



TRIBELON
RIVISTA DI DISEGNO
UNIVERSITÀ DEGLI
STUDI DI FIRENZE

VOL. 3 | N. 5 | 2026
SEGNI SIGNIFICANTI
SIGNIFYING SIGN

Citation: G. Anzani, *Il ruolo del punto nel disegno parametrico delle coniche tra geometria e topologia computazionale*, in *Codici grafici*, TRIBELON, III, 2026, 5, pp. 113-118.

ISSN (stampa): 3035-143X

ISSN (online): 3035-1421

doi: <https://doi.org/10.36253/tribelon-4265>

Published: July, 2026

Copyright: 2026 Anzani G., this is an open access article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

Data Availability Statement: All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

Competing Interests: The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

Journal Website: riviste.fupress.net/tribelon

CODICI GRAFICI

IL RUOLO DEL PUNTO NEL DISEGNO PARAMETRICO DELLE CONICHE TRA GEOMETRIA E TOPOLOGIA COMPUTAZIONALE

GIOVANNI ANZANI

University of Florence
giovanni.anzani@unifi.it

Nell'ordinaria interazione con i sistemi CAD, generalmente l'immissione di coordinate nello spazio modello si riduce a un atto deterministico, sterile e concluso in se stesso. Il segno digitale nasce spesso muto, privo di quella "tensione tra intenzione e senso" propria del disegno analogico come indagine conoscitiva. Eppure, se letti attraverso la lente della Geometria Proiettiva, i punti immessi a schermo cessano di essere entità isolate per svelare un orizzonte denso di possibilità: essi contengono in nuce le infinite sezioni coniche ammissibili che per essi possono transitare. Si propone qua un'analisi volta alla risemantizzazione del segno vettoriale, attraverso la presentazione di un framework algoritmico (in linguaggio AutoLISP per AutoCAD) dedicato alla rappresentazione parametrica delle sezioni coniche. Il codice analizzato non è concepito per tracciare passivamente una curva finita, ma per agire come uno strumento maieutico. Di fronte all'orizzonte di possibilità manifestato a video, il disegnatore non subisce la semplificazione del mezzo digitale, ma è chiamato a compiere un'esplorazione consapevole. Il tracciamento della sezione conica finale diviene così un vero e proprio gesto intenzionale: l'atto di far collassare un campo esplorativo di variamente infinite possibilità in un'unica, specifica e significativa realtà geometrica.

1. Introduzione

Affinché il segno digitale non sia un semplice *output* esecutivo, ma instauri un dialogo con l'ambiente vettoriale per il disegno di una conica, il software deve estrarne informazioni che vadano oltre la coordinata cartesiana. Nel *framework* proposto, il dato spaziale viene decodificato attraverso una stratificazione semantica articolata su quattro livelli di significazione: l'**enumerazione**, la **qualificazione**, la **morfologia** e l'**esplicitazione**¹.

2. L'Enumerazione

Per la determinazione univoca di una sezione conica, sono necessarie cinque condizioni indipendenti (ad esempio cinque punti generici di passaggio). In questo *framework*, l'immissione di un punto a schermo rappresenta il progressivo pa-

gamento di un "debito informativo". L'algoritmo legge l'enumerazione di questi t come misura dei gradi di libertà residui del sistema e, a seconda della saturazione di tale debito, struttura l'architettura dei comandi in tre differenti regimi logici.

L'Insufficiente Saturazione (∞^4)

Un solo punto, per definizione adimensionale, non è in grado di definire alcuna direzione, giacitura o metrica relativa: se rende impossibile tracciare una semplice circonferenza, questo vale a maggior ragione per la determinazione di una sezione conica. Tale carenza strutturale inibisce l'uso di qualunque vincolo ausiliario (tipologia, orientamento o rapporti metrici), mancando le coordinate direttrici su cui operare. L'impossibilità algebrica di saturare i restanti quattro gradi di libertà genera un deficit informativo

che impedisce l'attivazione di qualsiasi motore di indagine esplorativa.

La Bassa Saturazione ($\infty^3 \infty^2$)

Con due o tre coordinate il sistema risulta algebricamente indeterminato. In questo scenario, l'algoritmo applica una restrizione rigorosa: è insufficiente l'impiego di set composti solamente da punti generici di passaggio. Affinché il sistema possa saturare i gradi di libertà residui, la mancanza di punti fisici deve essere compensata fornendo vincoli di natura differente. Tale compensazione avviene secondo una precisa gerarchia di strategie, in cui la qualificazione strutturale dei nodi costituisce il prerequisito necessario per l'eventuale applicazione dei vincoli successivi: l'assegnazione di ruoli strutturali, la dichiarazione dell'**identità topologica** e l'imposizione di **costanti metriche o vettoriali**².

Solo tramite questa integrazione di dati, l'algoritmo ottiene le condizioni indipendenti necessarie per pre-calcolare il sistema, consentendo il proseguimento del comando.

L'Alta Saturazione ($\infty^1 \infty^0$)

Superata la soglia critica dei tre input, il paradigma si capovolge. Con l'immissione di 4 o 5 coordinate (o combinazioni equivalenti), il debito informativo è saldato: il sistema possiede ora una massa critica di dati sufficiente per indagare lo spazio senza postulati pregressi.

I comandi perdono il prefisso topologico intenzionale, divenendo pienamente polimorfici e capaci di dedurre in totale autonomia l'identità della curva. Tuttavia, l'algoritmo non utilizza questa mole di dati per imporre una singola forma, ma sfrutta i gradi di libertà residui per farsi cartografo dell'orizzonte geometrico latente nei due seguenti scenari: a **4 punti** e a **5 punti**³.

Come verrà dettagliato nel paragrafo sull'esplicitazione, questa rete di calcoli invisibili troverà espressione grafica in guide esplorative dinamiche. In questa progressione enumerativa il CAD abdica al ruolo di mero esecutore per divenire strumento di svelamento, dove la matematica non limita l'intuizione, ma ne computa l'esatto perimetro di esistenza.

