



# TRIBELON

DISEGNO E RAPPRESENTAZIONE DELL'ARCHITETTURA,  
DEL PAESAGGIO E DELL'AMBIENTE

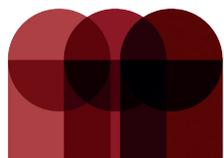
*Journal of Drawing and Representation of Architecture, Landscape and Environment*

---

MODELLI, FORME E GEOMETRIE

*Models, Shapes and Geometries*

3/25



**TRIBELON**

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

**Direttore responsabile**

Susanna Caccia Gherardini | University of Florence

**Direttore Scientifico**

Sandro Parrinello | University of Florence

**Vicedirettrici**

Francesca Picchio | University of Pavia

Justyna Borucka | Gdańsk University of Technology, Poland

**Comitato Editoriale**

Salvatore Barba | University of Salerno

Carlo Bianchini | Sapienza University of Rome

Matteo Bigongiari | University of Florence

Massimiliano Ciammaichella | Iuav University of Venice

Emanuela Lanzara | Suor Orsola Benincasa University of Naples

Francesco Maggio | University of Palermo

Riccardo Florio | University of Naples Federico II

Pablo Rodriguez-Navarro | Valencia Polytechnic University, Spain

Massimiliano Savorra | University of Pavia

Jakub Szczepański | Gdańsk University of Technology, Poland

**Coordinamento editoriale e segreteria scientifica**

Alberto Pettineo | University of Florence

**Coordinamento redazionale e progetto grafico**

Anna Dell'Amico | University of Pavia

**Comitato redazionale**

Gianlorenzo Dellabartola | University of Padua

Iliaria Malvone | University of Florence

Anna Sanseverino | University of Naples Federico II

Alessandro Spennato | University of Florence

Marta Zerbini | University of Florence

**Attività di co-revisione**

Didacommunicationlab | DIDA, University of Florence

**Progetto grafico**

Francesca Picchio | University of Pavia

Giovanni Anzani | University of Florence

Anna Dell'Amico | University of Pavia

**Logo "TRIBELON"**

Francesca Picchio | University of Pavia

**In copertina**

Eros euclideo e la cattedrale della geometria.

2025 © Sandro Parrinello

Volume 2 | Numero 3 | Anno 2025

# MODELLI, FORME E GEOMETRIE

*Models, Shapes and Geometries*

**Comitato scientifico internazionale**

Giovanni Anzani | University of Florence

Barbara Aterini | University of Florence

Marcello Balzani | University of Ferrara

Carlo Battini | University of Genova

Davide Benvenuti | Nanyang Technological University, Singapore

Stefano Bertocci | University of Florence

Marco Giorgio Bevilacqua | University of Pisa

Carlo Biagini | University of Florence

Fabio Bianconi | University of Perugia

Maurizio Marco Bocconcino | Polytechnic University of Turin

Stefano Brusaporci | University of Aquila

Yongkang Cao | Jiao Tong University, China

Alessio Cardaci | University of Bergamo

Reynaldo Esperanza Castro | National Autonomous University of Mexico, Mexico

Santi Centineo | Polytechnic University of Bari

Maria Pilar Luisa Chías Navarro | University of Alcalá, Spain

Emauela Chiavoni | Sapienza University of Rome

Michela Cigola | University of Cassino and Southern Lazio

Per Elias Cornell | Gotheborg University, Sweden

Carmela Crescenzi | University of Florence

Edoardo Dotto | University of Catania

Francesca Fatta | University of Reggio Calabria

Ludovica Galeazzo | University of Padua

Fabrizio Gay | IUAV University of Venice

Andrea Giordano | University of Padua

Elena Ippoliti | Sapienza University of Rome

Gjergji Islami | Polytechnic University of Tirana, Albania

Karin Lehmann | Bochum University of Applied Sciences, Germany

Jacek Lebież | Gdańsk University of Technology, Poland

Cecilia Maria Roberta Luschi | University of Florence

Mounisif Ibnoussina | Cadi Ayyad University, Morocco

Massimiliano Lo Turco | Polytechnic University of Turin

Andrea Mecacci | University of Florence

Alessandro Merlo | University of Florence

Giovanni Pancani | University of Florence

Caterina Palestini | University of Chieti-Pescara

Luis Palmero Iglesias | Valencia Polytechnic University, Spain

Gabriele Rossi | Polytechnic University of Bari

Marcello Scalzo | University of Florence

Maria Soler Sala | University of Barcelona, Spain

Roberta Spallone | Polytechnic University of Turin

Graziano Mario Valenti | Sapienza University of Rome

Giorgio Verdiani | University of Florence

Chiara Vernizzi | University of Parma

Ornella Zerlenga | University of Campania "L. Vanvitelli"

TRIBELON Vol. 2 | N. 3 | 2025

Pubblicazione semestrale

Registrata dal Tribunale di Firenze

n. 6205 del 15.07.2024

ISSN 3035-143X (stampa)

ISSN 3035-1421 (online)

I saggi pubblicati da TRIBELON sono stati valutati, in forma anonima, dal comitato direttivo, dal comitato scientifico e dai referees anche internazionali. Per informazioni sul sistema *peer review* utilizzato dalla rivista si rinvia al sito:

<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>

email: [tribelon@dida.unifi.it](mailto:tribelon@dida.unifi.it)

Copyright: 2025 © *The Author(s)*

This is an open access issue distributed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), unless otherwise specified within.

La rivista è a disposizione di tutti gli eventuali proprietari di diritti sulle immagini riprodotte nel caso non si fosse riusciti a recuperarli per chiedere debita autorizzazione.

*The Journal is available to all owners of any images reproduced rights in case had not been able to recover it to ask for proper authorization.*

Published by Firenze University Press

Università degli Studi di Firenze

Via Cittadella 7, 50144 Firenze, Italy

[www.fupress.com](http://www.fupress.com)

L'opera è stata realizzata grazie al contributo del DIDA

Dipartimento di Architettura | Università degli Studi di Firenze |

via della Mattonaia 8, 50121 Firenze



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE

**DIDA**  
DIPARTIMENTO DI  
ARCHITETTURA

# SOMMARIO

## EDITORIALE

**Sulla geometria percettiva, l'omologia e altre cose che so di non sapere** 4  
Sandro Parrinello

---

**Geometrie dello spazio retorico: letteratura weird e architettura** 14  
Agostino De Rosa

**Con lo sguardo verso i'π<sub>1</sub>, "Emergenze" di ricerca per la geometria descrittiva** 22  
Graziano Mario Valenti, Laura Carlevaris

**Istruzioni. Parole e figure per le costruzioni geometriche da Euclide a Sol Lewitt** 34  
Edoardo Dotto

**Geometry as a Persisting Backbone Metalanguage in Architecture** 44  
Luigi Cocchiarella

**Il ruolo della stereotomia nella transizione dalla prospettiva alla geometria descrittiva** 52  
Andrea Giordano, Rachele Angela Bernardello

**L'assonometria tra visualizzazione del pensiero e rappresentazione dello spazio** 62  
Stefano Chiarenza

**Reframing Descriptive Geometry in the Digital Era** 72  
José Antonio Barrera, Roberto Narváez Rodríguez

**Aterino Aterini. La geometria per l'architettura** 80  
Barbara Aterini

**Exploring Geometric Transformation Procedures Through Physical Models and Holography** 88  
Beniamino Polimeni, Martin Richardson, Oliver Peacock

---

## RUBRICHE

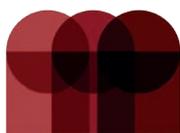
**Un disegno dal passato** 102  
Capitello tuscanico e base attica in un disegno di Nello Bemporad  
Marco Bini

Sulle tracce di Leonardo a Vinci. Il disegno di un mostro metamorfico sulla cappa di un camino 105  
Roberta Barsanti, Giovanni Pancani

**Un disegno dal presente** 108  
Genesi delle forme complesse nell'architettura di Gaudì  
Carmela Crescenzi

**Codici grafici** 111  
Come tenersi a debita distanza da Punti, Rette e Piani  
Giovanni Anzani

**Linee di ispirazione. Interviste ai maestri del disegno** 118  
Dialogo con Riccardo Migliari  
a cura di Sandro Parrinello



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** S. Parrinello, *Sulla geometria percettiva, l'omologia e altre cose che so di non sapere*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 4-11.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3515>

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Parrinello S., this is an open access article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## SULLA GEOMETRIA PERCETTIVA, L'OMOLOGIA E ALTRE COSE CHE SO DI NON SAPERE

SANDRO PARRINELLO

University of Florence  
[sandro.parrinello@unifi.it](mailto:sandro.parrinello@unifi.it)

*Ma che la sa? O un la sa?*

*Boh! Secondo me un la sa!*

*leeee, o icché tu voi che l'abbia a sapere?*

*Mah! Un l'ha avuta mai di capicci qualcosa, e un n'ha proprio idea di icché dice.*

*Del resto, la Geometria, o la sai o un tu la sai, un tu la 'nventi miha, e c'è poho da fare!*

Nella scuola fiorentina la dimensione della geometria descrittiva - di seguito per semplicità soltanto geometria - così come di molti altri aspetti della rappresentazione, è sempre stata ritenuta appannaggio di pochi. Nelle conversazioni informali, quelle da corridoio o da bar, è facile sentir dire nel nostro dialetto: «[...] per forza che l'è così, quello (o quella) lì, la geometria e un la sa, e c'è poho da fare!» Contribuendo così a creare uno schermo, una barriera di isolamento dove il fondamento della rappresentazione viene relegato, lasciato incomprensibile al mondo se non per un ristretto club di scienziati. Dopo anni di insegnamento di disegno e geometria, ritengo di poter esprimere liberamente alcune considerazioni per le quali credo che nessuno se ne avrà a male, del resto, anche io: *'e un la sò!*

Questo atteggiamento critico ed elitario è tipico del carattere fiorentino e non si

può dunque farne del tutto una colpa ai colleghi del Disegno; mi piace immaginare che succeda qualcosa di analogo, forse in proporzioni e con ragioni diverse, in ogni settore scientifico del nostro ateneo. Tuttavia ho ragione di credere che sulla geometria questo *modus* abbia trovato un terreno fertile negli anni, anche al di fuori del recinto delle sedi di Piazza Brunelleschi prima o di Santa Verdiana poi. Michele Inzerillo, nel febbraio del 1982, in un seminario di studio tenutosi a Roma, esortava una maggior conoscenza reciproca e un'apertura alla condivisione dei programmi e dei risultati dei corsi di geometria, auspicando una rivalutazione della disciplina sia nella filiera dei corsi di Disegno, creando maggior propedeuticità e maggior legame tra i diversi insegnamenti, sia rispetto al più complesso sistema degli insegnamenti dei corsi di ingegneria e di architettura. Mi pare che molte sue preoccupazioni fossero fondate, e che purtroppo quanto auspicato non sia stato messo in pratica.

Disquisire sul contributo e sul significato della geometria rispetto alle discipline del Disegno può apparire scontato, denso di luoghi comuni, ma è estremamente attuale, proprio perché qui, a Firenze, quell'isolamento disciplinare della geometria è stato nel tempo accettato da tutti, che hanno continuato a studiare e fare geometria, o anche diverse geo-

metrie visto che non è pensabile farne a meno, senza però il coinvolgimento del gruppo dei geometri che oggi si è peraltro ridotto numericamente ai minimi termini.

Come aveva ben inteso Ugo Saccardi, le cui ricerche e sperimentazioni, condotte anche nella didattica, risulterebbero tuttora di notevole utilità e interesse, il disegno digitale rappresentava la miglior opportunità di fondere, come di fatto è, la geometria con la rappresentazione, esplicitando i fondamenti analitici delle forme nei processi di disegno assistito.

Se l'insegnamento del disegno architettonico non adottasse ormai da anni moduli di rappresentazione 3D, rischierebbe di risultare poco utile per la carriera degli studenti, senza considerare le più recenti tecniche di disegno manuale supportate da strumenti digitali. Analogamente, il rilievo architettonico ha subito profonde trasformazioni negli ultimi decenni, con una revisione dei corsi che ha spesso sacrificato nozioni fondamentali, come il legame tra la misura e l'analisi del corpo architettonico, in favore di tecniche di rilevamento digitale. È un peccato che questi cambiamenti riducano l'attenzione verso le conoscenze fondamentali del rilievo o delle tecniche grafiche del disegno, tuttavia, l'obiettivo di tali innovazioni è adeguare la didattica alle nuove esigenze anche professionali, ottimizzando i carichi di

insegnamento e favorendo il dialogo tra studenti, ricerca e contemporaneità. Anzi, con la contemporaneità del futuro, considerando che la ricerca anticipa l'evoluzione professionale di almeno un ventennio. Penso, in modo semplicistico, a come sia cambiato il ruolo della fotogrammetria o a come le ontologie digitali nel campo del *cultural heritage* siano il cuore di una rivoluzione della rappresentazione al centro della produzione di modelli, di sistemi informativi, di interi processi di rappresentazione. Credo che affrontare tali processi, di modellazione (disegno) o di configurazione spaziale (disegno), in assenza di una profonda cultura geometrica sia non solo sbagliato, ma semplicemente impossibile. Ecco dunque che la geometria, alla base di ogni riflessione grafica, non può non evolversi e non può restare vincolata a modelli e forme di didattica e di ricerca che apparivano in qualche modo sorpassate già quasi trent'anni fa.

