spazio proiettivo e lo spazio euclideo, per dare un riferimento univoco. Ebbene, esiste una costruzione che ho cominciato a studiare molti anni fa e che durante tutto l'Ottocento, a partire da Poncelet, è stata studiata e diffusa prima con il nome di omologia solida e poi di prospettiva rilievo. Oggi preferisco fondere questi due termini e "chiamarla prospettiva solida". È un'idea nata in ambito artistico, e del resto tante volte è successo che l'arte abbia dato importanti suggestioni alla matematica: qualcuno ha pensato di studiare una forma geometrica che permettesse agli artisti di costruire dei bassorilievi in maniera corretta dal punto di vista prospettico, cioè in modo tale che, se riguardati dal centro di proiezione o da una zona vicino al

centro di proiezione, restituissero esattamente questa sensazione della profondità dello spazio.

Quando Poncelet, nel 1822, pubblica il suo trattato sulle proprietà proiettive delle figure, propone un'idea totalmente innovativa, che è quella di un'omologia solida. In realtà proprio del tutto innovativa forse non era, perché c'è un possibile riferimento in Desargues, nel teorema dei triangoli omologici, che quest'ultimo dimostra anche nello spazio e non soltanto sul piano. Poncelet propone due possibili applicazioni di questa costruzione: quella che riguarda la prospettiva rilievo – lui stesso usa questo termine – e quella che riguarda la trasformazione proiettiva della sfera nelle superfici quadriche. Poco tempo dopo Poncelet, un astronomo tedesco [Carl Theodor Anger NdR] pubblica un trattato nel quale si interessa di descrivere questa relazione particolare per mezzo di equazioni. La prospettiva solida permette di stabilire una corrispondenza



biunivoca, senza eccezioni, fra uno spazio descritto così com'è, cioè in maniera euclidea, e uno spazio prospettico, ma nelle tre dimensioni. Senza entrare troppo nel dettaglio, vediamo di spiegarlo nei termini più semplici possibili.

Nella prospettiva normale c'è il centro di proiezione, che è poi l'occhio di chi guarda; c'è il piano di quadro, e poi c'è un piano delle tracce che coincide con il piano di quadro. In altre parole, se ho una retta perpendicolare, per esempio, al piano di quadro e la voglio rappresentare, conduco per il centro di proiezione una retta parallela alla retta oggettiva che sto prendendo in considerazione. Il punto in cui questa retta incontra il piano di quadro è il punto di fuga; il punto in cui questa retta incontra il piano delle tracce – che è sovrapposto al piano di quadro – è la traccia della retta. La retta che passa per la traccia e va al punto di fuga è la prospettiva della retta stessa.

Poi c'è anche un altro piano molto importante, il cosiddetto piano anteriore, che è parallelo al piano di quadro e passa per il centro di proiezione.

Nello spazio che circonda l'osservatore, tutti i punti possono avere una loro immagine sul piano di quadro, tranne i punti che stanno sul piano anteriore. Perché, nel momento in cui proietto dal centro di proiezione un punto che si trova sul piano anteriore, la retta proiettante è parallela al piano di quadro e perciò lo incontra all'infinito.

Questa è la base della prospettiva piana. Da qui possiamo passare facilmente alla prospettiva solida.

Prendiamo il piano dove ci sono le tracce, e quello dove ci sono le fughe, distanziandoli di una certa quantità d . Contemporaneamente prendiamo il piano anteriore e lo posizioniamo, alla stessa distanza d , dietro l'osservatore. Poi, per nostra chiarezza (anche se non è indispensabile), istituimo un quarto piano che passa per l'osservatore. Questo piano è quello che dà il LA a tutto il sistema; cioè, tutti gli altri devono essere paralleli a questo e perciò l'ho chiamato piano direttore.

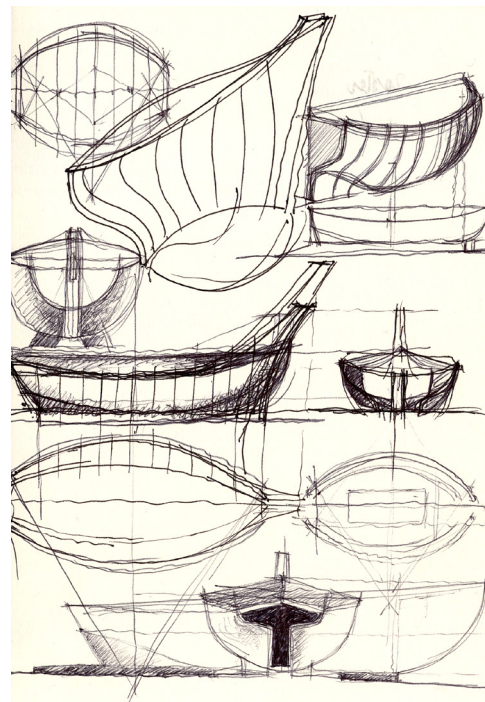
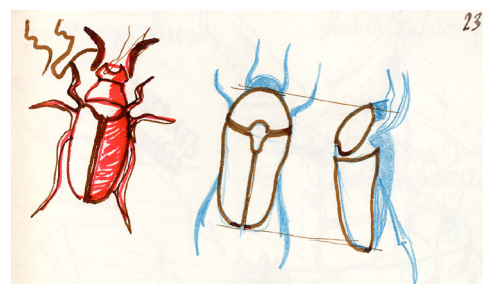
Se vogliamo fare la prospettiva di una retta, il discorso è molto semplice.