3. La Qualificazione

Il secondo livello di significazione introdotto dal *framework* impone il superamento della logica puramente incrementale, operando una rigorosa classificazione delle coordinate immesse nello spazio modello. I punti non vengono processati come un aggregato omogeneo ma, a seconda del comando evocato, vengono qualificati secondo due logiche dicotomiche indipendenti: lo **stato operativo** (distingue i punti fissi dai punti riposizionabili) e l'**identità geometrica** (distingue i punti generici dai punti notevoli: centro, fuoco, vertice)⁴.

L'efficacia di questa doppia qualificazione si riflette nell'architettura dei comandi, che combinano questi due assi logici declinandoli in differenti paradigmi operativi che definiscono ambienti fondati: sulle ancore strutturali (**con2f1p**, **con3pc**), sulle sole identità generiche (**con5p**), su

dinamiche relazionali avanzate e reattive (**con5prea**), su approcci ibridi (**ell3prd**) e su stati operativi fluidi (**parvf**)⁵.

In questo *framework*, il punto smette di essere un dato inerte per divenire un'entità interrogabile: la sua natura è definita dall'incrocio tra l'identità matematica che assume (generico o notevole) e la funzione che l'operatore gli assegna in tempo reale (ancora fissa o sonda riposizionabile).

4. La Morfologia

Il terzo livello di decodifica trasforma il recinto spaziale in una topologia strutturata. Quando l'operatore colloca, ad esempio, quattro punti di passaggio della conica nello spazio (**con4p**, **con5p**, **con5prea**), compie un gesto apparentemente generico; tuttavia, affinché il fascio di coniche risultante risponda all'intenzione latente del progettista, il sistema deve riconoscere la "firma" di quel gesto. Il quadrangolo tracciato è un parallelogramma? Un trapezio? O un sistema ortocentrico? L'ambiente dei predicati geometrici costituisce l'infrastruttura cognitiva del *framework* e si basa su una prima fondamentale distinzione topologica tra quadrangoli: **convessi** e **concavi**⁶.

L'efficacia algoritmica del *framework* si manifesta sia nel modo in cui legge la forma eludendo l'impiego diretto di funzioni trigonometriche, onerose ed esposte a inaccettabili approssimazioni cicliche⁷, sia nello sfruttare l'ereditarietà gerarchica delle forme: senza eseguire calcoli grezzi e ridondanti per ogni figura interrogata, il sistema procede per discendenza topologica⁸.

5. L'Esplicitazione

Nel quarto livello di decodifica, assunta la necessità proiettiva dei cinque vincoli indipendenti per la determinazione univoca della conica, l'indagine si focalizza sulla fase di sospensione che precede il saldo definitivo del debito informativo. Affinché il segno digitale non si riduca a un gesto neutro — una replica algoritmica perfetta ma svuotata di intenzionalità — il *framework* trasforma l'attesa dell'ultimo vincolo in un disvelamento preventivo dello spazio modello.

L'esplicitazione vettorializza il grado di libertà residuo: tramuta l'ambiente CAD da superficie esecutiva a "luogo critico", uno spazio di pensiero capace di tradurre l'indeterminatezza algebrica in una precisa intenzione di progetto.

Il sistema struttura l'esplicitazione su due differenti registri visivi: la mappatura cinematica dei luoghi geometrici e la mappatura topologica dei domini di esistenza⁹. Solo attraverso questo preventivo disvelamento visivo il posizionamento dell'ultimo punto cessa di essere un tentativo alla cieca per divenire una costruzione significativa: un atto consapevole capace di interrogare l'orizzonte proiettivo e resistere alla banalizzazione della forma. L'efficacia di questa infrastruttura visiva si declina al variare del debito informativo, strutturando l'esplicitazione in quattro distinti ambienti operativi¹⁰:

A 2 punti

L'esplicitazione si manifesta attraverso una tracciatura cinematica immediata: un vettore elastico svela in tempo reale l'orientamento spaziale prima che l'operatore saturi l'intero sistema posizionando la sonda mobile.