Se la scienza della rappresentazione sottostà a un radicale cambiamento di linguaggi, e ha senso parlare proprio di linguaggi e modelli di scrittura delle forme, la geometria è ciò che permane come fondamento, ma è anche ciò che non limita, ma anzi guida questo cambiamento nel suo rapporto con la dimensione più analitica, testuale e filosofica della propria caratterizzazione di linguaggio descrittivo.

Del resto la geometria, per sua natura o quantomeno per sua identificazione nel nome che la connota, si orienta a cercare di conoscere, attraverso la misura, una forma inconoscibile (quella della terra) e, per farlo - tralasciando qui le connotazioni topografiche e geomatiche che da questa dipendono - dà origine ad un metodo dimostrativo che pone in relazione quelle che oggi sono due discipline purtroppo sempre più culturalmente separate, la matematica e il disegno. C'è un legame tra le geometria e il rilievo che è insito nella naturale relazione tra geometria e misura, nelle prassi di conoscere e riconoscere le forme e le loro configurazioni analitiche. Emerge il valore della sperimentazione per costruire un'esperienza e, del resto, la geometria nasce come astrazione derivante dalla sistematizzazione delle esperienze motorie, visive e tattili, configurandosi come un processo cognitivo di sintesi e formalizzazione dello spazio.

I concetti geometrici emergono dall'interazione con l'ambiente, attraverso l'osservazione e la manipolazione di oggetti concreti, permettendo di identificare strutture invarianti rispetto alla variabilità fenomenologica. Questo processo implica un'operazione selettiva, un'interpretazione critica, un disegno, in cui proprietà accidentali come colore e materiale vengono trascurate, mentre caratteri-

stiche essenziali come forma, proporzioni e relazioni metriche vengono isolate e codificate in modelli astratti, fornendo così il fondamento per la costruzione teorica della disciplina. La rappresentazione esplicita e dimostra come la logica sostiene la pratica della rappresentazione, enfatizzando gli aspetti deduttivi che connotano la dimensione geometrica della rappresentazione.

Numerosi sono i concetti che, specialmente in seguito alla codificazione mondana e alla diffusione del metodo proiettivo, albergano in una sfera di astrazione o nella matematica interpretazione di forme, angoli o grandezze, che proprio nei numeri e nella misura, esplicitano l'impossibilità di una conoscenza esatta che non operi attraverso simulacri.

Il modello, simulacro e prototipo rappresentativo, diviene un riferimento culturale che guida l'orientamento attraverso l'approssimazione della forma reale e la sua esplicitazione, sia grafica che numerica, analogica o digitale. Così, a cavallo tra filosofia, matematica e scienze cognitive, il "modello ontologico della forma" rappresenta il quadro teorico che descrive la natura e l'organizzazione dello spazio e riguarda l'essenza delle geometrie in relazione alla loro esistenza e alle loro proprietà fondamentali, riferendosi ai principi attraverso cui le forme vengono concepite, categorizzate e descritte.

Evoluzionisticamente tale modello si sviluppa dal disegno geometrico tradizionale alla matematizzazione astratta e alla formalizzazione computazionale, dimostrando come la forma sia soggetta a un processo di continua concettualizzazione. Per questa ragione, la geometria descrittiva, attraverso i software di modellazione parametrica o i sistemi CAD, che trasformano la rappresentazione dello spazio in algoritmi, può riconvertire strutture astratte, rafforzando il valore comunicativo, connettivo e di interrelazione tra le discipline, che il disegno possiede.

Se la geometria si attesta come un'invariante che prefigura modelli di sviluppo che dialogano con l'informatica, con la programmazione visuale (VPL) e con numerosi strumenti della rappresentazione, il rapporto tra figurazione e modello assume numerose connotazioni e subisce profonde trasformazioni.

Trasformazioni e punti di vista delineano una prospettiva, argomento su cui si centra il tema della geometria. La prospettiva è perlopiù sempre stato un mezzo per qualificare una presenza in un luogo. Vedere una determinata scena, uno spazio, da un certo punto di vista. L'affermarsi della prospettiva nel Rinascimento coincideva con il far vivere all'osservatore lo spazio rappresentato, produrre un effetto immersivo, si direbbe felicemente oggi, ma soprattutto, nella concezione

occidentale, disporre attorno all'uomo le cose per come le vede Dio. In questo dibattito secolare sulla rappresentabilità della verità, la geometria ha probabilmente il ruolo più significativo.

Quella "prospettiva artificiale" posta in relazione alla "prospettiva naturale" leonardesca, per esplicitare il rapporto tra visione, spazio e rappresentazione artistica, rispondeva ad un fermento teorico e filosofico già sperimentato da Piero della Francesca, divenendo poi un argomento fortemente trattato dalla fine del Cinquecento per "dare nuova forma ad una figura". La prospettiva tra XVI e XVII secolo si afferma sulla convinzione che sia il punto di vista a regolare l'immagine, affermando modelli che si oppongono ad un sistema assoluto in favore di convenzioni geometriche capaci di inglobare più livelli di significato: lo spazio deformato nasconde e rivela, sovrapponendo scene e significati in una dinamica che sfida la percezione euclidea. La prospettiva, inizialmente legata solo alla statica delle immagini, diventa un modello utile anche per descrivere il cambiamento: introducendo un ponte tra geometria e meccanica dove lo spazio prospettico non appare più solo statico, ma diventa un modello per descrivere traiettorie e trasformazioni, segnando un passaggio dalla rappresentazione alla comprensione dinamica della realtà.

La concezione galileiana della realtà ha lasciato un'impronta profonda nella definizione prospettica dello spazio e nella rappresentazione, che si inserisce in un quadro epistemologico più ampio, fondato sulla matematizzazione della natura, dove le proprietà geometriche diventano finalmente elementi essenziali per comprendere la realtà fisica.

Questo principio implica che la rappresentazione dello spazio non sia solo un artificio visivo, ma un modello oggettivo delle leggi che governano il mondo e la percezione umana che, limitata, può essere "corretta" da strumenti e modelli matematici. Tali modelli relativizzano la prospettiva in un sistema in cui la visione è condizionata dal punto di osservazione e la realtà si manifesta in modi differenti a seconda della posizione dell'osservatore. «Solo nella giusta posizione, in un cammino retto di avvicinamento alla fede, è possibile scorgere la verità delle cose che altrimenti appaiono distorte». Questo il pensiero di Pozzo quando esplicita le anamorfosi o di Emmanuel Maignan quando realizza l'affresco anamorfico di Trinità dei Monti, che appare come un paesaggio dello Stretto di Messina e che, se visto da un punto preciso, rivela l'inaspettata figura di San Francesco di Paola in preghiera. Gli ambienti del percorso di fede aprono, attraverso il disegno e la geometria, scenari di illuminazione

disvelati dalla scienza della rappresentazione, divenendo parte di una riflessione culturale che è proiettata ad esplicitare tendenze, gusti, e ambientazioni idealizzate che a loro volta, nella meraviglia, educano alla giusta posizione rispetto ad un sentirsi parte di un cammino di verità. Per la realizzazione di tali opere il rilievo, la conoscenza dello spazio nel quale si va progettando il disegno, è fondamentale, e viene attuato un costante passaggio tra modello matematico dello spazio e sua impersonificazione immaginifica.

Nei processi rappresentativi dell'epoca, si esplicita un rilievo come luogo della conoscenza che guida le analisi geometriche. Tuttavia, negli ultimi decenni, mi viene da pensare che questi due campi abbiano vissuto una separazione, anche accademica, nonostante il profondo intreccio storico che li lega. Del resto la geometria, subordinata alla visione e con modelli che traducevano lo spazio in funzione dell'osservatore, si emancipa con la formalizzazione matematica, evolvendo in una rappresentazione che diventa un sistema autonomo, in cui lo spazio è descritto attraverso principi rigorosi di proiezione e trasformazione. Questa trasformazione segna il passaggio da una costruzione empirica, basata sulla percezione visiva, a un sistema astratto fondato su relazioni proiettive invarianti, all'interno di un'indagine matematica

teorico-speculativa. La prospettiva "codificata" ne è un esempio, "funziona" in senso pratico, soltanto all'interno del cerchio di distanza, al di fuori la regola aberra l'immagine alterando lo spazio in ragione della regola stessa.

Da qui forse l'esigenza di ripensare maggiormente una geometria percettiva, intesa come un sistema di rappresentazione in cui la costruzione dello spazio non sia solo una codifica astratta, ma risulti, come è normale che sia, legata alla modalità con cui l'osservatore esperisce ciò che va rappresentando.

Un approccio, del tutto inevitabile in un certo senso, che fonde principi matematici con meccanismi cognitivi, esplorando come la prospettiva, le deformazioni, o anche le proiezioni influenzino la percezione della forma. Non mi riferisco necessariamente alle correnti ecologiche del Novecento, ma penso piuttosto a quanti modelli percettivi oggi sono richiesti nei processi comunicativi della forma, che in qualche modo trascendono la vista.

Quando Agostino De Rosa, sempre a proposito di Trinità dei Monti, parla di un approccio gnoseologico che ha il suo *locus* privilegiato di verifica nel più importante dei cinque sensi, la vista, ci porta a immaginare come oggi possa essere utile, in un ideale parallelo alle esperienze del Cinquecento, considerare gli altri

sensi, che generano altre geometrie e che, in qualche modo, possono e devono essere pensate e comunicate nell'ambito della scienza della rappresentazione.

Se la geometria descrittiva formalizza lo spazio indipendentemente dall'osservatore, la geometria percettiva ne indaga le distorsioni, le ambiguità e le illusioni, mostrando come la realtà visibile sia una costruzione dinamica tra mente e struttura geometrica. Una geometria che emerge da una percezione tattile, uditiva, olfattiva, che contemplan l'apparato rappresentativo o lo sviluppo di modelli che in qualche modo superano le logiche della rappresentazione per dialogare con i modelli matematici.

Gli aspetti topologici dello spazio, inteso come una spazialità letta e interpretata secondo modelli e geometrie, danno spessore a regole che trascendono la dimensione visiva, come nel caso dell'omologia, che consente di modellare trasformazioni e relazioni tra strutture geometriche indipendentemente dalla loro percezione immediata.

L'impiego dell'omologia in ambito proiettivo non si limita alla costruzione di immagini fedeli alla realtà ottica, ma introduce un sistema di corrispondenze e invarianze che permette di orientarsi in contesti complessi e multidimensionali. In questo senso, l'omologia non si basa su una riproduzione esatta, ma su un'ap-

prossimazione strutturata, che permette di leggere lo spazio secondo schemi relazionali più profondi rispetto alla semplice percezione euclidea. L'omologia è un esempio di come l'astrazione consenta di strutturare relazioni tra forme e configurazioni che, altrimenti, sarebbero difficili da cogliere intuitivamente. La sua forza e la sua debolezza, se confrontata con il disegno più intuitivo, risiedono nel permettere un orientamento nello spazio che non dipende dall'aderenza immediata al visibile, ma da schemi di trasformazione e corrispondenze invarianti. Questo spostamento verso una descrizione più approssimativa ma strutturata è fondamentale nei modelli contemporanei, dove la precisione assoluta è meno importante della capacità di adattarsi a contesti complessi. In questo senso, l'omologia è un ponte tra l'esperienza sensibile e un livello di comprensione geometrica più profondo e astratto. Se l'omologia descrive il modo in cui la percezione "aggiusta" lo spazio per renderlo intellegibile, si può dire che la geometria percettiva e l'omologia si incontrano nella necessità di gestire la deformazione: la prima studia come l'occhio e la mente interpretano gli spazi distorti, la seconda fornisce gli strumenti per formalizzare quelle trasformazioni e trovare punti di riferimento stabili. In questo senso, l'omologia va vista come una matematizza-

zione del concetto percettivo di continuità spaziale, permettendo di comprendere non solo come vediamo lo spazio, ma anche come possiamo rappresentarlo e trasformarlo senza perderne la struttura profonda.

In questo numero monografico della rivista la geometria si intreccia con aspetti percettivi e proiettivi che dialogano in una panoramica tesa a configurare linguaggi, ricerche e rappresentazioni di modelli e disegni. Nella sequenza di saggi il tema del disegno come linguaggio è centrale. Altrettanto discussa è l'identità di una propensione geometrica per la caratterizzazione di spazi interpretativi. Nelle «geometrie dello spazio retorico» di Agostino De Rosa, la rappresentazione di architetture e scenografie dell'orrore "estratte" dalla lettura dei racconti di Henry James o di Shirley Jackson, danno modo di immaginare un espediente di ricerca dove lo spazio emotivo si fonde con lo spazio rappresentato. La geometria si esplicita in una regola che sottende la scena e governa lo spazio nel definire luoghi di suggestione in un originale approccio interdisciplinare che unisce critica letteraria e analisi architettonica. La ricerca evidenzia il ruolo centrale del linguaggio nella definizione dello spazio, sia vissuto che immaginato, trasformandolo in uno strumento di costruzione e decostruzione dell'immaginario.