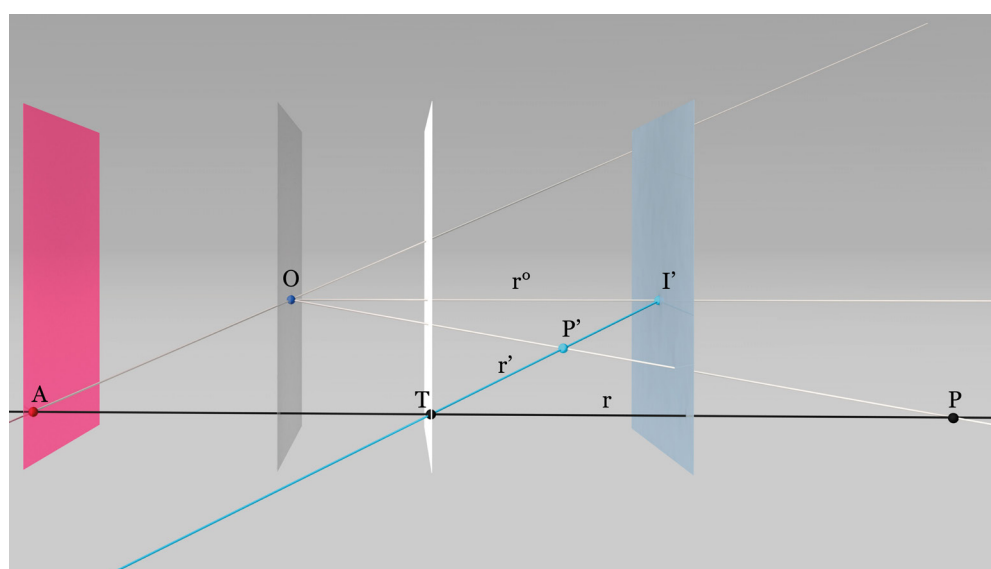
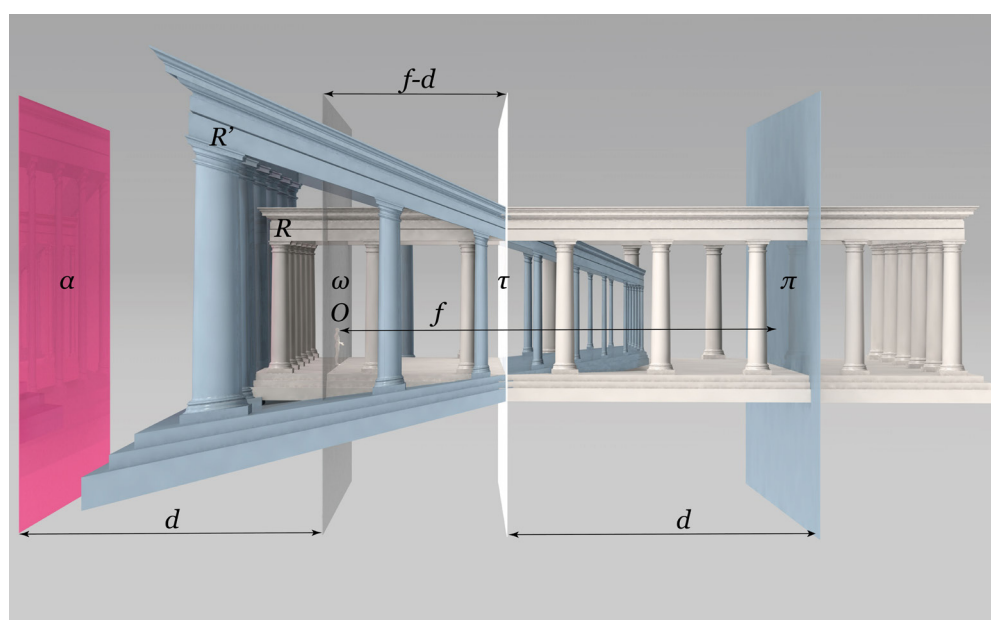
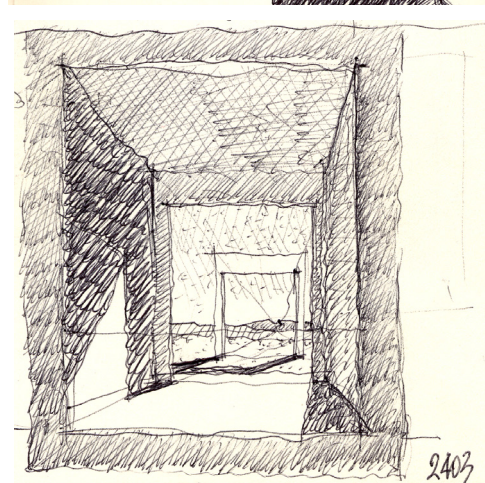
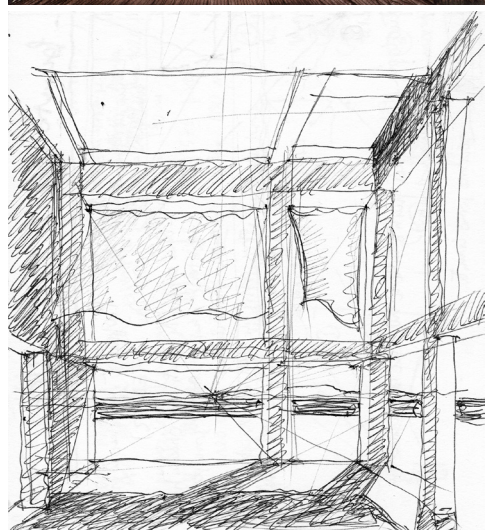
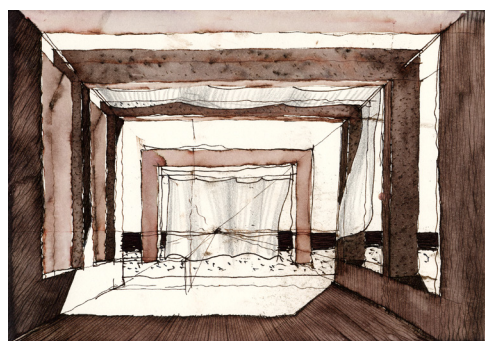
Prendiamo la retta perpendicolare al quadro: questa retta taglia il piano delle tracce, separato dal quadro, in un punto e ha il suo punto di fuga nel piano delle fughe. Quindi la prospettiva della retta non sta più solo sul piano di quadro come prima, ma passa per un punto che sta sul piano delle tracce e va al punto di fuga.

In altre parole, la prospettiva della retta è contenuta in una porzione di spazio.

Questa configurazione prospettica può essere assimilata all'impostazione di una scena teatrale.