A 3 punti

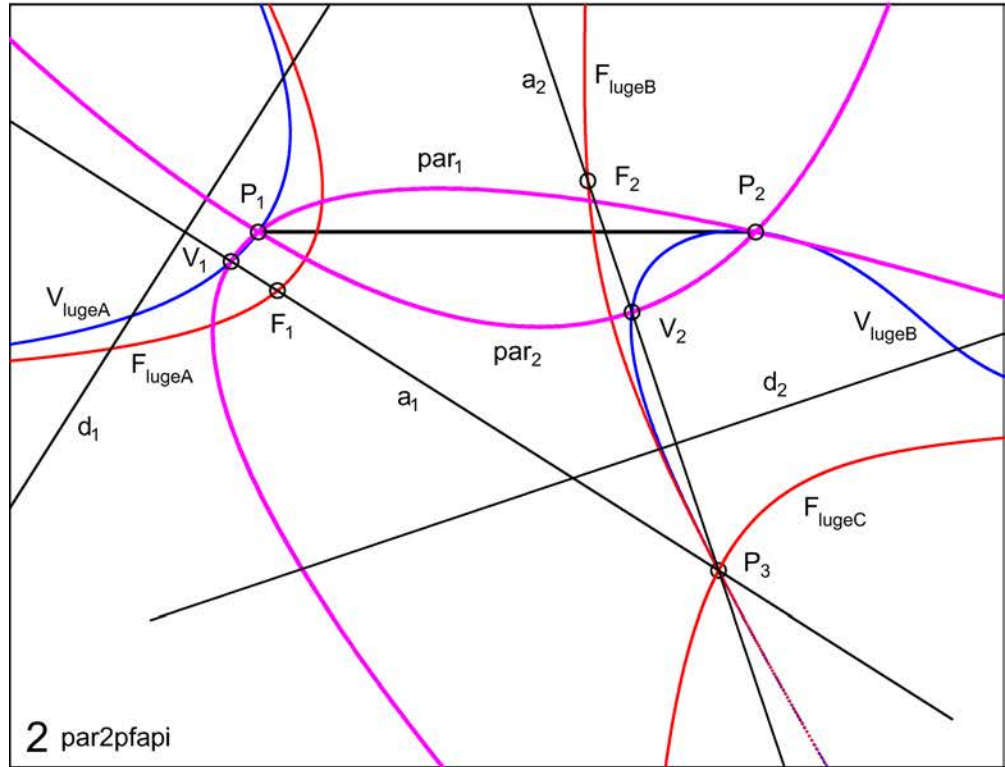
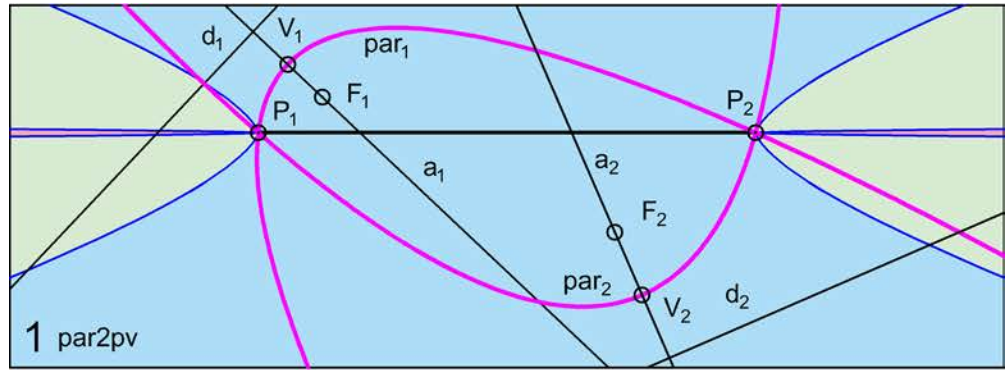
Il sistema attiva una mappatura topologica primaria, demandata a guide vettoriali immateriali (Dime) che a seconda dei casi: delimitano i domini di transizione morfologica della curva, da forme chiuse a forme aperte; svelano preventivamente le regioni di piano a differente molteplicità algebrica (fino a tre soluzioni possibili). Nei casi in cui la mappatura topologica non sia applicabile per intrinseca ambiguità radiale, il *framework* demanda all'operatore una dichiarazione d'intenti preventiva sul tipo di conica desiderata per abilitare specifiche iniezioni analitiche automatizzate.

A 4 punti

Raggiunta la quasi-saturazione, l'algoritmo calcola le mappe dei luoghi geometrici correlabili alla terna di punti dati. Lo spazio vuoto viene segnato da traiettorie continue o densamente punteggiate che manifestano gli ultimi due gradi di libertà residui in attesa del quarto punto.

A 5 punti

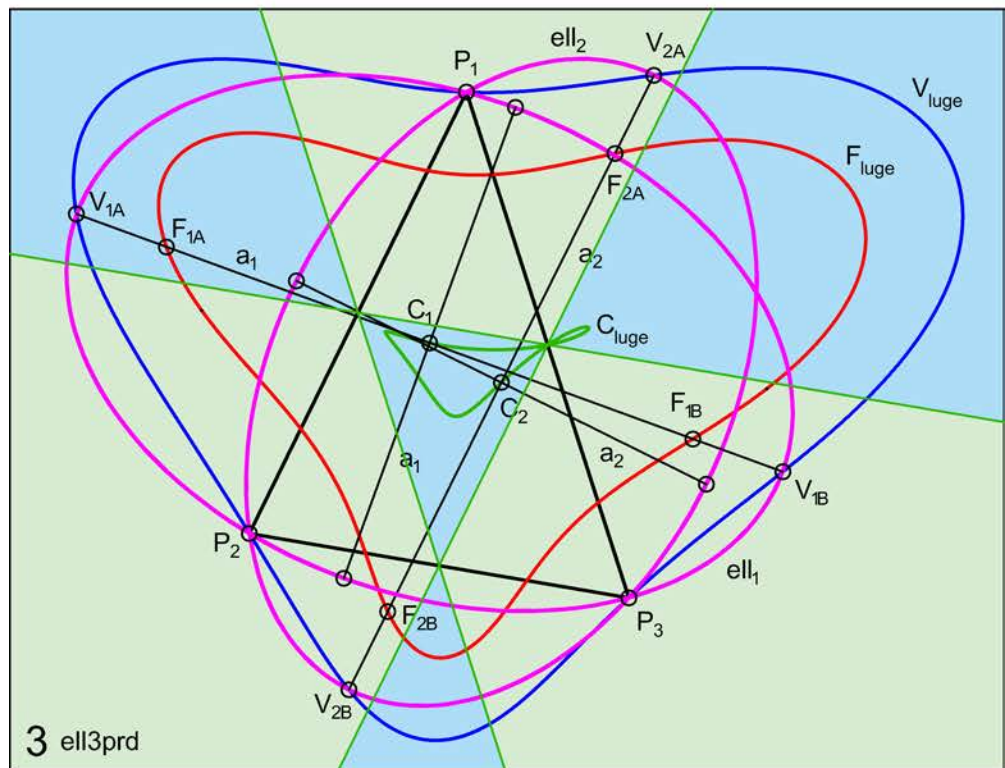
L'esplicitazione raggiunge l'apice fondendo i due registri visivi. Sul fronte cinematico, un Router Polimorfico analizza l'impalcatura di base per generare tracciati frattali e svelare configurazioni geometriche singolari. Sul fronte topologico, la tracciatura predittiva delle linee di demarcazione spaziale calcola l'orizzonte degli eventi: le parabole di confine previsualizzano il transito tra forme chiuse e aperte, una consapevolezza che culmina nel CAD inteso come organismo cinematico nei moduli di editing reattivo.