I disegni, con la loro forza espressiva posta in relazione alle regole geometriche, mettono in luce il valore narrativo e simbolico dello spazio, rivelando come il linguaggio della rappresentazione influenzi la percezione del reale e dell'ignoto. Verso l'ignoto, questa volta inteso come futuro possibile e certamente più ottimista, è l'infinito al quale si rivolgono, «con lo sguardo verso il  $i\pi_1$ », Graziano Mario Valenti e Anna Laura Carlevaris che, umanizzando nel titolo la codifica geometrica dell'orizzonte, sottolineano nel testo la propensione naturale verso la ricerca e la sperimentazione propria della geometria descrittiva. Il saggio propone una disamina dell'evoluzione della disciplina in Italia, dal suo legame con la matematica nel Settecento alla sua reinterpretazione nell'architettura, fino all'integrazione con il digitale. Centrali sono il concetto di "modello", che unisce rappresentazione e progetto, e l'adozione delle nuove tecnologie, ampliando il linguaggio disciplinare, favoriscono il passaggio da un'impostazione formale e analitica a un approccio più dinamico e visivo. Uno studio evolutivo del linguaggio proprio della geometria è invece affrontato da Edoardo Dotto, che esamina il rapporto tra parole e immagini nella trasmissione della conoscenza geometrica, dal rigore euclideo alla sperimentazione artistica contemporanea.

Il linguaggio verbale e quello grafico si intrecciano, creando un sistema comunicativo che influisce sulla comprensione e sulla costruzione delle forme. Particolarmente significativa è la riflessione sulla tensione tra descrizione teorica e applicazione pratica, sottolineando come il linguaggio geometrico sia sempre in evoluzione, adattandosi ai diversi contesti culturali e scientifici. In continuità con questa riflessione si inserisce il saggio di Luigi Cocchiarella dove la geometria viene descritta nella sua funzione di metalinguaggio persistente e fondamentale nell'architettura, la cui struttura, alimentata da logica e visualità, si interfaccia con sperimentazioni che utilizzano le intelligenze artificiali. La persistenza del linguaggio geometrico come strumento cognitivo e operativo, capace di adattarsi ai progressi tecnologici senza perdere la sua funzione essenziale, offre interessanti spunti per sperimentazioni future attraverso gli strumenti di generazione automatica di immagini. Così, con uno sguardo al futuro e uno sguardo al passato, sottolineando la dimensione storicistica ed evolutiva della rappresentazione, il volume prosegue con il testo di Andrea Giordano e Rachele Angela Bernardello che descrivono un momento di transizione dalla prospettiva alla geometria descrittiva, evidenziando il ruolo della stereotomia come ponte tra arte e scienza.

Attraverso un'analisi storica, si evidenzia come la doppia proiezione ortogonale abbia sostituito la prospettiva come metodo dominante di rappresentazione. Dell'assonometria tra visualizzazione del pensiero e rappresentazione dello spazio scrive Stefano Chiarenza, affrontando una riflessione sull'attualità dell'assonometria come strumento utile a esplicitare l'infinito interiore e a spiegarci come le cose sono fatte. Anche in questo caso il ruolo del linguaggio, quello della rappresentazione, diventa centrale in una scelta di forme e stili in grado di svelare aspetti narrativi dell'architettura che il disegno intende descrivere. José Antonio Barrera, insieme a Roberto Narváez-Rodríguez, discutono l'evoluzione della geometria descrittiva nell'architettura, evidenziando il passaggio dal disegno manuale agli strumenti digitali e all'AI, con una trasformazione del linguaggio tecnico. La ricerca mostra come il modo di concepire e comunicare la geometria influenzi il pensiero progettuale, passando dalla rappresentazione bidimensionale all'interazione con modelli generativi. Interessante è l'idea che la geometria non sia solo una tecnica, ma un vero e proprio linguaggio che si adatta alle nuove esigenze cognitive e tecnologiche dell'architettura. Tra le figure che certamente hanno dato un ruolo trasversale alla geometria

descrittiva nella scuola fiorentina c'è quella di Aterino Aterini, le cui ricerche vengono riproposte in un testo di Barbara Aterini.

Infine il testo di Beniamino Polimeni, Martin Richardson e Oliver Peacock che, dall'Inghilterra, esplorano il rapporto tra geometria, design e visualizzazione, analizzando la trasformazione volumetrica dei solidi platonici attraverso modelli digitali, stampa 3D e olografia. L'originalità della ricerca risiede nell'integrazione tra approcci tradizionali e innovativi, evidenziando come la modellazione computazionale e la rappresentazione olografica possano ampliare la comprensione spaziale. Il linguaggio tecnico e interdisciplinare sottolinea la precisione metodologica e la volontà di creare un *framework* operativo per l'architettura e il design. Il contributo principale è la sistematizzazione delle operazioni geometriche per la generazione di forme complesse, offrendo un ponte tra teoria e pratica. Le quattro rubriche chiudono il terzo numero della rivista. Per *Un disegno dal passato* Marco Bini ha scelto il disegno di un Capitello tuscanico e di una base attica realizzato da Nello Bemporad nel 1934. I due elementi architettonici sono rappresentati con una costruzione rigorosa delle ombre, che favoriscono nel disegno la comprensione della morfologia e della tri-

dimensionalità delle modanature. Un'attenzione alla definizione geometrica della forma architettonica in un esercizio di studio che viene contrapposta alla ricerca promossa da Carmela Crescenzi sulla Genesi delle forme complesse nell'architettura di Gaudì, nella rubrica *Un disegno dal presente*. I pilastri e le volte della sacrada familia vengono scomposti e analizzati per ricostruire geometricamente le forme dell'importante basilica.

La rubrica *Un disegno dal passato* ospita poi un altro contributo, curato da Roberta Barsanti e Giovanni Pancani, che descrive un inedito disegno attribuibile probabilmente a Leonardo da Vinci. L'opera, recentemente rinvenuta sulla cappa di un camino in un palazzo di Vinci, raffigura un mostro bizzarro metamorfico dal sapore medievale, che rimanda alla cultura figurativa fiorentina della seconda metà del XV secolo. Un disegno dal passato dunque, che viene però analizzato con le tecnologie digitali per avviare studi e ricerche funzionali alla tutela e valorizzazione dell'importante opera.

Nella rubrica *Codici Grafici*, Giovanni Anzani descrive come tenersi a debita distanza da Punti, Rette e Piani e, in particolare, come sviluppare attraverso algoritmi, nel sistema AutoLISP, le relazioni fondamentali tra enti geometrici, riferendosi all'equidistanza.

Infine il dialogo con il professor Riccardo Migliari.

Ho scritto questo editoriale prima di svolgere l'intervista perché sapevo, come di fatto è stato, che il dialogo con il professore avrebbe in qualche modo influenzato il mio punto di vista su molteplici aspetti inerenti la geometria descrittiva.

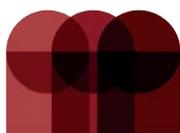
Nel dialogo viene coniugata la dimensione storica della disciplina con i più sofisticati aggiornamenti tecnologici, riflettendo sull'identità della geometria descrittiva e sulle ricerche che Riccardo Migliari sta svolgendo in merito alla prospettiva solida. Mi è piaciuto trovare nelle parole del professore questa duplice attenzione allo spazio percepito e allo spazio euclideo che in qualche modo conferma l'idea di una geometria percettiva che viene associata ad una costruzione di luoghi geometrici che diventano luoghi della ragione umana. Entrare nello studio di Migliari e poter vedere i suoi disegni, la sua passione per l'astronomia e la profonda conoscenza della scienza della rappresentazione è stato davvero un grande privilegio e, considerato che per raggiungerlo serve affrontare un piccolo viaggio nelle campagne romane, questo percorso assomiglia un po' a un cammino vocazionale, un percorso mistico di avvicinamento a un luogo del sapere. Così ho pensato, per la copertina di questo numero, a una cattedrale della geometria.

Un luogo fuori dal tempo che piano piano si scompone, proprio in virtù dell'ordine spaziale, e diventa anche altro, come una grande biblioteca, piena di oggetti e forme non sempre intelligibili, dove ciascuno può vederci quello che vuole. Queste forme, segni e visioni, convergono e divergono, toccando numerose discipline che diventano a loro volta paesaggi. Un Eros Euclideo, un connubio che fonde il desiderio, la passione e la spinta vitale, con l'ordine, la geometria classica e la razionalità delle forme nello spazio. Passione e razionalità sono due impulsi che vengono posti spesso in antitesi l'uno con l'altro ma che ben rappresentano una tensione culturale che alberga nello studio della geometria, nell'amore per la forma e nella ricerca della bellezza per la purezza formale.

Poter entrare in questa cattedrale della geometria vuol dire avere accesso alla conoscenza, mentre il restarne al di fuori vuol dire non riuscire mai a raggiungere una completezza della conoscenza per comprendere come le cose appaiono. Così le due figure in primo piano cercano di baciarsi o di protrarsi con le lingue verso un tesseratto stellato, deformati dal loro essere al di fuori della conoscenza, al di fuori della geometria, al di fuori del disegno.







TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025

MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** A. De Rosa, *Geometrie dello spazio retorico: letteratura weird e architettura*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 14-21.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3229>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 De Rosa A., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## GEOMETRIE DELLO SPAZIO RETORICO: LETTERATURA WEIRD E ARCHITETTURA

*Geometries of Rhetorical Space: Weird Literature and Architecture*

AGOSTINO DE ROSA

Iuav University of Venice  
aderosa@iuav.it

*Geometries of Terror is an academic course (and now also a published volume) that brings together the scientific contributions of the curators from the master's degree program in Architecture at Iuav University of Venice, along with those of the guest speakers from the homonymous lecture series. Most notably, it showcases the graphic works produced by a large group of students, who drew upon their most primal emotions to explore the timeless question: what happens after death? – and above all, in which architectural and/or urban spaces? The answers are contained in graphic and rhetorical reconstructions that are sometimes frightening, sometimes funny, sometimes philosophical, or moving. With honesty and passion, the students of the courses have always explored the liminal space between the fantastic and the everyday with depth and intensity, discovering new ways of looking at who we are and what matters to us, exploring how mysterious, sad, strange and comical it is to be alive or, even worse, when we are no longer alive.*

**Keywords:** Haunted Houses, Drawing, Horror Literature, Weird, Rhetoric Spaces.

Da quando ero piccolo ho letto con costanza racconti di fantasmi. Credo che il primo sia stato ovviamente *Il fantasma di Canterville*<sup>1</sup> (1887) di Oscar Wilde, come per molti ragazzi della mia generazione. Non so perché le storie di questo tipo mi hanno sempre attratto e, tuttavia, su di me hanno esercitato un effetto opposto e contrario rispetto a molti dei miei coetanei. Per me infatti, i fantasmi (quelli di carta, ovviamente) sono sempre state presenze rassicuranti, nonostante il clima perturbante che pervade gli spazi che occupano: l'aria che si gela al loro apparire, l'atmosfera ambientale che vira drammaticamente verso un senso di pesante oppressione (fisica e spirituale) durante le loro manifestazioni, l'affievolirsi o l'acuirsi (a seconda dei narratori) del sistema percettivo nei testimoni delle loro epifanie terrene... Sono tutti elementi che mi hanno sempre trasmesso pace e serenità. In questi giorni, ho finito di rileggere una raccolta di brevi raccon-

ti di fantasmi, edita nel 2018 per i tipi di Hypnos, intitolata *L'ora degli spettri. 29 storie di fantasmi*<sup>2</sup>, curata magistralmente da Pietro Guarriello e Giuseppe Lo Biondo. Molti i racconti che mi sono piaciuti, anche perché il tema delle apparizioni fantasmatiche è inevitabilmente legato a quello delle case infestate, e dunque delle architetture inquietanti. Uno dei racconti, *La sedia a dondolo* (1911), mi ha letteralmente commosso: è stato scritto da un fuoriclasse del genere, Oliver Onions (1859-1931), del quale ho anche letto le raccolte *Il volto dipinto. Racconti di fantasmi* e *La bella incantatrice*<sup>3</sup>. E per uno strano caso del destino, ho rivisto negli stessi giorni *Sicilian Ghost Story*<sup>4</sup> (2017), scritto e diretto da Fabio Grassadonia e Antonio Piazza. Il film si basa su un racconto di uno dei miei scrittori preferiti, Marco Mancassola, intitolato *Un cavaliere bianco*<sup>5</sup>. Non rivelerò il finale di entrambi, ma accennerò solo al fatto che nel film, come nel romanzo,

<sup>1</sup> Cfr. Wilde, *The Canterville Ghost*. Pubblicato inizialmente sulla rivista *The Court and Society Review*, ha goduto di innumerevoli adattamenti cinematografici, televisivi, radiofonici e musicali. Più in generale, sul ruolo di Wilde nella letteratura horror inglese di fine secolo, cfr. J. Machin, *Weird Fiction in Britain 1880 – 1939*.

<sup>2</sup> Cfr. Guarriello, Lo Biondo (cura di), *L'ora degli spettri. 29 storie di fantasmi*.

<sup>3</sup> Cfr. Oliver Onions, *Racconti di fantasmi*; Id., *La bella incantatrice*.

<sup>4</sup> Il film ha raccolto molti premi internazionali, tra cui il David di Donatello 2018 per la Miglior sceneggiatura non originale, e l'Athens International Film Festival 2017 per la Migliore sceneggiatura.

<sup>5</sup> Il racconto si trova in: M. Mancassola, *Non saremo confusi per sempre*.



1 | Planimetria del contesto paesaggistico e della dimora descritta da Henry James ne *Il giro di vite*, con la definizione dei terreni che circondano la struttura (Elaborazione grafica di Riccardo Lippi, Olimpia Maruzzi e Laura Sanna).