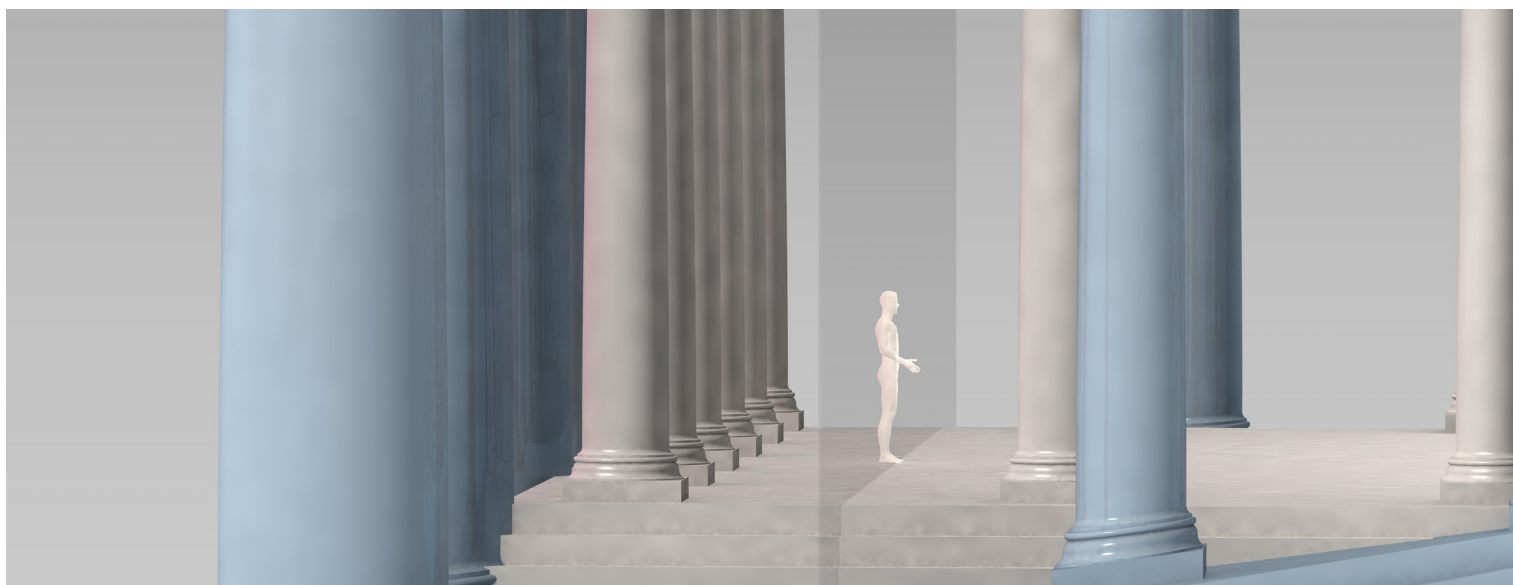
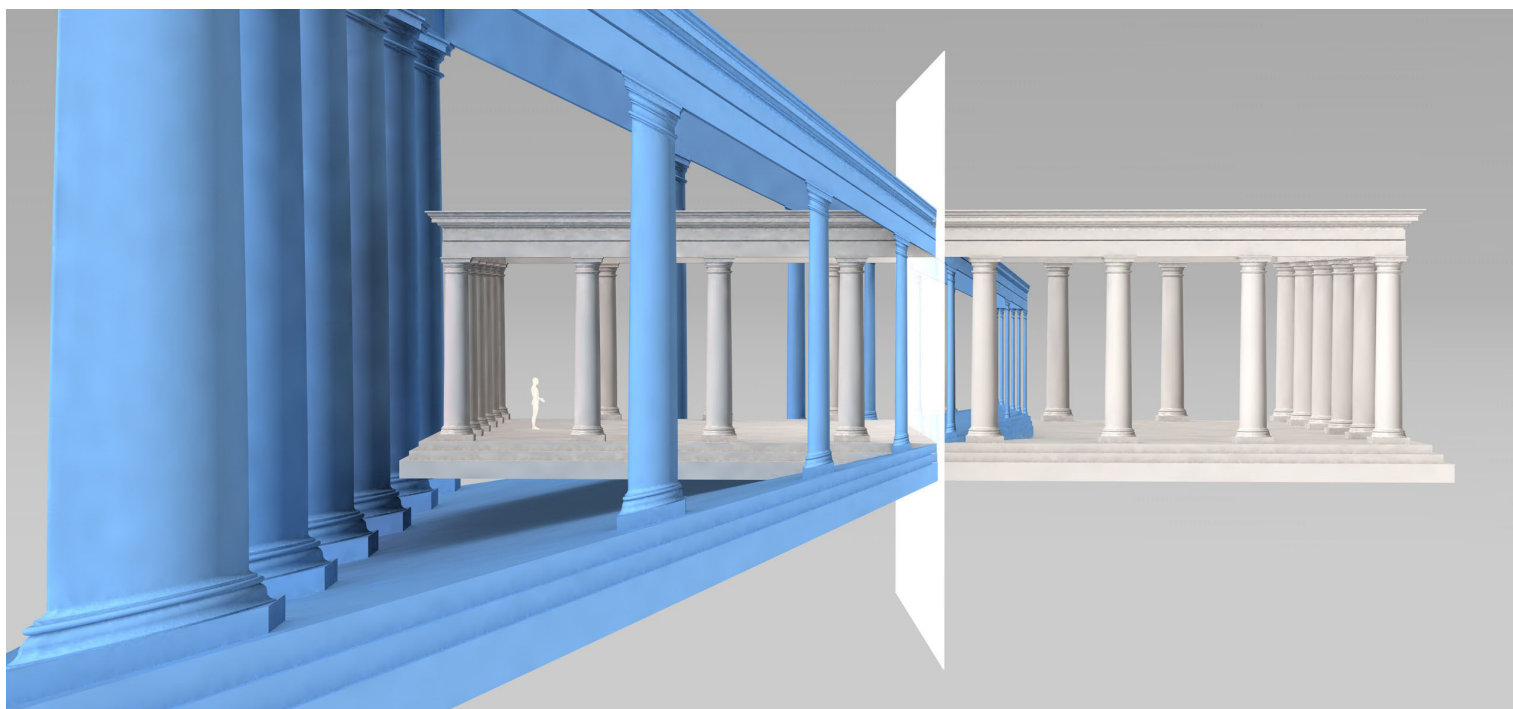
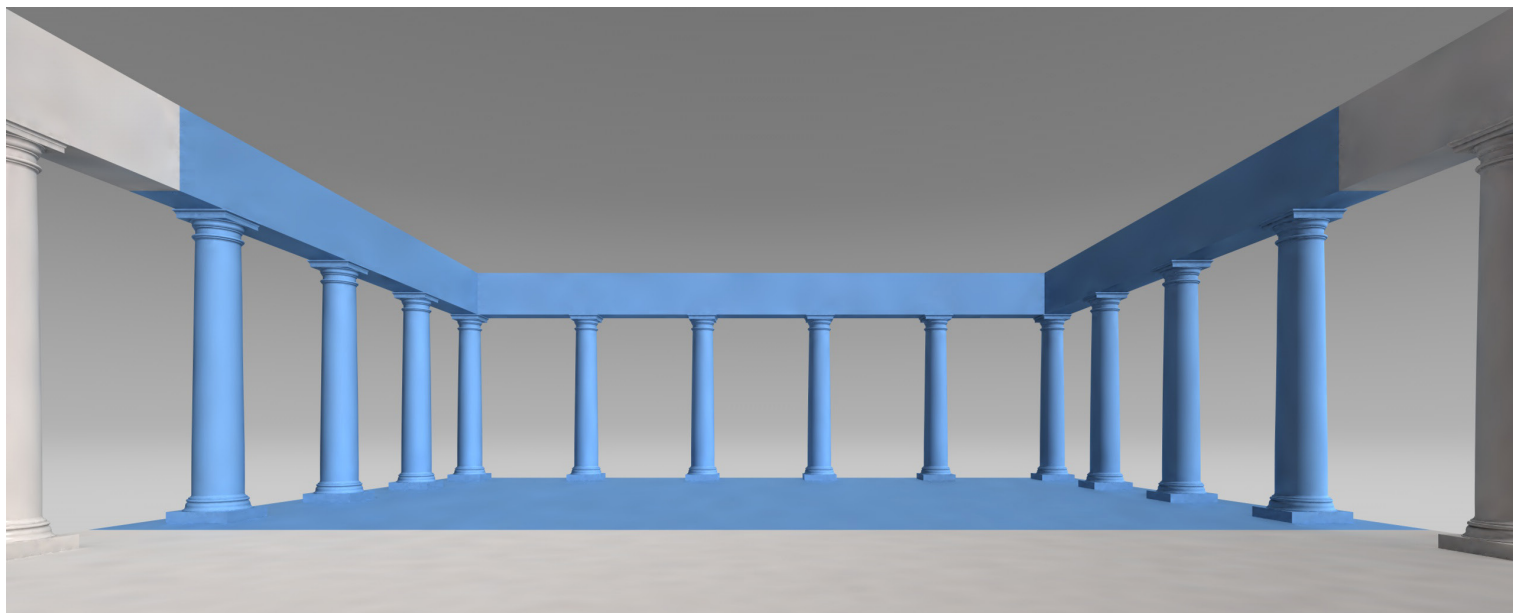
Volendo, con le equazioni di Anger oggi è facilissimo generare questa prospettiva solida attraverso l'uso della computer grafica, con uno dei tanti sistemi a disposizione. In questa configurazione il piano anteriore (quello che dicevamo pri-