1 | PAR2PV – Due parabole alternative par_1, par_2 passanti entrambe da due punti generici fissi P_1, P_2 e da due differenti punti notevoli distinti V_1, V_2 . Le aree colorate in azzurro, rosa e verde distinguono rispettivamente il numero di soluzioni determinabili da una a tre.

2 | PAR2PFAPI – Due parabole alternative par_1, par_2 passanti entrambe da due punti generici fissi P_1, P_2 e da due differenti punti notevoli distinti V_1, V_2 o F_1, F_2 . Il punto P_3 vincola il passaggio degli assi a_1, a_2 determinando il fascio proprio degli assi parabolici e consentendo la mappatura dei luoghi geometrici di fuochi ($F_{lugeA}, F_{lugeB}, F_{lugeC}$) e vertici (V_{lugeA}, V_{lugeB}) ammissibili rispettivamente colorati di rosso e blu.

3 | ELL3PRD – Due ellissi alternative ell_1, ell_2 passanti entrambe da tre punti generici fissi P_1, P_2, P_3 e da due punti notevoli distinti C_1, C_2 o V_1, V_2 o F_1, F_2 . Il rapporto tra i semiassi a/b fissato a $2/3$ consente la mappatura dei luoghi geometrici di centri (C_{luge}), fuochi (F_{luge}) e vertici (V_{luge}) ammissibili rispettivamente colorati di verde, rosso e blu. Le aree colorate in azzurro e verde distinguono rispettivamente tra centri ammissibili (ellittici) e inammissibili (iperbolici).

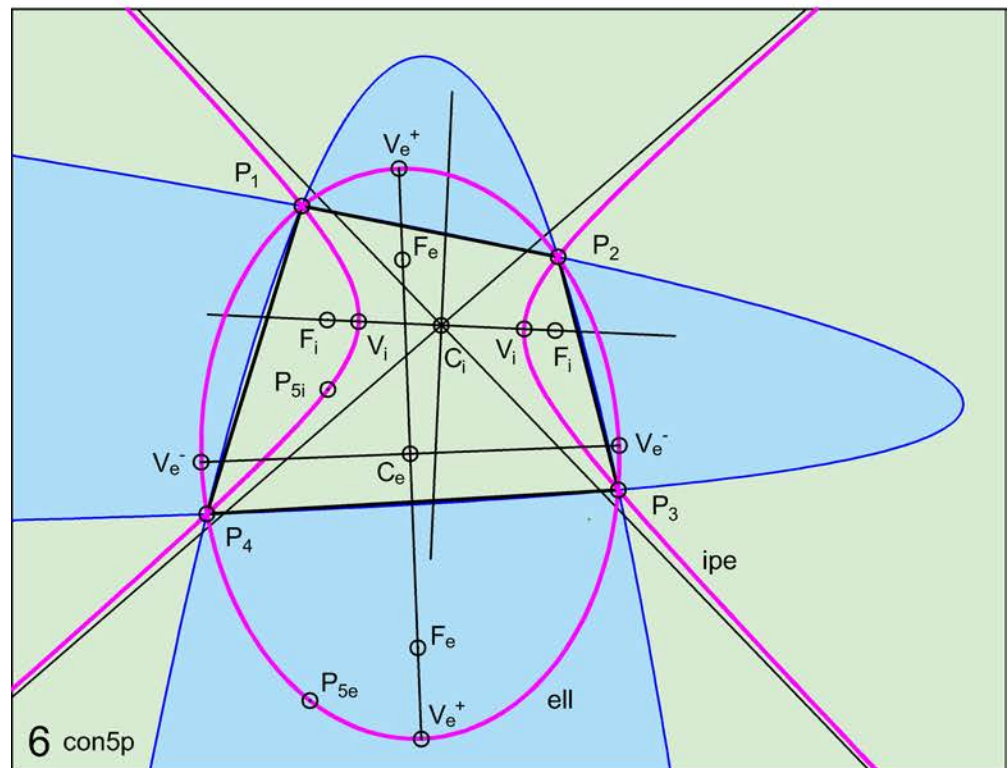
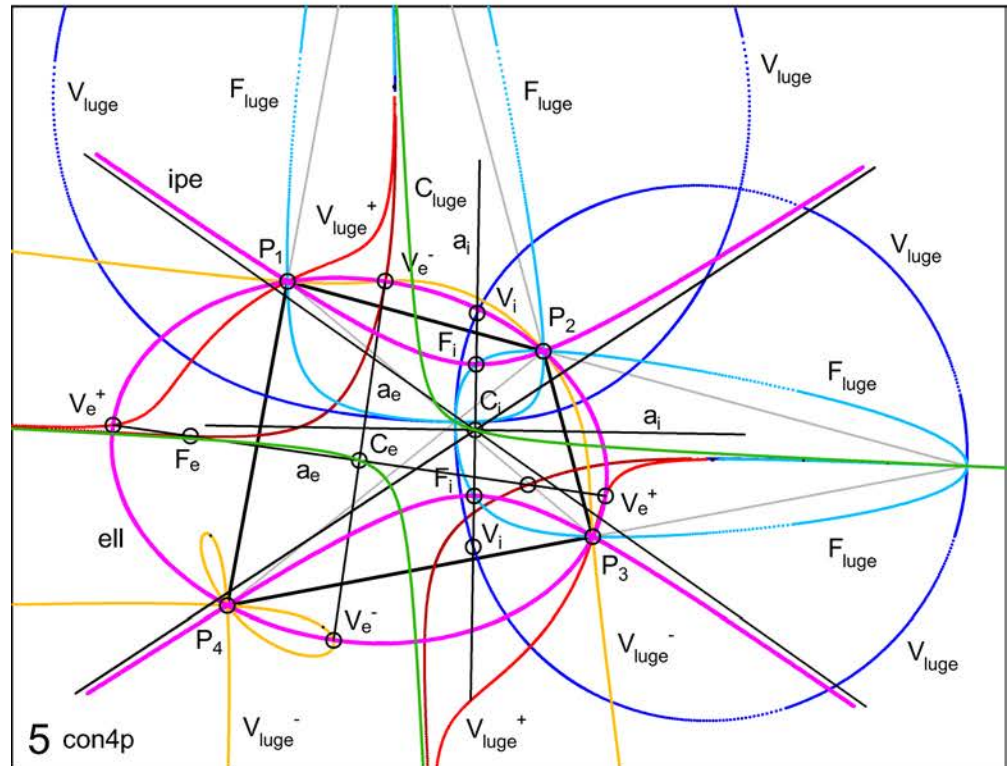
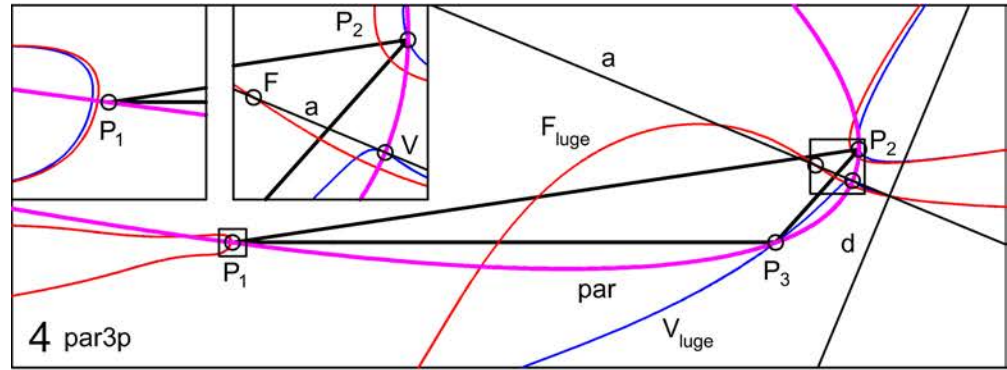