2 | Proiezioni ortogonali della dimora descritta da Henry James ne *Il giro di vite* (Elaborazione grafica di Riccardo Lippi, Olimpia Maruzzi e Laura Sanna).



Io cercai rifugio tra le gonne di mia madre, spaventatissimo. Il fenomeno durò per diversi anni e le voci divennero due, sempre provenienti dallo stesso *haunted corner* di quella casa. Difficilmente ormai entravo da solo in sala da pranzo, tale era la paura che mi attanagliava. Ma fu un contatto con l'ignoto, forse solo immaginato, o frutto della 'esuberanza ormonale' di un ragazzino: chissà. Ma i segnali successivamente furono altri e molto perturbanti. Sono cresciuto in un ambiente positivista - mio padre, *in primis*, ma anche mia madre -, ed ho sempre cercato di analizzare e di riflettere in profondità sulle mie esperienze. Le storie di fantasmi diedero alle mie domande delle risposte, non plausibili dal punto di vista fenomenologico, ma letterarie, dunque ancora più interessanti. Come dice Paul Auster in uno dei capitoli della sua *Trilogia di New York*, «le storie capitano solo a chi le sa raccontare<sup>6</sup>». La seconda ragione è appunto di natura estetica: i racconti di fantasmi - soprattutto quelli scritti da autori come Henry James, Montague Rhode James, Oliver Onions, Shirley Jackson, Rudyard Kipling e Walter de la Mare, solo per citarne alcuni - sono spesso veri capolavori letterari, capaci di sintetizzare, nello spazio retorico del genere cui appartengono, la complessità delle emozioni umane più riposte, tra le quali appunto la paura e l'amore. Un precipitato di vita, raccolto in un'ampolla dal vetro oscuro, capace di esporre in evidenza tutti i drammi umani, grazie al soprannaturale. Il terzo motivo, più personale, è che i fantasmi fanno meno paura dei viventi. Tutti i racconti di fantasmi che coinvolgono bambini o bambine hanno quindi una strana eco in me, come se suonasse in quegli scritti una nota, un trillo che conosco bene, o, almeno, credo di aver conosciuto, come ho già raccontato.

<sup>6</sup> Auster, *Trilogia di New York*, p. 197.



3 | Vista dell'esterno di Hill House, come descritta ne *L'incubo di Hill House* di Shirley Jackson, in un'elaborazione grafica di studio (Elaborazione grafica di Federica De Sanctis e Martina Villa).

4 | Proiezioni ortogonali di Hill House (Elaborazione grafica di Anca Florina Bujoreanu, Leonardo Dossi e Beatrice Lucchetta).

5 | Esploso assonometrico con i diagrammi dei cinematismi dei personaggi descritti ne *L'incubo di Hill House* di Shirley Jackson, con i relativi riferimenti testuali (Elaborazione grafica di Federica De Sanctis e Martina Villa).

C'è un'età in cui si è massimamente ricettivi verso il mondo esterno, ma anche verso quello interno, forse inconsapevolmente - una questione d'istinto, direi - e quella è la fanciullezza e parte dell'adolescenza. Le "cose strane" a quell'età non sembrano poi tanto bizzarre e se qualcosa di diverso, eccentrico accade, il suo ricordo si diluisce nel gorgo della memoria infantile che tutto sublima e metamorfizza. Nella fondamentale raccolta di racconti di Patricia Squires (1936), intitolata *Il fantasma nello specchio*<sup>7</sup>, ce ne è uno che mi 'ha parlato' nel linguaggio segreto delle lucertole, come diceva Goethe: quello in cui un bambino incontra una misteriosa donna in bianco che gli mostra un incidente stradale in cui lui stesso si troverà coinvolto dodici anni più tardi. Anche questo caso, non faccio il guastafeste anticipando il finale, dal momento che da quella visione nasceranno una serie di conseguenze esiziali nella vita di questo piccolo uomo. L'incontro però è prelu-

so da fenomeni di uscita dal corpo (o di premorte) del bambino, guidati da una dama bianca, poi ritrovata dallo stesso in una strada primeva che in realtà non esiste nel paese da lui abitato, a cui segue... la rivelazione finale su cui taccio. Come raccontavo poc'anzi, l'incontro metafisico del bimbo descritto con sincera empatia dalla Squires è accaduto anche a me, da piccolo, ma per via acustica e non visiva, e... non venni creduto, proprio come il bimbo nel racconto. Il fenomeno psico-acustico durò un paio di anni circa e poi cessò. Come accennavo prima, da bambini si hanno le antenne della percezione ben orientate verso il mondo visibile, ma anche verso quello invisibile: non so dunque se si sia trattato di un fantasma, o di un'illusione sensoriale. So che è accaduto, e il fatto di averlo percepito per me lo rende reale. Così, da quel momento, l'esperienza acustica è diventata fondamentale nella mia vita e forse il fatto che ascolti molto (musica,

<sup>7</sup> Cfr. Squires, *Il fantasma nello specchio*.

<sup>8</sup> Cfr. Delreth, *L'adorabile fantasma*, in *Giallo Selezione*.

<sup>9</sup> Cfr. Buzzati, *Il cacciatore di vecchi*, in Id., *Il Colombrone [e altri cinquanta racconti]*.

<sup>10</sup> Cfr. Bierce, *Un abitante di Carcosa*, in Id., *I racconti*.

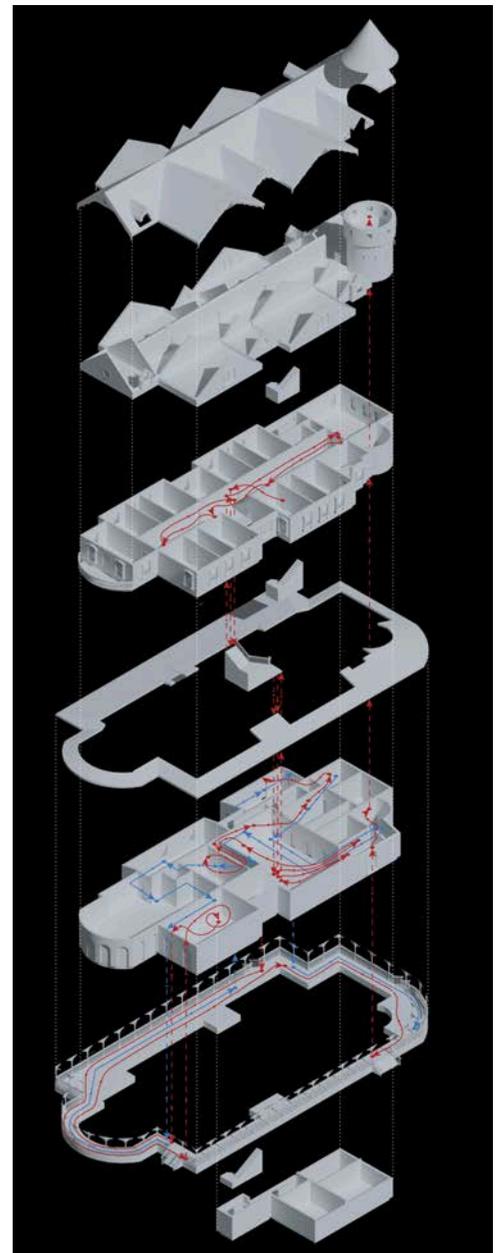
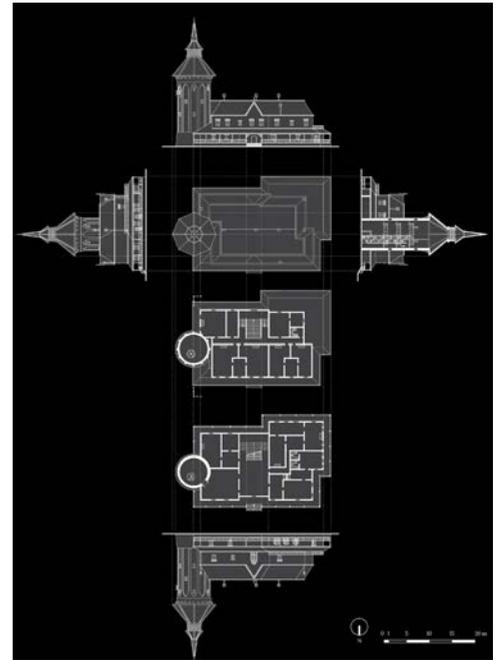
<sup>11</sup> Cfr. Bacchelli, *L'ultimo licantropo*, in Id., *Tutte le Novelle 1911-1951*.

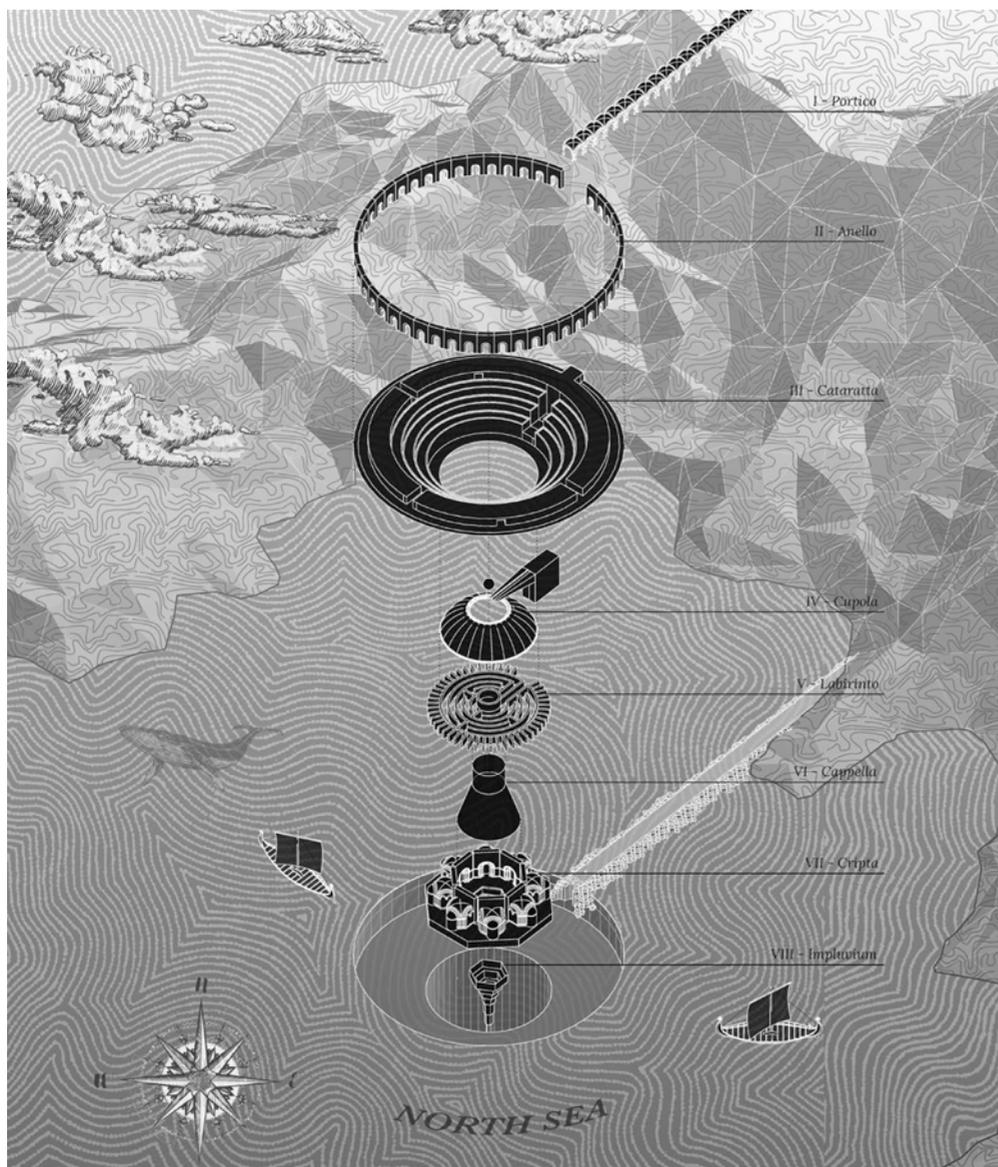
<sup>12</sup> Per i programmi dei rispettivi anni accademici, rimando al sito istituzionale dell'Università Iuav di Venezia.

“ I fantasmi spiegano molte cose che ci accadono, [...] parlo dei fantasmi della mente che ci tormentano e non ci fanno dormire, oppure che ci impediscono di compiere azioni nel verso del bene.

parole di amici e parenti, radio, audiolibri etc.) dipende da quella strana iniziazione perturbante. E ancora per via sonora, ma questa volta radiofonica, quegli stessi racconti sono giunti a me tra il 1979 e il 1987, quando RAI Radio Tre mise in onda un ciclo di trasmissioni dal titolo *Il Racconto di mezzanotte*. Io le ascoltavo tutte le sere, prima di addormentarmi, sotto le coperte, usando una radiolina portatile e un auricolare (sic!) monofonico, e ogni volta era una epifania: l'attore o l'attrice, cioè le voci narranti, intonavano la loro dizione all'ora tarda, ma soprattutto al tema dei racconti, quasi sempre riconducibili al realismo magico o al *weird* più puro, offrendomi sussurri, parole bisacciate, toni oscuri e gravi. Per me era una goduria e dopo dormivo d'incanto, accompagnato da quella 'paura' tutta letteraria (e radiofonica) e, dunque, innocua. Ricordo ancora con piacere la lettura de *L'adorabile fantasma*<sup>8</sup> di August Derleth, oppure de *Il cacciatore di vecchi*<sup>9</sup> di Dino Buzzati; e ancora di *Un cittadino di Carcosa*<sup>10</sup> di Ambrose Bierce, e de *L'ultimo licantropo*<sup>11</sup> di Riccardo Bacchelli, solo per citarne alcuni. Molte di queste trasmissioni le conservo, registrate rocambolescamente su cassette C90, accuratamente catalogate e custodite in uno scatolone in cantina. Le ho risentite in questi giorni, e ho pensato che M. R. James (1862-1936) aveva ragione quando rifletteva sul potere apotropico e salvifico delle *ghost stories*.