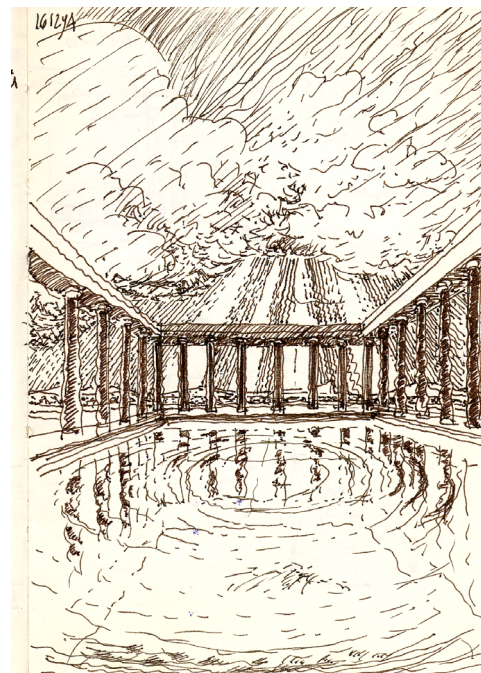
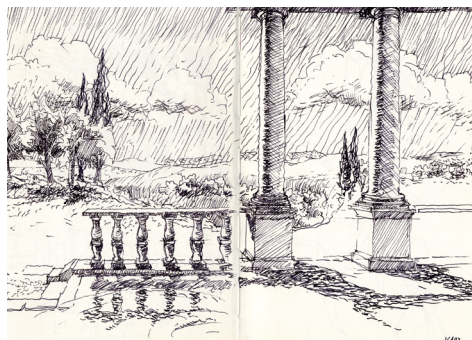
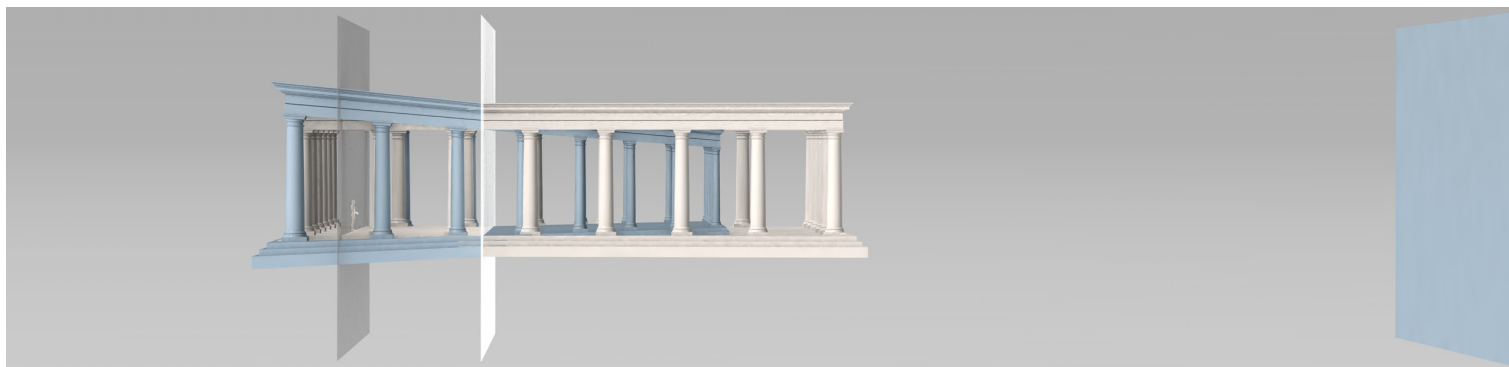