6. Conclusioni

Il framework analizzato dimostra come l'ambiente CAD possa evolvere da esecutore deterministico a luogo critico. Svelando l'infrastruttura proiettiva anziché occultarla, l'algorithm agisce come strumento di resistenza alla semplificazione: l'esplorazione consapevole dello spazio torna a precedere l'atto del tracciare.

In questa prospettiva, le mappe di indagine operano come un segno aperto. I domini geometrici pre-calcolati non impongono risposte finite, ma attendono l'interpretazione del progettista: il rigore algoritmico non si limita a produrre un tracciato esatto, ma organizza il pensiero formale, costringendo l'operatore a misurare le conseguenze topologiche del proprio gesto.

La sintesi si compie nella saturazione dell'ultimo grado di libertà, che sancisce il collasso dalla probabilità matematica all'univoca realtà geometrica. Privato di automatismi ciechi, il tracciamento della curva cessa di essere un gesto neutro per farsi portatore di un'esplicita intenzione. Il punto immesso diviene così una costruzione significativa: il vertice in cui la geometria descrittiva restituisce al calcolo digitale la capacità di produrre senso.



4 | PAR3P – Una parabola par passante da tre punti generici fissi P_1, P_2, P_3 e da un punto notevole V o F determinabile sulla mappatura dei luoghi geometrici di fuochi (F_{luge}) e vertici (V_{luge}) ammissibili rispettivamente colorati di rosso e di blu.

5 | CON4P – Un'ellisse ell e un'iperbole ipe passanti entrambe da quattro punti generici fissi P_1, P_2, P_3, P_4 e da due punti notevoli distinti C_e, C_i o V_e, V_i o F_e, F_i determinabili sulla mappatura dei luoghi geometrici di centri (C_{luge}), fuochi (F_{luge}) e vertici (V_{luge}) ammissibili colorati in maniera tale da distinguerli dettagliatamente sia per identità geometrica ($C, F, V, V+, V-$) che per identità morfologica (Ellisse, Iperbole, Parabola).

6 | CON5P – Un'ellisse ell e un'iperbole ipe passanti entrambe da quattro punti generici fissi P_1, P_2, P_3, P_4 e da due differenti punti generici distinti $P5_e, P5_i$. Le aree colorate in azzurro e verde distinguono rispettivamente tra posizioni del quinto punto tali da determinare un'ellisse o un'iperbole; il posizionamento del quinto punto sui confini parabolici determina una parabola.

¹ I quattro livelli di significazione:

L'enumerazione – Calcolo quantitativo dei punti immessi (da 1 a 5). Tale enumerazione definisce l'ampiezza dell'orizzonte delle soluzioni ammissibili (da ∞^4 a ∞^0), misurando la progressiva saturazione dei gradi di libertà del sistema. **La qualificazione** – Classificazione qualitativa dei nodi immessi, articolata su due logiche dicotomiche indipendenti: una operativa, che discrimina tra punti fissi e riposizionabili, strutturando la cinematica dell'esplorazione spaziale e una geometrica, che distingue tra punti generici e notevoli, stabilendone il peso specifico (1 o 2) nella saturazione dei gradi di libertà.

La Morfologia – Indagine delle mutue relazioni spaziali, determinante nelle configurazioni a quattro punti. Il sistema analizza il quadrangolo per valutarne le proprietà geometriche (concavità, convessità e simmetria della forma, parallelismo e ortogonalità dei lati, conciclicità e ortocentrismo dei vertici). La classificazione morfologica determina algebricamente la natura del fascio conico risultante.

L'esplicitazione – Vettorializzazione dei significati latenti tramite guide immateriali, strutturate su due registri esplorativi propedeutici alla restituzione consapevole della forma: la qualificazione dei luoghi geometrici (traiettorie dei punti notevoli) e la delimitazione spaziale delle soglie topologiche e dei domini di esistenza delle varie tipologie di conica. Agendo come vettori di orientamento intenzionale, tali entità svelano l'invisibile infrastruttura proiettiva sottesa, trasformando l'ambiente CAD da interfaccia di esecuzione a luogo di indagine critica.