Non credo sia stato un caso che, nei giorni del *lockdown*, gli unici libri che riuscivo a leggere fossero di fantascienza e horror, o comunque di letteratura fantastica, gli unici in grado di competere con quella situazione "ai confini realtà" senza sfigurare. Tutto il resto appariva superato e quasi una *mise en scène* artificiale rispetto al mondo reale, immagini di un'epoca lontana anni luce dal qui e ora. I fantasmi spiegano molte cose che ci accadono, dunque: non parlo tanto delle presenze inquietanti dei defunti che si ripropongono nella nostra dimensione: no, quella è "materia da romanzo", come diceva Balzac; parlo invece dei fantasmi della mente che ci tormentano e non ci fanno dormire, oppure che ci impediscono di compiere azioni nel verso del bene. Questi e altri pensieri mi venivano alla mente nel tentativo di spiegare al lettore il perché di questa passione che nasce, oltre che dai motivi personali di cui sopra, soprattutto da un corso universitario, intitolato *Geometrie del terrore*, che conduco da tre anni presso la Laurea Magistrale in *Architettura* dell'Università Iuav di Venezia, dove insegno da circa trenta. C'è voluto coraggio, oltre che studi decennali, per poter affrontare un argomento di studio e di ricerca, oltre che di esercitazione accademica, che in principio ho pensato sarebbe stato respinto da molti dei miei studenti. E invece è accaduto proprio il contrario: un numero di iscritti ai corsi in crescita esponenziale, uditori esterni al mondo accademico e colleghi sempre presenti per curiosità o amore mai confessato per il genere letterario di cui sopra. Del primo di questi corsi è nato un libro omonimo che ne è fedele diari, dedicato allo studio, *sub specie* architettonica, dello spazio retorico nella letteratura fantastica e, nel caso specifico, in quella il cui fulcro narrativo sono le case infestate. Il titolo del corso era appunto *Geometrie del Terrore*, giunto nell'a.a. 2024/2025<sup>12</sup>, alla terza edizione. Le lezioni teoriche hanno affrontato il complesso rapporto tra spazio letterario e spazio fisico, fra configurazione del *plot* narrativo, dei suoi connotati ambientali e l'atmosfera delle *haunted houses*, tra *Genius loci* e vocazione del paesaggio e dell'architettura "visitata", il tutto partendo dagli studi di Eleanor Winsor Leach (1937-2018), già docente presso la Indiana University di Bloomington (USA), e in particolare dal suo libro più noto, *The Rhetoric of Space: Literary and Artistic Representations of Landscape in Repu-*





6 | Esploso assonometrico dell'edificio descritto da Matthew Phipps Shiel ne *La casa dei suoni*, all'interno del suo contesto paesaggistico. (Elaborazione grafica di Thomas Jr Chudoba).

7 | Assonometria isometrica degli elementi distributivi, di arredo e decorativi descritti nel racconto *Ravissante* di Robert Aickman (Elaborazione grafica di Giacomo Verdinelli).

8 | Spaccato assonometrico dell'ambiente fittizio descritto da Mark Danielewski in *Casa di foglie*, con un focus sul labirinto che si sviluppa intorno alla scala elicoidale ipogea (Elaborazione grafica di Marco Pantarotto, Camilla Botturi e Francesco Finotto).

<sup>13</sup> Cfr. Winsor Leach, *The Rhetoric of Space: Literary and Artistic Representations of Landscape in Republican and Augustan Rome*.

<sup>14</sup> Cfr. De Rosa, Lazzaretto, Piccinin (a cura di), *Geometrie del terrore. Lo spazio architettonico nella letteratura weird*.

<sup>15</sup> Baxandall, *Shadows end Enlightenment*, 1995, p. 2.

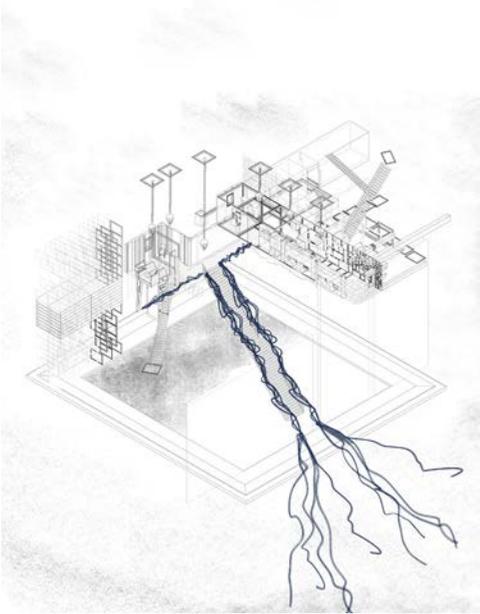
<sup>16</sup> Per la definizione di fantasma e delle sue varianti, si rimanda ai seguenti testi: Kindersley *A History of Ghosts, Spirits and the Supernatural*; Cigliana, *Due secoli di fantasmi Case infestate, tavoli giranti, apparizioni, spiritisti, magnetizzatori e medium*; Owens, *The Ghost: A Cultural History*; Clarke, *A Natural History of Ghosts: 500 Years of Hunting for Proof*; Scotti, *Storia degli spettri*.

*blican and Augustan Rome*<sup>13</sup>. Partendo dalle sue riflessioni critiche, è stato chiesto agli studenti del corso di adottare, come gli uomini-libro di *Fahrenheit 451* (1953) di Ray Bradbury, una *ghost story*, tra quelle selezionate e proposte da me, Giulia Lazzaretto e Giulia Piccinin, e di ricostruire in proiezioni ortogonali, prospettiche e assonometriche quelle dimore avite, adottando un linguaggio formale e un *layout* grafico condivisi, per descrivere spazi, apparizioni, cambiamenti percettivi e ambientali, connessi alle presenze spettrali e/o ultraterrene. Dopo le lezioni teoriche - tenute nella prima parte del corso, e nelle quali sono state trattate alcune questioni teoriche legate alla storia della letteratura *weird*, a quella dell'idea di fantasma e di casa infestata in Occidente, alle nozioni di *ombra* e *cecità*, e dove sono stati approfonditi metodologicamente due casi - è stato organizzato un ciclo di comunicazioni affidate a ospiti esterni, in

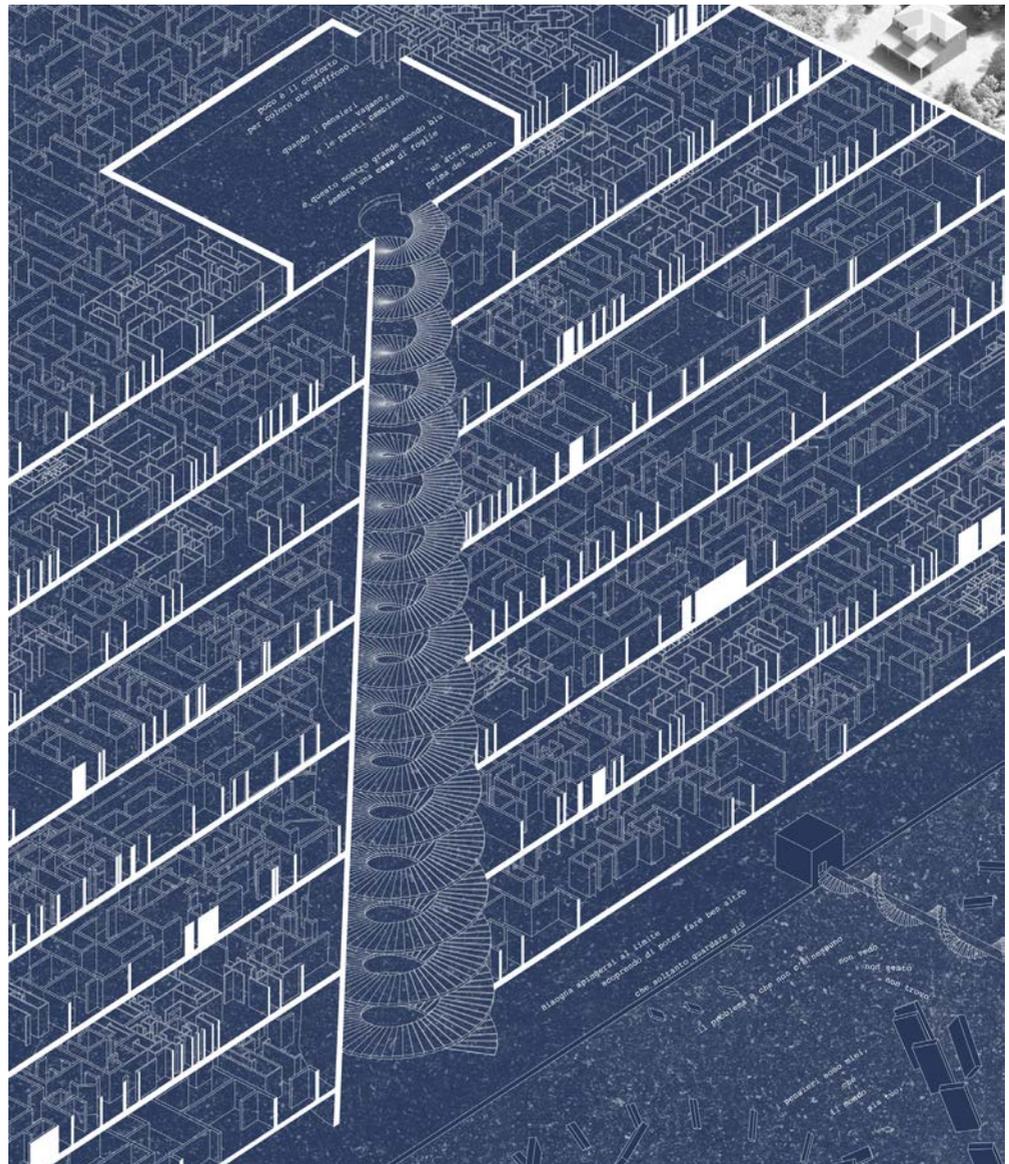
qualità di *guest lecturer*, invitati a coppie, e incentrate sulle relative esperienze accademiche e culturali, scientifiche o di semplici appassionati. Le conferenze di *Geometrie del terrore*, aperte principalmente agli studenti del corso e alla comunità scientifica dello Iuav, hanno riscosso un grande successo di pubblico (con molti ospiti esterni inattesi) e sono state seguite anche al di fuori dell'aula universitaria in cui si svolgevano fisicamente, tramite un servizio di *streaming* appositamente predisposto dagli uffici tecnici dell'Ateneo.

Il volume *Geometrie del Terrore*<sup>14</sup> (il primo di una serie, si spera) raccoglie dunque i saggi scientifici dei curatori del corso e degli invitati al primo ciclo di conferenze, ma soprattutto (nella sua seconda parte) le tavole grafiche (con relative schede testuali) relative a 10 casi studio svolti da un nutrito gruppo di studenti, che hanno attinto alle loro emozioni più primordiali, spingendosi ad affrontare la domanda senza tempo: "cosa avviene dopo la morte?", e soprattutto, in quali spazi architettonici e/o urbani? Le risposte sono contenute in ricostruzioni grafiche e retoriche a volte spaventose, talaltra divertenti, qualche volta filosofiche, oppure commoventi. Con onestà e passione gli studenti del corso hanno sempre esplorato lo spazio liminale tra il fantastico e il quotidiano con profondità e intensità, scoprendo nuovi modi di guardare chi siamo e cosa conti per noi, esplorando quanto sia misterioso, triste, strano e comico essere vivi o, ancora peggio, quando non lo siamo più.

Il tema della casa infestata costituisce una sorta di basso continuo nella cultura popolare e nelle letterature di tutte le epoche, anche se declinato con modalità differenti, a seconda dei contesti antropologici in cui si è *manifestato* e si *manifesta* ancora oggi. Già l'uso di quest'ultima forma verbale induce nel lettore un senso di estraneità e alterità del fenomeno in sé, lasciando intendere che l'apparizione fantasmatica costituisca una sorta di interruzione nella continuità spazio-temporale dell'esperienza secolare di percezione e di appercezione del mondo: è suggestivo che lo storico dell'arte Michael Baxandall abbia usato un'espressione analoga (*hole in a flux*<sup>15</sup>) per definire cosa siano le ombre, lemma spesso associato alla natura effimera e sfuggente dei fantasmi<sup>16</sup>.