ma contenere i punti che non hanno una prospettiva accessibile e vanno all'infinito) è stato spostato dietro l'osservatore, alla stessa distanza, uguale a quella tra il piano delle fughe e il piano delle tracce. Questo comporta che, se proietto un punto della retta presa in considerazione, nel punto in cui incontra il piano anteriore, ottengo (come si vede facilmente facendo un modello) una retta parallela alla prospettiva costruita prima. Quindi si ripropone la situazione per cui i punti del piano anteriore hanno la prospettiva all'infinito. Perché è importante considerare questi elementi? Perché la corrispondenza tra i due spazi – quello euclideo, dove le cose sono costruite così come sono, e quello prospettico, dove invece si vede l'immagine percepita dall'osservatore – deve essere biunivoca e senza eccezioni. Che cosa significa biunivoca? Significa che se ho un punto P, ho una prospettiva P', e viceversa se considero P', quel punto

corrisponde ad un punto P [cioè al medesimo punto P e non a un altro come per esempio Q. NdR]. Ci sarebbe un'eccezione se ai punti all'infinito non corrispondessero punti nei due spazi. È facile capire che ai punti all'infinito dello spazio euclideo corrispondono i punti del piano delle fughe, cioè i punti di fuga. Questo è evidente perché, nella prospettiva piana, il punto di fuga è la prospettiva di un punto all'infinito. Lo stesso vale per il piano anteriore. Che cosa significa questo? Significa che ai punti del piano anteriore, che sono punti propri, corrispondono i punti all'infinito dello spazio prospettico. In questo modo la corrispondenza tra i due spazi è completa, biunivoca e senza eccezioni. Questa costruzione mi sembra particolarmente interessante e importante perché, oltre a permettere di costruire un modello solido dello spazio (aspetto che mi interessa fino a un certo punto), fa dialogare questi due





modi intersecati e coesistenti che abbiamo di vivere lo spazio. In altre parole, è un modello geometrico di una questione che è fisiologica: da un lato c'è l'occhio, dall'altro il cervello, che riesce a decifrare queste immagini prospettiche e a leggerle come forme euclidee, quindi regolari. Questa è la cosa che trovo più importante. Ci sono poi conseguenze e ricadute di questa macchina prospettica, le cui doti sono veramente straordinarie. Faccio qualche esempio. Prima ho detto che nello spazio compreso tra il piano delle tracce e il piano delle fughe c'è la scena del teatro. In realtà, questa scena del teatro poi sfonda il proscenio, cioè il piano delle tracce, e viene ancora avanti.

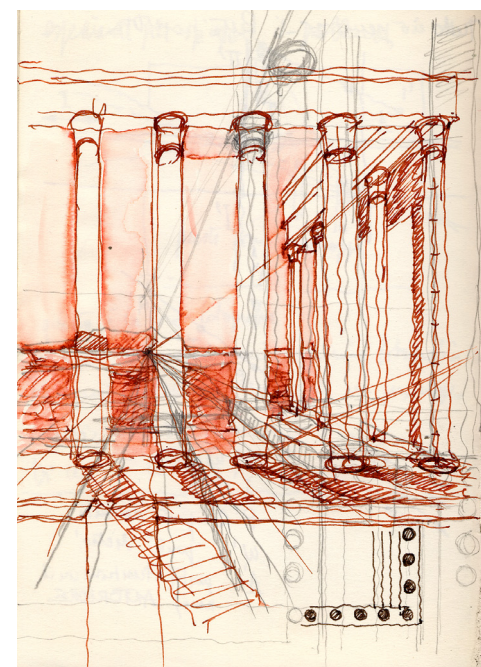
La galleria di Palazzo Spada ne è un esempio: arriva fino quasi all'osservatore e quando la si osserva dal punto di vista vicino al centro delle proiezioni, ci si trova praticamente già quasi dentro la struttura architettonica.

Nella prospettiva piana se mi volto e osservo dietro di me, non vedo più niente. Qualche perfezionista mi potrebbe dire: «Eh, ma i punti che stanno dietro le spalle dell'osservatore si proiettano rovesciati sempre sul quadro». È vero, ma lì avremmo due prospettive che si sovrappongono, si intrecciano, e non ci si capisce più niente; una delle due, per di più, è rovesciata. Invece, nella prospettiva solida questo non succede: perché l'osservatore non solo può guardare intorno come nella prospettiva piana, ma può anche vol-

tarsi e trovare dietro le sue spalle una prospettiva che non è più convergente come nel caso dello spazio teatrale, ma al contrario divergente. Questo ci rimanda alla camera di Ames, e se l'oggetto che stiamo rappresentando è angolato, si ottiene esattamente la configurazione di questa stanza con tutti gli effetti ottici particolari che sono stati poi all'origine del suo pensiero.

Ancora, se si va poi al di là del piano anteriore, allora succede la stessa cosa che accade nella prospettiva piana: cioè l'immagine si capovolge e ritorna dal lato opposto, proprio come accade in un'iperbole o in un iperboloido, quando i punti se ne vanno all'infinito.