² Protocolli di saturazione per sistemi sottodeterminati:

Assegnazione di ruoli strutturali (Condizione Necessaria): La risoluzione univoca è subordinata alla presenza di punti notevoli (Vertice, Fuoco, Centro) che fungano da cardini geometrici. La quota di qualificazione richiesta varia in funzione del numero di input: negli scenari a due punti (parvf), la saturazione esige che entrambi i nodi assumano un'identità speciale; negli scenari a tre punti (par2p1v, con2v1p), l'algoritmo accetta la compresenza di punti generici di passaggio.

Dichiarazione dell'identità topologica (Opzionale): Una volta garantita la presenza di almeno un punto notevole, l'operatore può risolvere l'ambiguità sul tipo di conica tramite un prefisso esplicito (par2p1v) o una scelta in fase di esecuzione (con2f1p).

Imposizione di costanti metriche o vettoriali (Opzionale): Il debito può essere ulteriormente saturato fornendo parametri numerici (rapporto b/a) o direzionali (orientamento degli assi) che agiscono come vincoli finali di progetto (par2pfapi).

³ Scenari esplorativi in regime di alta saturazione:

A 4 punti: la morfologia del quadrangolo base stabilisce in autonomia quali famiglie di coniche possano esistere; il motore matematico mappa integralmente questi domini, predisponendo l'infrastruttura necessaria affinché il progettista operi una scelta consapevole in qualsiasi punto dello spettro ammissibile.

A 5 punti: il framework interroga la matrice di base per dedurre l'esatta natura topologica del piano, calcolando analiticamente le equazioni dei limiti spaziali. Il sistema opera così una rigorosa tripartizione dell'orizzonte geometrico: le aree di geni delle forme chiuse (ellissi), i domini di sviluppo delle forme aperte (iperboli) e le loro esatte soglie di demarcazione contenenti le forme di transizione (parabole).

⁴ La qualificazione dei punti secondo due logiche dicotomiche indipendenti

Stato operativo: se fissi costituiscono l'impalcatura strutturale rigida del sistema di riferimento locale (le ancore cristallizzate); se ripo-

sizionabili costituiscono il vertice di indagine esplorativa, battuto dall'operatore o in alcuni casi ottenuto interrogando puntualmente tramite il sistema LGSNAP opportuni luoghi geometrici. Nei soli ambienti di tipo REA (par2pfa-pirea, par3prea, con5prea), il framework abilita transizioni fluide, permettendo a un punto di alternare il proprio stato operativo tra fisso e riposizionabile, condizioni per loro natura esclusive.

Identità geometrica: se generici appartengono alla curva e ne vincolano il transito, agendo sulla configurazione spaziale mediante la saturazione di un singolo grado di libertà dell'equazione generatrice; se notevoli (Centro, Fuoco, Vertice) non appartengono necessariamente al tracciato ma ne impongono l'organizzazione posizionale fissando assi e simmetrie, definendo un cardine strutturale nel piano e determinando la saturazione simultanea di due gradi di libertà del sistema.

⁵ Variabilità dei paradigmi: l'incrocio tra stato operativo e identità geometrica nei comandi:

con2f1p – Dati due punti fissi notevoli (i Fuochi) che saturano le simmetrie spaziali della conica bifocale; l'esplorazione è demandata a un terzo punto riposizionabile generico. **con3pc** – Dati tre punti fissi generici, l'indagine è affidata al posizionamento di un quarto punto riposizionabile notevole quale centro proprio o improprio che agisce come cardine strutturale qualificando il dominio morfologico e le simmetrie del sistema.

con5p – Dati quattro punti fissi generici compongono l'impalcatura quadrangolare; l'indagine esplorativa è affidata al quinto punto riposizionabile generico.

con5prea – Dati a regime cinque punti fissi generici, la selezione di uno di essi lo tramuta istantaneamente in sonda riposizionabile, i restanti quattro conservano il ruolo di ancore rigide a supporto dell'esplorazione.

ell3prd – Forniti tre punti fissi generici, la saturazione dei gradi di libertà residui è affidata al posizionamento di un quarto punto notevole riposizionabile (Centro, Fuoco o Vertice). L'utente ne determina l'esatta coordinata vincolandolo ai luoghi geometrici preventivamente calcolati dal sistema.

parvf – Un punto fisso notevole (vertice) e un punto riposizionabile notevole (fuoco) consentono la determinazione di un'univoca parabola. Un selettore consente di invertire lo stato operativo (fisso/riposizionabile) dei due nodi senza interrompere la sessione.

⁶ Risoluzione topologica dei quadrangoli (Convessità e Concavità):

Nei **quadrangoli convessi** computato il bari-centro del quadrangolo i vertici sono riordinati in senso antiorario per prevenire le autosecazioni e garantire la coerenza direzionale nei calcoli a valle.

Nei **quadrangoli concavi**, identificato il vertice interno al perimetro formato dai restanti tre i vertici sono riordinati ponendo il vertice interno in ultima posizione determinando un'impalcatura coerente con i calcoli a valle.

⁷ Robustezza algebrica nella lettura vettoriale della forma: La valutazione del parallelismo, dell'ortogonalità e della conciclicità è demandata alla rigida eleganza dell'algebra vettoriale: prodotti incrociati normalizzati sull'area piana e matrici risolte via determinanti ciclici. Tali procedure, calibrate su margini di precisione molto ridotti (fino a $\epsilon=10^{-12}$), assicurano l'inviolabilità del dato analitico, garantendo una robustezza assoluta contro il rumore introdotto dalle fisiologiche derive del calcolo in virgola mobile.

⁸ Ereditarietà semantica e discendenza topologica delle forme: L'identificazione di un quadrato non avviene per computazione diretta sulle co-

ordinate, bensì verificando che l'ente soddisfi i requisiti di un rettangolo accoppiati all'uguaglianza relativa dei lati adiacenti. Il rettangolo, a sua volta, discende dal soddisfacimento dei requisiti di un parallelogramma uniti alla condizione di ortogonalità tra i lati adiacenti. Questo approccio gerarchico riduce drasticamente la complessità ciclomatica globale, conferendo all'impalcatura digitale una solida intelligenza semantica.