Ed in effetti l'incertezza sulla natura delle apparizioni spettrali le colloca *de iure* in quell'area percettiva tra il visibile e l'invisibile, appunto tra luce e ombra (termini duali alle latitudini occidentali, assunti nel loro campo non solo semantico, ma anche fenomenico<sup>17</sup>) che lasciano lo spettatore dell'evento incapace di agire, con i propri sensi cartesiani neutralizzati, e con l'emersione dal profondo di nuove forme di conoscenza (e anche di coscienza)<sup>18</sup>. Questo stato liminale spesso sollecita il percepito che si sia ad un passo dall'isteria, se non della follia: estranea al mondo razionalmente medicalizzato, così ben analizzato da Michel Foucault<sup>19</sup> (1926-1984), l'apparizione di un *revenant* sconvolge l'ordine costituito della realtà, assurgendo ad atto di ribellione, se non addirittura di terrorismo. Cosa accadrebbe se tutti i morti della storia umana ritornassero, improvvisamente risorti con i loro corpi e le loro età originarie, in accordo con le aspettative giudaico-cristiane, bussando alle porte delle loro case, abbandonate forzatamente quando hanno dovuto congedarsi dalla vita terrena? Se lo è domandato lo scrittore italiano Giacomo Papi (1958) in un romanzo<sup>20</sup> di qualche anno fa, in cui l'autore immagina questo evento sconvolgente, con il conseguente *caos* prodotto dalla ricomparsa di milioni di generazioni passate a miglior vita (dall'epoca di apparizione dei primi ominidi, fino ad oggi) nelle città e nei paesaggi – urbani o rurali – del nostro evo, con conseguente sovversione delle regole di convivenza civile tra i viventi, naturali e soprannaturali. *Coloro che non sono più* tornano dunque – molti emergendo dal



mare, come recita l'adagio biblico, evocato sin dal titolo del romanzo – e lo fanno volendo rioccupare non solo il loro ruolo sociale e familiare, ma soprattutto le loro case abbandonate forzatamente in epoche passate. La casa, e più in generale l'architettura, funge da faro attrattivo per corpi e anime che, spaesate, dopo secoli o decenni di sonno che doveva essere eterno, cercano le loro radici, più precisamente il loro passato, senza il quale il loro futuro non avrebbe senso. Ed è in architetture, non solo avite o abbandonate, ma anche funzionali e futuribili che tornano i fantasmi protagonisti di molta letteratura spettrale, moderna e contemporanea<sup>21</sup>, in alcuni casi con un forte desiderio di vendetta, ma più spesso per sciogliere un nodo emotivo che travalica la morte: il più delle volte, statisticamente parlando, si tratta di storie d'amore incompiute o inesprese, talvolta troncate da un evento infausto, causato dal *villain* di turno, oppure scatenato

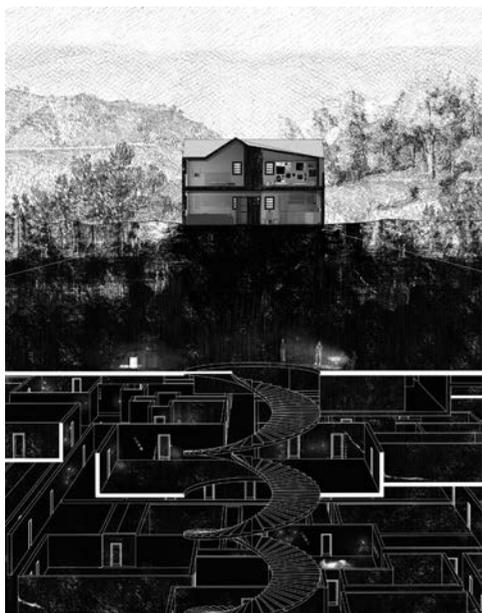
*Fantasma, medium e case infestate fra scienza e letteratura*, 2013; Pilo, Fusco, *Il Fantasma*, in Id., *Storie di fantasmi*; Aykroyd, *A History of Ghosts. The True Story of Séances, Mediums, Ghosts, and Ghostbusters*; Maxwell-Stuart, *Ghosts: A History of Phantoms, Ghouls, & Other Spirits of the Dead*; Roach, *Spettri Apparizioni, ectoplasmi e care presenze. La vita dopo la morte secondo la scienza*; Fusco, *Fantasma, streghe e case infestate. Nella realtà, nella letteratura e nel cinema*; Conti, Uomini e spettri.

<sup>17</sup> Si veda in merito: De Rosa, *Geometrie dell'ombra. Storia e simbolismo della teoria delle ombre*; Id., a cura di, *Tra luce e ombra*; Id., *L'infinito svelato allo sguardo. Forme della rappresentazione estremo-orientale*.

<sup>18</sup> In merito, si veda anche Todorov, *The Fantastic: A Structural Approach to Literary Genre*, p. 25.

<sup>19</sup> Cfr. Foucault, *Nascita della clinica. Una archeologia dello sguardo medico*.

<sup>20</sup> Cfr. Papi, *I primi tornarono a nuoto*. In contemporanea alla pubblicazione del libro, si ricorda che lo stesso plot narrativo è stato alla base di una serie televisiva francese, *Les Revenants*, creata da Fabrice Gobert e trasmessa, a partire dal novembre 2012, in due serie da 16 episodi complessivi. Anche in questo caso gli episodi che la compongono dilatavano il tema di un film del 2004, dal titolo *Quelli che ritornano* con la regia di Robin Campillo. La serie francese ha avuto anche un adattamento negli USA con il titolo *The Returned* (Netflix 2015).



9 | Sezione prospettica della dimora descritta da Mark Danielewski in *Casa di foglie*, e del labirinto presente oltre le relative stanze (Elaborazione grafica di Salvatore Paolo Alfio Reina e Pietro Trentini).

<sup>21</sup> In merito all'analisi critica della diffusione del genere spettrale in relazione al tema della casa infestata, si rimanda a: Corigliano, *Nessuna casa vuota: l'abitazione infestata nella letteratura del soprannaturale*; Matheson, *Surrealism and the Gothic Castles of the Interior*; Lugli, *L'orrore sotto casa. La dimora pestilens da Plauto a H.P. Lovecraft*; Scalessa, *La casa infestata tra letteratura scientifica e narrativa*, in Id., a cura di, "Gli inquilini del piano di sopra. Case infestate nelle ghost stories"; Schmitz, *Haunted by a House: The Terrors of Postmodernity in American Haunting House Tales*.

<sup>22</sup> Sulle strutture narrative del testo, si rimanda alla bella tesi dottorale di Avagliano, *Le strategie testuali della suspense nelle ghost stories di Henry James*. Lo studio si articola sull'esame retorico di tre racconti fantastici di James, ovvero: *The Turn of the Screw* (1898), *The Jolly Corner* (1908) e *The friends of the Friends* (1896).

<sup>23</sup> Per un'analisi sub specie architettonico-paesaggistica del termine si rimanda al classico Norberg, Schulz, *Genius Loci. Paesaggio Ambiente Architettura*. Si veda anche: Dixon Hunt, *Genius Loci: An Essay on the Meanings of Place*.

<sup>24</sup> Cfr. Bulwer Lytton, *La casa e il cervello. The haunted and the haunters*. Un'interessante riflessione critica sulle radici classiche del tema trattato nel racconto, si trova in: González-Rivas Fernández, *The Haunted and the Haunters; or the House and the Brain*, by Edward Bulwer-Lytton: a Victorian Literary Updating of Pliny the Younger's Ghost Story (Plin. Ep. 7, 27, 5–11).

<sup>25</sup> Circa le pratiche rituali di protezione di un cantiere architettonico, a partire dalle sue fondazioni, ma soprattutto in relazione all'ombra, si rimanda al celebre testo di Frazer, *Il ramo d'oro. Studio della magia e la religione*.

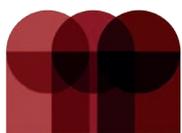
<sup>26</sup> Cfr. Corinzi, 13:12, ma anche Ingmar Bergman (1961), e soprattutto Sheridan Le Fanu (1872).

dal caso, indifferente ai sentimenti umani e rispondente ad un ordine naturale che non distingue il bene dal male. Ma perché dovrebbe poi farlo? Lo schema retorico<sup>22</sup> sembra ripetersi dunque, con la casa che diventa un agente infestato e infestante – maniero o villa, spelonca o edificio per appartamenti che sia – ma che appare essere vincolata, sin dalle fasi iniziali della sua ideazione e progettazione, ad un destino maledetto inevitabile: esiste dunque in esse un *genius loci*<sup>23</sup>, nell'accezione latina e vitruviana del termine, che le condanna al male *ab origine*. Il testo di Edward Bulwer Lytton *La casa e il cervello*<sup>24</sup> (*The haunted and the haunters*, 1859) lo esemplifica in modo paradigmatico, soprattutto per l'approccio scienziato del suo autore, incline a spiegare il fenomeno spettrale all'interno di un orizzonte razionale, in cui le manifestazioni dell'occulto ci appaiono tali solo perché la scienza non è stata ancora in grado di spiegarle. La letteratura sul tema della casa infestata è vastissima e, appunto, infestante ogni tentativo di discorso critico sul tema, ma nello svolgimento delle lezioni del corso ho scelto di analizzare due *casi studio* celeberrimi, entrati rapidamente, dopo la loro pubblicazione, tra le opere paradigmatiche del genere, anzi capaci di fissare un canone: si tratta de *Il giro di vite* (1898) di Henry James e de *L'Incubo di Hill House* (1959) di Shirley Jackson, opere caratterizzate da due differenti tipologie nel processo di insediamento spettrale. Nel primo caso, la casa descritta da James diventa infestata dopo alcuni fatti esecrandi e luttuosi, perpetrati da esseri viventi, ormai ridotti a fantasmi, che tornano per

completare la loro opera di corruzione su due minori. Nel secondo caso, quello narrato da Shirley Jackson, la casa è maledetta dalla sua fondazione: l'architetto che ne delineò spigoli e solai, mura e torrioni, tetti e verande operò fin dall'inizio della sua costruzione seguendo una pianificazione strutturale maligna, di cui è impossibile liberarsi. Il primo caso, come vedremo, ammette un atto esorcistico di liberazione del sito, mentre il secondo è condannato alla perdizione eterna, le sue fondamenta essendo state allocate nell'essenza più profonda del male<sup>25</sup>: entrambe però impongono il sacrificio di un vivente. James e Jackson, dicevo: due vite allo specchio, dunque, ma *through a glass, darkly*<sup>26</sup>; due teorie del romanzo (una esplicita, l'altra implicita) apparentemente antitetiche, ma carsicamente connesse da un'attenzione maniacale al linguaggio interiore della coscienza; due *architetti del terrore*, uno centrifugo e l'altra centripeta. Non so se sia riuscito a spiegare come si siano connotate le loro strategie scopiche in relazione alla presenza spettrale, reale o ipotetica che fosse per entrambi, in questi due capolavori della letteratura di tutti i tempi. Certo per me è stata un'occasione per parlare ancora una volta di quel bambino che, in un angolo dello sgabuzzino di casa, era impaurito da una voce misteriosa che lo chiamava a sé dalla stanza di fronte. Da quella paura è nata, poi, una felicità.