Vorrei ancora dire una parola per quel che riguarda le metamorfosi di questa struttura, perché è chiaro che, come in ogni sistema di natura geometrica, e a maggior ragione quando la corrispondenza è biunivoca e senza eccezioni, noi possiamo fare tutta una serie di manovre. Possiamo cioè spostare i piani da una parte all'altra, purché manteniamo sempre costante la distanza della prima e della seconda coppia di piani. Possiamo prendere l'osservatore e portarlo a una distanza – non dico infinita perché non ha molto senso – ma insomma a una distanza molto grande rispetto all'oggetto. Che cosa otteniamo? Otteniamo di fatto un'immagine in proiezione parallela, cioè l'assonometria, come siamo abituati a dire.





Questa macchina, opportunamente configurata, è dunque in grado di restituire tutti i modelli geometrici dello spazio che noi conosciamo.

Quanto sono utili l'informatica e il disegno assistito al computer nello studio della geometria?

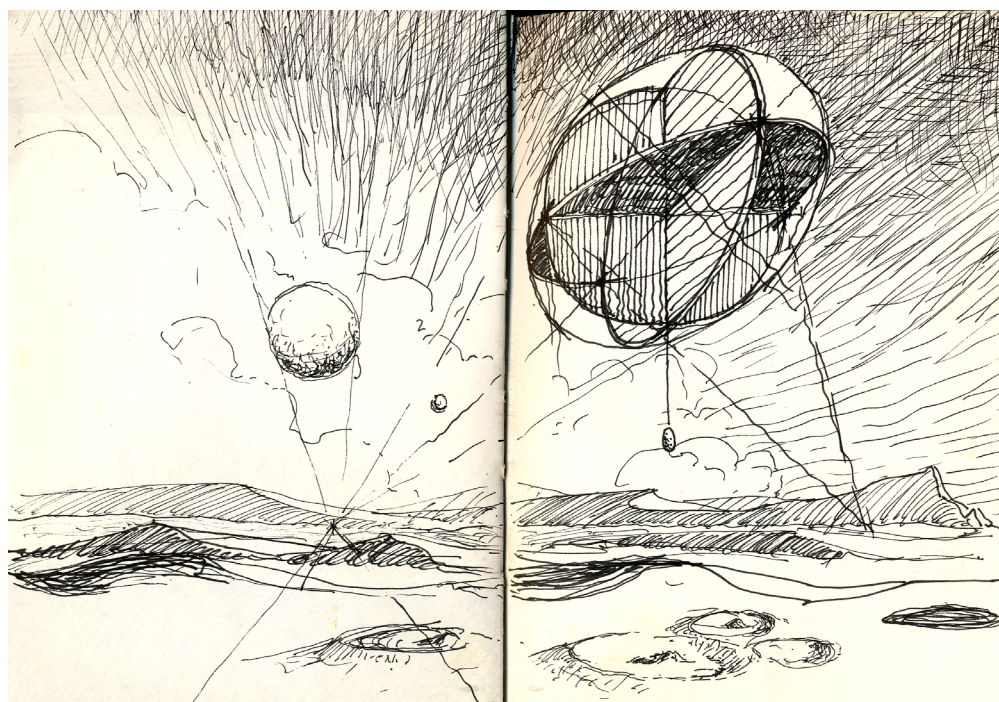
È fondamentale. Guarda, qui mi riporti a un periodo che, grazie al fatto che ormai sono vecchio, ricordo con simpatia. Era un periodo in cui, un po' come oggi con l'intelligenza artificiale, c'erano i detrattori e gli entusiasti. Chi diceva che fosse una rivoluzione straordinaria, chi ne aveva paura e invece minimizzava o addirittura la respingeva.

All'epoca in cui i computer hanno cominciato a fare la loro comparsa sui tavoli degli architetti (parlo dei personal computer), ci fu una reazione violenta. Alcuni si sono schierati dalla parte dei detrattori – «Ah, per carità, questi computer, vuoi mettere il disegno a mano?» – mentre altri erano dell'opinione opposta: «Sono arrivati i computer, è morta la geometria descrittiva, non serve più a niente». Mi ricordo di aver avuto purtroppo un fraintendimento, che non sono mai riuscito a sanare, con Ugo Saccardi. Con Ugo ci volevamo bene, condividevamo lo stesso entusiasmo per la geometria, ma io ero molto intrigato dai computer, e lui, giustamente, diceva che questo non avrebbe mai sostituito la geometria de-

scrittiva come la conoscevo entrambi. Io pronunciavo una frase – non mi ricordo nemmeno quale – che fu fraintesa, e lui non me l'ha mai perdonata [ride Ndr]. Ho cercato di scusarmi in ogni maniera, di fargli capire che la pensavamo allo stesso modo.

Comunque, l'importanza del computer è enorme. Oggi possiamo parlare delle cose che ho detto prima proprio perché, grazie al computer, ho potuto costruire dei modelli che mi hanno permesso di capire bene questi problemi. Se avessi dovuto usare solo la matita, avrei forse potuto avere qualche minima intuizione, ma non avrei mai potuto sviscerare davvero il problema. Faccio un altro esempio. Prima dicevo: la prospettiva solida è suscettibile di infinite variazioni e può generare i modelli dello spazio che noi conosciamo. Federico Fallavolita ha costruito, con Grasshopper, un algoritmo molto complesso ma estremamente utile, che gli permette – molto più facilmente di quanto posso fare io con i miei mezzi – di ottenere tutte le variazioni possibili, spostare i piani, intrecciarli, eccetera.

A un certo punto, insieme, abbiamo fatto anche uno specchietto cercando di creare un catalogo di queste possibili variazioni. Le abbiamo contate, abbiamo fatto un po' di indagine combinatoria su questa cosa. Ecco, un altro risultato che sarebbe stato assolutamente impossibile generare con i mezzi tradizionali, perché non si riesce a star dietro con la mente.



Il computer, se vogliamo, è uno specchio dei nostri pensieri: ce li rimanda con una tale nitidezza che ci permette di fare delle verifiche con noi stessi.