⁹ I registri dell'esplicitazione vettoriale:

Mappatura cinematica (I Luoghi): Restituisce le traiettorie spaziali dei punti notevoli (Centri, Vertici, Fuochi) al variare del grado di libertà residuo. Il framework renderizza queste entità in forma continua (tramite spline matematiche) o discretizzata (tramite dense nuvole di punti che, per vicinanza infinitesima, risultano percettivamente assimilabili a un tracciato analitico continuo). L'algoritmo offre così all'operatore un "segno aperto" che mappa le potenzialità della curva prima della sua definitiva cristallizzazione.

Mappatura topologica (I Confini o Dime): Genera vettori immateriali che operano una rigida cesura spaziale del piano modello. Questi confini non rappresentano curve di progetto, ma demarcano visivamente le regioni in cui il sistema muta la propria natura algebrica, distinguendo aree che generano tipologie differenti di coniche (es. la soglia parabolica che separa l'ellisse dall'iperbole) o differenziate molteplicità di soluzioni (genesi univoca vs. triformazione). Agendo come strumento di resistenza logica, costringono il progettista a misurare le esatte conseguenze topologiche del proprio gesto.

¹⁰ Declinazione operativa degli ambienti esplorativi:

A 2 punti: (parvf) L'immissione del primo punto fisso notevole e l'implicita dichiarazione topologica sulla natura della conica consentono di saturare i primi tre vincoli. L'esplicitazione si manifesta tramite una linea elastica che collega l'ancora al cursore, rivelando in tempo reale l'orientamento dell'asse di simmetria. Il posizionamento del secondo punto notevole riposizionabile fornisce le due condizioni restanti per l'identificazione univoca della curva, chiudendo il sistema. Solo a regime, a impalcatura consolidata, l'interfaccia espone un selettore di stato (ORD) che agisce sulla cinematica: tramite uno switch logico, l'operatore può alternare il ruolo di ente fisso e sonda riposizionabile tra Vertice e Fuoco, invertendone la gerarchia operativa senza interrompere la sessione. Ad ogni interazione, l'algoritmo garantisce la coerenza visiva calcolando un'estensione asintotica dinamicamente proporzionata (15x) alla distanza focale istantanea, trasformando la genesi geometrica da atto esecutivo a processo scultoreo continuo.

A 3 punti: (con2v1p) Dati due punti fissi notevoli come Vertici, l'esplicitazione topologica traccia due rette limite perpendicolari all'asse: il posizionamento del punto generico riposizionabile decodifica la curva in ellisse o iperbole a seconda che la sua proiezione ortogonale ricada all'interno o all'esterno del semiasse maggiore e fornisce la condizione restante per l'identificazione univoca della curva, chiudendo il sistema. **(con2f1p)** Dati due punti fissi notevoli come Fuochi, la logica di calcolo si appoggia sulla somma/differenza focale; l'assenza di confini morfologici netti impone la scelta preventiva del dominio (Ellisse/Iperbole), compensata da scorciatoie algebriche (es. l'iniezione istantanea del punto di passaggio esatto per l'iperbole equilatera): il posizionamento del punto generico riposizionabile fornisce la condizione restante per l'identificazione univoca della curva, chiudendo il sistema. **(par2pv)** Dati due punti fissi generici e assunta implicitamente la

natura di parabola, il sistema attiva una "Dima di Molteplicità" (una complessa geometria scallata e specchiata basata su 500 nodi ottimizzati) per mappare le zone a singola soluzione o a triforcazione algebrica; il posizionamento del punto notevole riposizionabile (Vertice) innesca una scansione radiale intensiva (sweep direzionale a 360°) con ricerca dicotomica per estrarre euristicamente tutte le parabole fisicamente valide. Fornendo le due condizioni restanti, tale posizionamento chiude il sistema restituendo un'identificazione univoca o una terna simultanea di curve, in stretta dipendenza dalla regione topologica in cui l'operatore ha collocato la sonda.

A 4 punti: L'immissione di tre punti fissi generici lascia il sistema con due gradi di libertà, la cui saturazione richiede l'inserimento di vincoli aggiuntivi (di natura, metrici, direzionali o strutturali) prima di abilitare l'esplorazione dell'incognita finale. In questo dominio, il framework distingue tra comandi generalisti (prefisso con), che mantengono l'indeterminatezza morfologica fino all'immissione dell'ultimo parametro, e comandi specialisti (prefissi ell, ipe, par), dove la dichiarazione preventiva della natura della curva agisce da vincolo assorbente. Poiché per ellissi e iperboli tale dichiarazione non satura interamente il grado di libertà, i relativi moduli esigono un quarto parametro esplicito (Rapporto o Direzione, da cui il suffisso rd); al contrario, la natura parabolica (avendo eccentricità intrinsecamente fissa) assorbe di fatto un grado di libertà, rendendo superfluo tale parametro aggiuntivo. (**ell3prd**) Fissato il vincolo aggiuntivo di rapporto o direzione, il software esegue un oneroso pre-calcolo Single-Pass ad alta densità per svelare l'ultimo grado di libertà sotto forma di traiettorie continue (Mappe dei Luoghi) per Centri, Fuochi e Vertici; il posizionamento del punto notevole riposizionabile interroga tali luoghi tramite un puntatore LGSNAP che interpola i dati al volo per garantire un aggancio sub-pixel, fornendo la condizione restante per l'identificazione univoca della curva. (**ipe3prd**) Definito il quarto vincolo di rapporto o direzione, l'algoritmo affronta la criticità analitica degli asintoti: il motore interroga un Oracolo Geometrico che inietta una concentrazione frattale logaritmica di parametri attorno alle singolarità per prevenire il collasso matematico sui lati del triangolo base. Questo disvelamento preventivo garantisce la continuità visiva e analitica dei rami iperbolici, consentendo al punto notevole riposizionabile di chiudere il sistema tramite un aggancio elastico di precisione. (**par3p**) Assunta la natura parabolica che funge da quarto vincolo implicito, l'esplicitazione si avvale di uno scanner adattivo per mappare i rami continui e di una scansione radiale intensiva a 180° con ricerca dicotomica per isolare euristicamente le parabole degeneri sui nodi del triangolo base; il punto notevole riposizionabile fornisce la condizione restante per l'identificazione univoca della curva, chiudendo il sistema. (**con3pc**) Dati i tre punti di passaggio e mantenendo l'indeterminatezza morfologica, il quarto vincolo viene fornito posizionando un Centro (Proprio o Improprio); l'esplicitazione si manifesta attraverso guide vettoriali strutturali (mediane estese del triangolo base) che indirizzano la scelta dell'utente prima del clic. Il sistema risolve poi l'incognita tramite un risolutore matriciale fondato sulla simmetria radiale (che espande il triangolo in un esagono a simmetria centrale, la cui convessità o concavità discrimina tra ellissi e iperboli) o tramite l'espansione del set a cinque punti (per le parabole), saturando i vincoli restanti per la determinazione univoca della curva.