## Bibliografia

- P. Auster, *Trilogia di New York*, Einaudi, Torino 2013.
- R. Avagliano, *Le strategie testuali della suspense nelle ghost stories di Henry James*, Relatore: Prof.ssa R. Ferrari, Università di Pisa, Scuola di Dottorato in Discipline Umanistiche, Dottorato di Ricerca in Letterature Straniere Moderne (Curriculum: Inglese), Ciclo XXII, 2011.
- P. H. Aykroyd, *A History of Ghosts. The True Story of Séances, Mediums, Ghosts, and Ghostbusters*, Harmony/Rodale, Londra 2009.
- R. Bacchelli, *L'ultimo licanthropo*, in Id., *Tutte le Novelle 1911-1951*, Arnoldo Mondadori Editore, Milano 1958.
- M. Baxandall, *Shadows end Enlightenment*, Yale University Press, New Haven & London 1995, (trad. It. *Ombre e Lumi*, Biblioteca Einaudi, Torino 2003).
- A. Bierce, *Un abitante di Carcosa*, in Id., *I racconti Biblioteca di Letteratura Fantastica 32*, Edizioni Theoria, Roma 1994.
- E. Bulwer Lytton, *La casa e il cervello. The haunted and the haunters*, a cura di Pietro Guarriello, Aspis, Milano 2023.
- D. Buzzati, *Il cacciatore di vecchi*, in Id., *Il Colombre [e altri cinquanta racconti]*, Narratori Italiani 145, Arnoldo Mondadori Editore, Milano 1966.
- S. Cigliana, *Due secoli di fantasmi Case infestate, tavoli giranti, apparizioni, spiritisti, magnetizzatori e medium*, Edizioni Mediterranee, Roma 2018.
- R. Clarke, *A Natural History of Ghosts: 500 Years of Hunting for Proof*, Penguin, Londra 2013.
- S. Conti, *Uomini e spettri*, Mondadori, Milano 1997.
- F. Corigliano, *Nessuna casa vuota: l'abitazione infestata nella letteratura del soprannaturale*, in *Providence Tales. La rivista dei racconti fantastici, horror, weird, pulp*, 5, 2020.
- A. De Rosa, *Geometrie dell'ombra. Storia e simbolismo della teoria delle ombre*, CittàStudiEdizioni, Milano 1997.
- A. De Rosa, *L'infinito svelato allo sguardo. Forme della rappresentazione estremo-orientale*, CittàStudiEdizioni, Milano 1998.
- A. De Rosa (a cura di), *Tra luce e ombra*, Il Poligrafo, Padova 2004.
- G. Lazzaletto, G. Piccinin (a cura di), *Geometrie del terrore. Lo spazio architettonico nella letteratura weird*, Anteferma edizioni srl., Conegliano 2025.
- A. Delreth, *L'adorabile fantasma*, in *Giallo Selezione*, 64, Editoriale SAT, Roma 1963.
- J. Dixon Hunt, *Genius Loci: An Essay on the Meanings of Place*, Reaktion Books, Londra 2022.
- M. Foucault, *Nascita della clinica. Una archeologia dello sguardo medico*, Einaudi, Torino 1969.
- J. Frazer, *Il ramo d'oro. Studio della magia e la religione*, Bollati Boringhieri, Torino 2012.
- S. Fusco, *Fantasmì, streghe e case infestate. Nella realtà, nella letteratura e nel cinema*, Mondo Ignoto, Roma 2001.
- A. González-Rivas Fernández, *The Haunted and the Haunters; or the House and the Brain, by Edward Bulwer-Lytton: a Victorian Literary Updating of Pliny the Younger's Ghost Story (Plin. Ep. 7, 27, 5–11)*, in *English Studies*, XCVII, 2016, 8, pp. 837-858.
- P. Guarriello, G. Lo Biondo (cura di), *L'ora degli spettri. 29 storie di fantasmi*, Hypnos, Milano 2018.
- D. Kindersley, *A History of Ghosts, Spirits and the Supernatural*, DK, Londra 2024.
- U. Lugli, *L'orrore sotto casa. La dimora pestilens da Plauto a H.P. Lovecraft*, in *Futuro Antico: collana di studi linguistico-letterari sull'antichità classica del Dipartimento Francesco Della Corte*, 11, Erredi Grafiche Ed., Genova 2016.
- J. Machin, *Weird Fiction in Britain 1880–1939*, Springer International Publishing, Londra 2018.
- M. Mancassola, *Non saremo confusi per sempre*, Einaudi, Milano 2011.
- N. Matheson, *Surrealism and the Gothic Castles of the Interior*, Routledge, Londra 2018.
- P. Maxwell-Stuart, *Ghosts: A History of Phantoms, Ghouls, & Other Spirits of the Dead*, Tempus Pub Ltd, Londra 2006.
- C. Norberg-Schulz, *Genius Loci. Paesaggio Ambiente Architettura*, Electa, Milano 1979.
- O. Onions, *Racconti di fantasmi*, Hypnos, Milano 2017.
- O. Onions, *La bella incantatrice*, Hypnos, Milano 2024.
- S. Owens, *The Ghost: A Cultural History*, Tate Gallery, Londra 2017.
- G. Papi, *I primi tornarono a nuoto*, Einaudi, Stile Libero Big, Torino 2012.
- G. Pilo, S. Fusco, *Il Fantasma*, in Id., *Storie di fantasmi*, Newton Compton, Roma 2013.
- M. Roach, *Spettri Apparizioni, ectoplasmi e care presenze. La vita dopo la morte secondo la scienza*, Einaudi, Torino 2006.
- G. Scalessa, *La casa infestata tra letteratura scientifica e narrativa*, in Id. (a cura di), *Gli inquilini del piano di sopra. Case infestate nelle ghost stories*, Nuova Delphi, Roma 2016.
- R. Schmitz, *Haunted by a House: The Terrors of Postmodernity in American Haunting House Tales*, MA Dissertation, Leiden University, Leida 2015.
- M. Scotti, *Storia degli spettri. Fantasmi, medium e case infestate fra scienza e letteratura*, Feltrinelli, Milano 2013.
- P. Squires, *Il fantasma nello specchio*, Agenzia Alcatraz, Milano 2022.
- T. Todorov, *The Fantastic: A Structural Approach to Literary Genre*, Press of Case Western Reserve University, Londra 1973.
- O. Wilde, *The Canterville Ghost*, Londra 1887.
- E. Winsor Leach, *The Rhetoric of Space: Literary and Artistic Representations of Landscape in Republican and Augustan Rome*, Princeton University Press, Princeton 1988.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** G. M. Valenti, L. Carlevaris, *Con lo sguardo verso  $i\pi_1$ . "Emergenze" di ricerca per la geometria descrittiva*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 22-33.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3245>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Valenti G. M., Carlevaris L., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## CON LO SGUARDO VERSO $i\pi_1$ . "EMERGENZE" DI RICERCA PER LA GEOMETRIA DESCRITTIVA

*Looking toward  $i\pi_1$ . Research "emergencies" for Descriptive Geometry*

GRAZIANO MARIO VALENTI, LAURA CARLEVARIS

Sapienza University of Rome

Corresponding author: [grazianomario.valenti@uniroma1.it](mailto:grazianomario.valenti@uniroma1.it)

*The paper aims to offer a critical reflection on the current research panorama in the field of Descriptive Geometry. What is discussed here is a path consolidated over time through the constant research activity of a group of scholars. The reflections presented aim to bring together both the scientific and historical, theoretical and methodological foundations of the discipline, as well as the most recent areas of research, with the attention always focused on applications and the contribution offered by the continuous and accelerated transformation of tools. Through an illustrative collection of some "emerging" research identified in a national and international milieu, the contribution observes the state of the art of the field of study, focusing on different paths: some obvious and established, others forgotten or little frequented, which appear fertile and rich in potential. An analysis that observes, with equal dignity, basic, applied and didactically oriented research. An analysis, again, that ranges from philological and methodological rigor, proper to analog drawing, to the expressive derogations in the representation of form apparently granted by the latest digital technologies. Finally, an analysis that submits to the evaluation of the scientific community some possible critical issues to come: real potential "emergencies," which may require an extraordinary effort to be contained, addressed, resolved, assimilated and, above all, shared.*

**Keywords:** *Descriptive Geometry, Form Conception and Control, Model.*

### Introduzione e cenni storici

Individuare le origini di una Scienza della rappresentazione è questione ampiamente dibattuta e la sua trattazione richiederebbe uno spazio ampio e dedicato; vogliamo però qui ricordare, in modo sintetico e strettamente connesso a quanto di seguito illustrato, il percorso che ha visto la disciplina accolta e interpretata all'interno delle diverse Scuole sul territorio italiano e da parte dei diversi gruppi di ricercatori che hanno contribuito in modo significativo a focalizzare, sviluppare, caratterizzare e innovare i principi teorici, metodologici e applicativi di questa scienza.

Dopo il riconoscimento del ruolo della componente tecnica del disegno avvenuto all'interno delle scuole per la formazione della figura dell'ingegnere militare in Francia<sup>1</sup>, dove la componente grafica e applicativa della disciplina risultava già centrale, la geometria de-

scrittiva viene via via associata a una formazione di matrice matematica. Nel corso dell'Ottocento, sono prevalentemente i matematici a tenere in vita la disciplina, in molti casi allontanandosi dalle applicazioni e dalla parte "pratica" dell'approccio progettuale.

Nell'ultimo quarto dell'Ottocento un'importante svolta incide, in Italia, sulla futura formazione degli architetti e sul destino della geometria descrittiva: si tratta dell'istituzione del Regio Istituto di Belle Arti, che si configura in maniera del tutto autonoma rispetto all'Accademia di San Luca<sup>2</sup>.

Questo passaggio segna il punto di avvio di un pensiero nuovo intorno alla figura dell'architetto e all'autonomia del suo ruolo rispetto a quello dell'ingegnere, avviando «quel progetto culturale e sociale teso a rendere l'insegnamento dell'architettura più rispondente alle mutate esigenze della società civile italiana»<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Cfr. Sakarovitch, *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive. XVIe-XIXe siècle*; Taton, *L'école royale du Génie de Mézières*; Taton, *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIIIe siècle*.

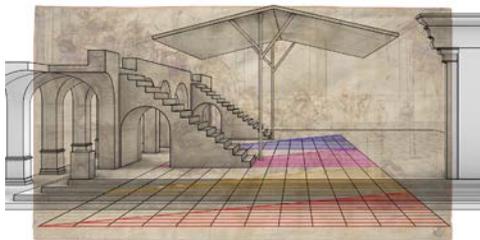
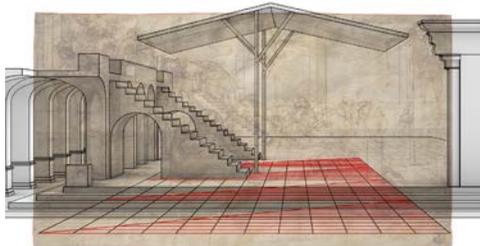
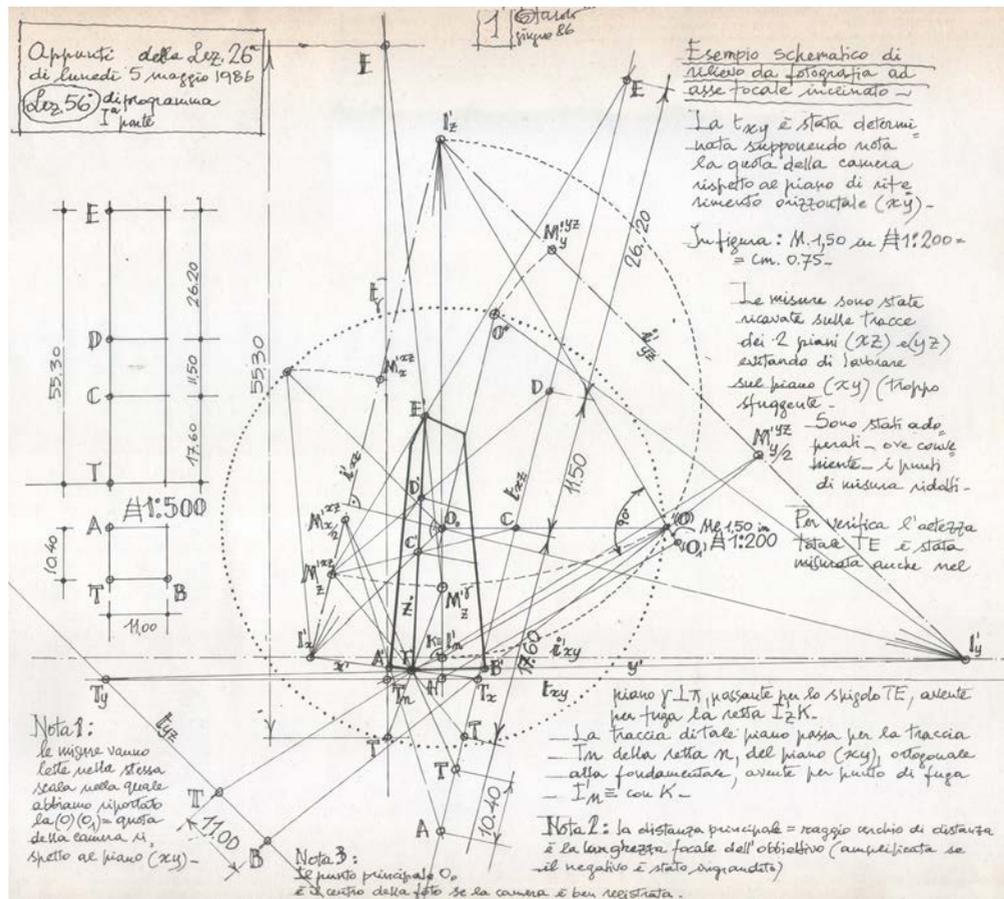
<sup>2</sup> Bianchini, Docci, *La Scuola romana del Disegno nel centenario della Facoltà di Architettura della Sapienza Università di Roma*, p. 2.

<sup>3</sup> *Ibid.*

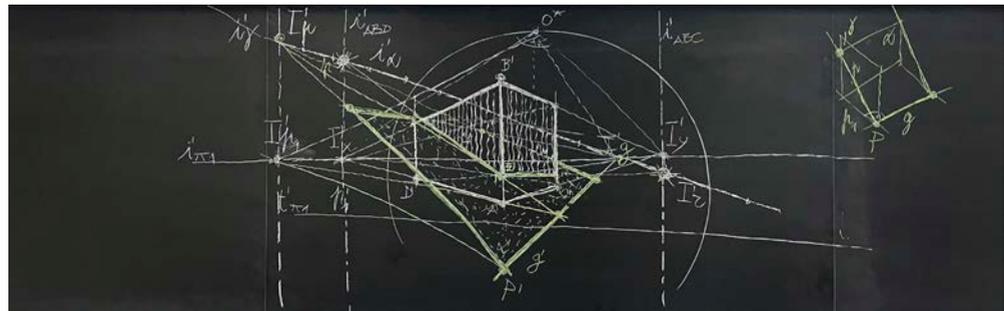
“ La geometria che si “manipola” per mezzo dello spazio digitale è ancora una geometria riconducibile alla schematizzazione antropometrica e razionale delle tre dimensioni.

1 | Orseolo Fasolo. A sinistra, copertina del cosiddetto “Fascicolo giallo” che il professore elaborò e regalò ai suoi studenti come saluto in occasione dell'a.a. 1985-1986, suo ultimo anno di insegnamento “ufficiale” (in seguito, continuò ad insegnare ancora per diversi anni); a destra, una delle tavole presenti nel fascicolo: si tratta di un elaborato che organizza la componente grafica e quella testuale in maniera chiara e originale.