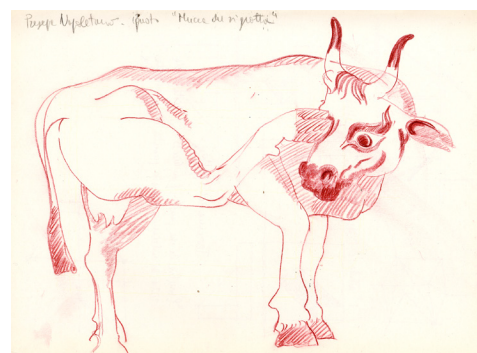
Da questo punto di vista è davvero fondamentale. Il computer però è uno strumento, quindi come tale è simile a un compasso o a una matita: ci sono zone nelle quali il computer non arriva. Il disegno tradizionale ha il potere della sintesi: quando disegno architettura o anche la figura, non faccio una fotografia, faccio un'interpretazione di ciò che osservo e ne traggio gli elementi più importanti. Il computer non è ancora in grado di fare questa sintesi, e personalmente sento questo limite soprattutto nel rendering. Quando si fa un render al computer, tutto appare piatto e convenzionale; è rarissimo che qualcuno riesca ad esprimere una propria personalità con il rendering.

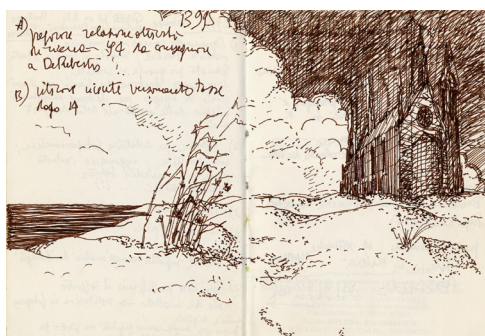
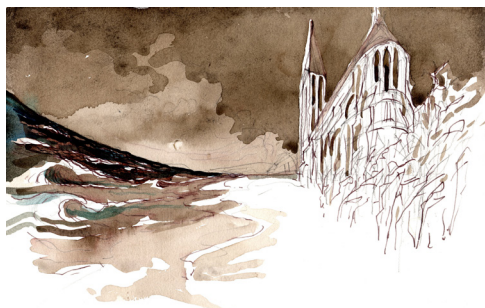
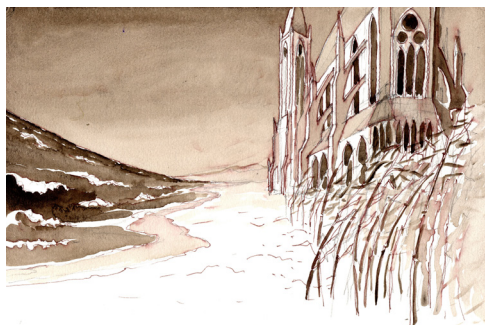
Cosa ne pensa dell'impiego dell'Intelligenza Artificiale nell'ambito del Disegno?

Sull'intelligenza artificiale posso dire solo che la mia esperienza è modestissima. Quando uscì la prima versione di ChatGPT, naturalmente ebbi la curiosità di capire che cosa fosse questo modello linguistico e che cosa potesse fare.

A quell'epoca stavo studiando un trattato di Max Kleiber, che disegnava delle prospettive su lavagne alte almeno tre

metri e larghe altrettanto, con tanto di chiaroscuro, luci e ombre. A un certo punto trovai una costruzione che non conoscevo e, in particolare, un'uguaglianza tra due angoli che non riuscivo a spiegarmi. Siccome questo signore aveva l'umiltà di definirsi un artista e non un matematico, insegnavo queste cose in modo molto semplice e chiaro, però senza teoria, per cui mi sono messo a verificare se fosse giusto o meno. Insomma, per farla breve, ho trovato la dimostrazione che mi serviva e quando uscì l'intelligenza artificiale mi dissi: «Ma guarda un po', io ci ho perso un paio di giorni per trovare questa cosa che, alla fine, era abbastanza semplice. Vediamo se l'intelligenza artificiale riesce a darmi questa dimostrazione». Ho fatto una descrizione dettagliatissima del problema e l'ho sottoposto al calcolo. Mi arriva una risposta molto ampia, con tutta una serie di passaggi, scritta in un linguaggio estremamente appropriato: cioè, era il linguaggio della geometria, senza ombra di dubbio. Sono rimasto allibito. Però, poi, leggendo, mi chiedevo come fosse possibile una tale risposta, così mi sono messo a seguire i passaggi uno per uno: era un discorso farneticante. Mi ha ricordato Celentano quando, tanti anni fa, cantava una canzone [*Prisencolinensinainciusol* NdR] che sembrava in inglese, magari un po' slang, però in realtà non era inglese; erano solo suoni senza alcun significato.





La stessa cosa vale per il modello linguistico che imita alla perfezione il linguaggio umano, però il ragionamento no. Proprio qualche giorno fa leggevo che si sta cercando di indirizzare l'intelligenza artificiale anche verso il ragionamento, ma questo mi ha confermato che, almeno fino ad ora, il ragionamento non c'è.

Quanto la storia e la dimensione storica supporta l'incremento della scienza della rappresentazione?

Recentemente, siccome mi sono appassionato all'astronomia, anzi all'astrofotografia, ho letto un libro di storia dell'astronomia [Michael Hoskin, *Storia dell'Astronomia*, BUR- Rizzoli, Milano 2018 NdR]. Nell'introduzione dice una cosa alla quale non avevo mai pensato, ma che è profondamente giusta: afferma che il confine tra storia e scienza è sfumato, non c'è un confine netto e a pensarci bene è proprio così: non c'è nulla che possiamo dire, anche di estremamente innovativo, che non abbia radici nella storia; è una lunga catena.

All'università ci sono le discipline per cui i saperi vengono categorizzati: storia da una parte, architettura dall'altra, oppure geometria descrittiva ecc. Però, come è nata questa geometria descrittiva?

Beh, non vogliamo ancora credere alla favoletta di Monge, per piacere, inseriamolo in un contesto storico.