A 5 punti: L'immissione di quattro punti fissi

generici satura i primi quattro vincoli proiettivi, lasciando il sistema con un unico grado di libertà residuo. L'esplorazione di tale grado di libertà e la conseguente chiusura del sistema sono demandate all'interazione con un quinto punto riposizionabile (generico o notevole). (**con4p**) Il Router Polimorfico deduce la topologia della matrice fissa e innesca il partizionatore "Matriska" per tracciare i luoghi geometrici continui dei possibili Centri, Fuochi e Vertici; parallelamente, il motore computa due set di soluzioni discrete: determina le coniche "speciali" (estraendo a griglia l'Ellisse di minima eccentricità e risolvendo algebricamente l'unica Iperbole Equilatera e le 0, 1 o 2 eventuali Parabole, che fungono da soglie di transizione morfologica tra i domini) e pre-calcola analiticamente le coniche "nodali" (curve il cui vertice o asse principale coincide esattamente con uno dei quattro punti base). L'interfaccia espone così un triplice registro di selezione, consentendo all'operatore di commutare dinamicamente il target del puntatore tra l'esplorazione spaziale continua sui luoghi, l'estrazione diretta dei metadati speciali o l'ancoraggio topologico ai nodi dell'impalcatura. La selezione del quinto punto notevole riposizionabile attraverso uno di questi tre registri fornisce la condizione restante per l'identificazione univoca della curva, chiudendo il sistema. (**con5p**) Abilitando un'esplorazione spaziale libera, un oracolo predittivo traccia le eventuali Parabole di Confine (o le loro degenerazioni rettilinee) che separano preventivamente il dominio ellittico da quello iperbolico; superare tale confine con il cursore significa transitare istantaneamente dal mondo proiettivo delle forme chiuse a quello delle figure lacerate all'infinito, e il posizionamento del quinto punto riposizionabile generico all'interno di tali domini fornisce la condizione restante per l'identificazione univoca della curva, chiudendo il sistema. (**con5prea**) Mantenendo l'esplicitazione dell'oracolo predittivo, la matrice sfrutta una "Gerarchia Persistente": agganciando uno qualsiasi dei 5 punti generici fissi per renderlo riposizionabile e trascinarlo, gli altri 4 diventano istantaneamente le nuove ancore fisse, rigenerando l'intera topologia e i confini asintotici in tempo reale ad ogni variazione del gesto esplorativo, garantendo un'identificazione univoca e continua della curva.

Bibliografia

G. Anzani, *An Algorithm in AutoLisp to Draw an Ellipse Inscribed in a Generic Quadrangle Based on the Projective Geometry*, Lulu, Raleigh 2014.

G. Anzani, *Il disegno delle coniche in AutoCAD. Indagine proiettiva e topologica dei luoghi geometrici sottesi*, Lulu, Raleigh 2026.

F. Aschieri, *Lezioni di geometria proiettiva e descrittiva. Volume primo: Geometria proiettiva*, Hoepli, Milano 1883.

F. Aschieri, *Lezioni di geometria proiettiva e descrittiva. Volume secondo: Geometria descrittiva*, Hoepli, Milano 1884.

A. Asperl, M. Hofer, A. Kilian, H. Pottmann, *Architectural Geometry*, Bentley Institute Press, Exton, Pennsylvania 2007.

L. Berzolari, *Geometria analitica. II. Curve e superficie del secondo ordine*, Ulrico Hoepli, Milano 1916.

L. Campedelli, *Lezioni di geometria. Volume primo: La geometria analitica e gli elementi della geometria proiettiva*, Cedam, Padova 1967.

L. Campedelli, *Lezioni di geometria. Volume secondo, parte prima: I metodi di rappresentazione della geometria descrittiva*, Cedam, Padova 1967.

L. Campedelli, *Lezioni di geometria. Volume secondo, parte seconda: Le curve e le superficie*, Cedam, Padova 1966.

G. Castelnuovo, *Lezioni di geometria analitica*, Società Editrice Dante Alighieri, Roma-Napoli-Città di Castello 1956.

N.S. Dino, *Elementi di geometria proiettiva*, Morano, Napoli 1885.

F. Enriques, *Lezioni di geometria proiettiva*, ristampa anastatica della seconda edizione aumentata del 1904, Zanichelli, Bologna 1996.

U. Morin, *Lezioni di geometria. Parte I: Elementi di geometria analitica*, Cedam, Padova 1953.

U. Morin, *Lezioni di geometria. Parte II: Curve piane*, Cedam, Padova 1954.

U. Morin, *Lezioni di geometria. Parte III: Elementi di geometria proiettiva*, Cedam, Padova 1955.

E.G. Togliatti, XXXV. *Geometria proiettiva*, in L. Berzolari, G. Vivanti, D. Gigli (a cura di), *Enciclopedia delle matematiche elementari e complementi*, vol. II, parte 2a, Hoepli, Milano 1964.