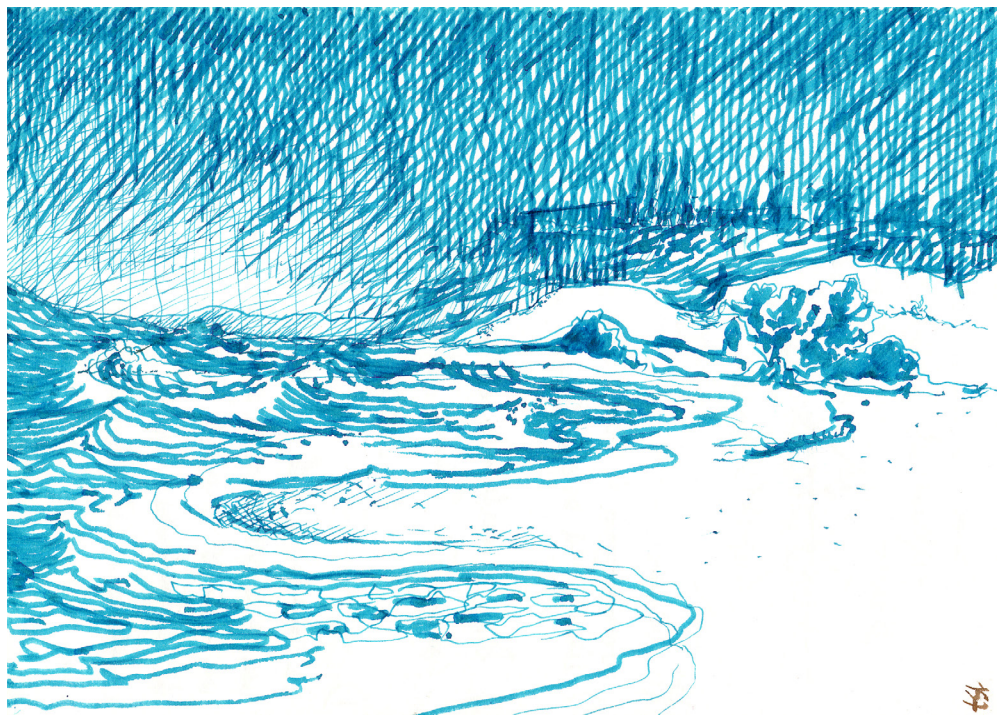
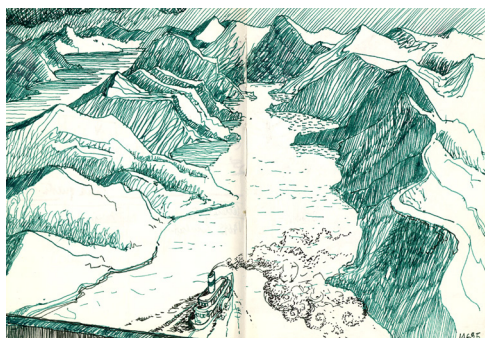
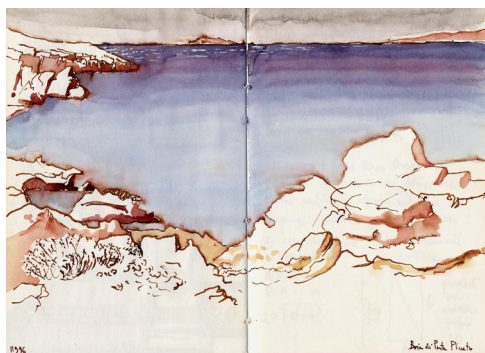
Visto che c'è il computer che ci aiuta in queste cose, noi possiamo rileggere la storia con la possibilità di fare delle scoperte e vedere le cose sotto una luce nuova.

Tempo fa – non ricordo più com'è che mi è venuto questo desiderio – ho preso le Coniche di Apollonio. Nel primo libro che come saprete è un'opera vastissima e di incredibile difficoltà (inutile girarci intorno), ci sono 13 o 14 proposizioni all'inizio, e altre due o tre verso la fine, che descrivono le sezioni del cono. Sono descrizioni tridimensionali e Apollonio parla di un cono e lo descrive in maniera molto accurata, distinguendo per esempio la superficie dal solido. Per Apollonio, un conto è il cono solido – nota bene che non è un cono circolare ma un cono quadrico generico – cioè la parte compresa tra il cerchio (inteso come area di base) e il vertice.

Poi c'è la superficie, che si estende nello spazio all'infinito, da una parte e dall'altra, formando quindi un cono a due falde. Questa è soltanto una piccola curiosità per dire quanto moderna sia questa visione. Apollonio descrive il cono e poi lo taglia con un piano, arrivando a definire l'ellisse, la parabola e l'iperbole.

Io avevo in mente la semplicità e la limpidezza del Teorema di Dandelin, che però vale solo per il cono circolare retto e non per il cono generico.

Mi chiedevo: «Ma insomma, com'è la costruzione geometrica che Apollonio fa per arrivare a definire queste curve?»



Mi sono quindi messo a studiare e mi sono reso conto che questa descrizione è geometria descrittiva. Nel senso che lui fa a parole la cosiddetta *èkphrasis*, una descrizione talmente accurata – pedante, se vuoi – che ti permette di rifare esattamente il filo dei suoi pensieri e ricostruire esattamente il modello che lui usa. Questo modello, però, è molto lontano da quello che ci immaginiamo noi. È più simile a quei libri pop-up che li apri e viene fuori qualcosa. Questi libri sono fatti solo di superfici piane, di figure piane che, quando apri il libro, si ricompongono nello spazio e tu vedi i fiori, vedi un aeroplano, una nave, insomma qualsiasi cosa. È esattamente quello che fa Apollonio: ha una rappresentazione dello spazio di tipo *pop-up*. Questo l'ho trovato estremamente divertente, anche se "divertente" è un modo di dire, perché la fatica [per arrivare alla comprensione di questo modello NdR] è stata veramente estenuante, almeno per me.

È stato un piacere fare questa chiacchierata che mi ha permesso di parlare un po' a tutto campo, e sono contento di averlo fatto. Anche perché poi queste riflessioni resteranno per qualche tempo.