2 | Marco Fasolo. La conoscenza e il controllo delle forme nello spazio prospettico. Disegno didattico, dicembre 2024.



3 | Fabrizio Ivan Apollonio, Marco Gaiani. Leonardo da Vinci, lo Studio per la Adorazione dei Magi visto attraverso ISL. Sovrapposizione con la scena degli elementi architettonici: in alto restituiti mediante l'utilizzo della prospettiva rigorosa; in basso restituiti mediante l'utilizzo della prospettiva “pratica” o semplificata.



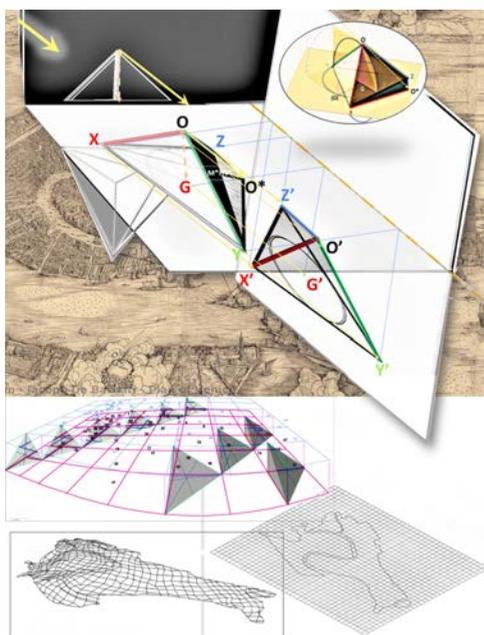
La scelta risulterà determinante per l'istituzione della prima Scuola di formazione italiana riservata alla figura professionale dell'architetto, che nasce a Roma nel corso del secondo decennio del Novecento.

Nella Regia Scuola Superiore di Architettura<sup>4</sup>, presto seguita da molte altre scuole nelle principali città italiane, la formazione si va strutturando intorno all'ideale di una figura di architetto integrale<sup>5</sup>, dalle competenze articolate e complesse, attivo su molteplici piani: storico, artistico, scientifico, formale e compositivo, ma anche costruttivo e amministrativo<sup>6</sup>. Nonostante questo ideale olistico, le discipline caratterizzanti cominciano a specializzarsi e a formare quei raggruppamenti tematici che confluiranno, in seguito, nella definizione dei Settori Scientifici Disciplinari (SSD).

Nelle nuove Scuole di Architettura la geometria descrittiva si presenta come una materia fortemente caratterizzante, ma la sua settecentesca matrice scientifica e il suo legame con la formazione nelle scuole di ingegneria militare sembrano rinsaldare il legame con l'ambito matematico. Lo studio, i testi, l'insegnamento e, in generale, i fondamenti teorici rimangono a lungo legati a figure di matematici, spesso di alto livello ma certamente più orientati verso un approccio teorico che non verso la natura applicativa del disegno, che trova spazio in corsi che riguardano il disegno dal vero, la storia dell'architettura, il rilievo dei monumenti.

È questo il momento in cui va consolidandosi quella tripartizione che ancora oggi, nonostante il panorama sia fondamentalmente cambiato, sembra difficile

<sup>4</sup> I corsi iniziano nell'anno accademico 1920-1921; nel 1935 la Scuola diventa Facoltà di Architettura: Carnevali, Fasolo, Lanfranchi, *Il Disegno e la Scuola Superiore di architettura*, p. 241.  
<sup>5</sup> Carnevali, Fasolo, Lanfranchi, *Il Disegno*, cit., pp. 239-241.  
<sup>6</sup> Ivi, p. 240.



4 | Fabrizio Gay. Dimostrazione del teorema di Pohlke basata sulla traduzione di un'assonometria obliqua generica in una figura rapportabile a un'assonometria ortogonale isometrica. In alto: rappresentazione dell'idea della dimostrazione (illustra la prospettiva dalla quale si ricava l'omologia); in basso: un'applicazione alla traduzione della veduta di Venezia di Jacopo De Barbari con parti ritratte in diverse pseudo prospettive parallele in una nuova immagine in assonometria ortogonale isometrica.

- 7 Bianchini, Docci, *La Scuola romana*, cit. p. 70.
- 8 De Carlo, Migliari, *Un manifesto per il rinnovamento della Geometria Descrittiva*.
- 9 A Laura De Carlo e Riccardo Migliari si sono associati nella redazione del *Manifesto* Luigi Cocchiarella (Milano), Roberto Corazzi (Firenze) e Michele Inzerillo (Palermo).
- 10 Si veda anche Carlevaris, De Carlo, Migliari, *Attualità della Geometria Descrittiva*.
- 11 Responsabile scientifico del PRIN 2008: Riccardo Migliari, Sapienza Università di Roma. Altri atenei coinvolti nel progetto: Università degli Studi di Udine, resp. sc. Roberto Ranon; Università degli Studi di Genova, resp. sc. Maura Boffito; Politecnico di Milano, resp. sc. Michela Rossi; Università IUAV di Venezia, resp. sc. Agostino De Rosa. Molte le pubblicazioni uscite come esito della ricerca. Si vedano, in particolare: Migliari, *Descriptive Geometry: from its Past to its Future*; Casale, *Geometria Descrittiva e rappresentazione digitale. Memoria e innovazione*.
- 12 Monge, *Géométrie descriptive*.
- 13 Ivi, p. 5.
- 14 *Ibid.*
- 15 Cfr. Migliari, *La Geometria descrittiva nel quadro storico della sua evoluzione [...]*.
- 16 Si pensi, ad esempio, agli splendidi plastici territoriali elaborati dall'esercito napoleonico nel corso dell'Ottocento.
- 17 Si veda, ad esempio, Pavignano, *Models for Geometry: Thoughts for an Interdisciplinary Dissemination*.
- 18 La questione, antica e molto discussa, è stata riaperta nel nostro ambito disciplinare già da un ventennio. Si vedano, ad esempio, Migliari, *La prospettiva e Panofsky*; Fasolo, Migliari, *Decio Gioseffi e La prospettiva come "forma simbolica"*.
- 19 Valenti, *MI, il modello integrato; Di-segno e modello*, pp. 23-38.

da superare e che vede distinti gli ambiti della Geometria descrittiva, del Rilievo e del Disegno dell'Architettura<sup>7</sup>.

L'aver posto l'accento sui suoi aspetti teorici e matematici sembra impoverire la geometria descrittiva, che va incontro a quella che appare come una fase di indebolimento che la porterà, intorno agli anni Ottanta del Novecento, a non comparire tra le materie caratterizzanti (e quindi obbligatorie) in molte facoltà italiane. Sarà però forse proprio questa fase che, allontanando l'interesse dei matematici, porterà nuova linfa alla disciplina, che sarà presa in mano dagli architetti e riproposta in maniera del tutto rinnovata. Si comincia così a ragionare intorno a un'idea profondamente innovativa – per quanto fondata su concetti antichi – che permette di vedere le diverse fasi della rappresentazione riunite intorno a un unico concetto. Questo concetto si consolida intorno all'idea di "modello", che diventa oggetto della rappresentazione, ma, al contempo, modalità stessa della rappresentazione, e che permette di riunire l'esistente e il progetto, il disegno e la *maquette*, i metodi della rappresentazione e le sue scale.

Fra i protagonisti di questa transizione un ruolo particolare va riconosciuto a Orseolo Fasolo, promotore di una radicale rilettura della disciplina che, attraverso le sue diverse forme espressive e prendendo gradualmente le distanze dalla sua matrice matematica, riporta in posizione centrale l'architettura, le sue peculiarità, le sue esigenze comunicative. In quanto nuovo "utente finale", è dunque l'architettura stessa a richiedere un rinnovamento della disciplina, che riscopre non tanto nuovi fondamenti, quanto nuovi processi grafici e creativi, dimostrando di potersi, sapersi e doversi conformare a un mondo in trasformazione.

Questo processo trova senz'altro nuovo impulso nella istituzione, nel 1979, di un Settore Scientifico Disciplinare dedicato al Disegno e, in rapida successione, dalla nascita di dipartimenti disciplinari e della Unione Italiana per il Disegno (UID), società scientifica che dal 1980 a oggi ha coinvolto e portato al confronto le diverse realtà locali.

Il dibattito appare, fin dagli inizi, acceso e interessante poiché sempre a quegli anni vanno annoverate le prime sperimentazioni del disegno digitale nella didattica e nella ricerca avviate all'interno nelle scuole di architettura.

Fin dal primo momento, infatti, si manifestano ovvie incomprensioni e opposizioni fra conservatori e innovatori, ma appare chiara a tutti la necessità di rinnovare la didattica del Disegno.

Un rinnovamento che doveva interessare in modo particolare la geometria descrittiva, disciplina che più di altre, fra quelle dell'area del Disegno, sembrava a repentaglio esistenziale proprio in conseguenza dell'avvento delle tecnologie digitali.

Molti ricercatori e docenti colsero così l'occasione di avviare un nuovo, radicale processo di trasformazione che, nel tempo, ha traghettato la disciplina verso un futuro che, oggi, possiamo considerare presente e che permette alla geometria descrittiva di essere ancora sufficientemente flessibile per compiere quei nuovi, ineluttabili passi verso le proposte di una tecnologia in continua evoluzione.

Il prezioso lavoro di questi pionieri, primi interpreti dell'adozione di una materia dalla natura scientifico-quantitativa in un ambito umanistico-qualitativo, ha dato origine a vere e proprie scuole, coaguli di ricercatori geograficamente distribuiti che hanno condiviso problemi e trovato soluzioni partendo da una visione comune.

L'avvento del digitale, caratterizzato da una continua evoluzione delle metodologie, se da un lato ha messo a dura prova il terreno consolidato da queste scuole, dall'altro è stato propulsore di un importante rinnovamento che oggi vede il senso del termine geometria descrittiva notevolmente ampliato, ulteriormente consolidato e, più di ogni altra cosa, profondamente arricchito. Se ciò è avvenuto lo dobbiamo a tutti quei ricercatori, che con grande coraggio e impegno, anziché sottrarsi hanno prima accettato il non semplice impatto con le tecnologie digitali, le hanno poi assecondate e infine sono giunti ad utilizzarle – potremmo metaforicamente dire "cavalcarle" – per dare ancora più forza alla geometria descrittiva.

Nel 2008, un momento di convergenza di riflessioni e obiettivi è confluito nella redazione di un *Manifesto per il rinnovamento della Geometria descrittiva*<sup>8</sup> proposto da Laura De Carlo e Riccardo Migliari e sottoscritto da altri docenti di diversi atenei italiani<sup>9</sup>.

Il *Manifesto*, presentato come bozza di un documento da sottoporre all'intera comunità scientifica, ha proposto l'avvio di un dibattito collettivo e la condivisio-

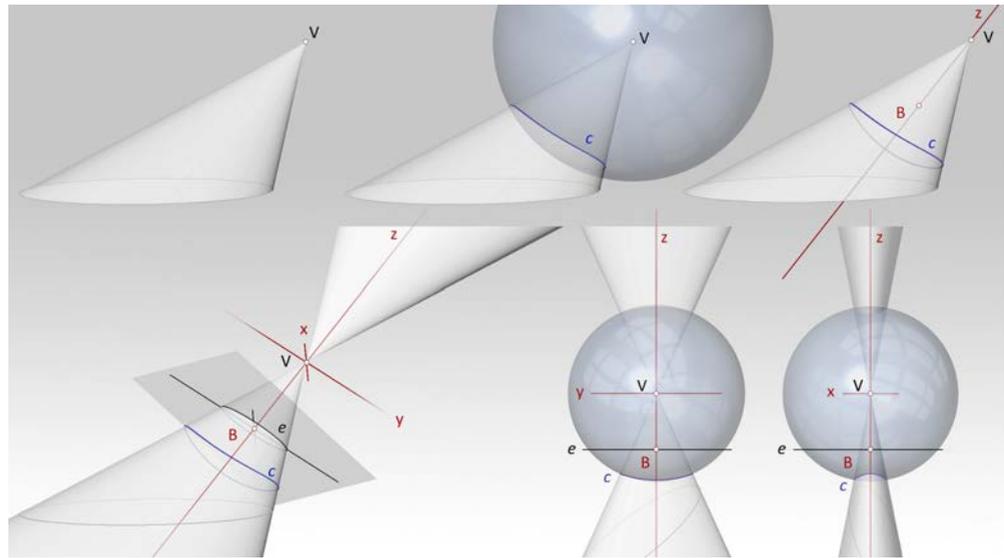
ne di idee, materiali bibliografici, ricerche e l'avvio di un glossario condiviso<sup>10</sup>. Se consideriamo il progredire della ricerca e delle tecnologie da essa adottate, potremmo con ragione affermare che ogni 10 anni il settore affronta un *upgrade* metodologico significativo. Un intervallo che, calato sulla vita accademica del ricercatore, segna con distinzione un passaggio generazionale: ne deriva che già quattro generazioni di ricercatori, a partire dagli anni Ottanta, si sono con costanza impegnate e passate il testimone nel sostenere il rinnovamento della geometria descrittiva. Questo passaggio appare recepito in maniera importante a livello nazionale e non solo: ne sono prova i finanziamenti che hanno premiato le ricerche nell'ambito della geometria descrittiva e il condiviso interesse che ha avuto, tra gli altri, il Progetto di Rilevante Interesse Nazionale (PRIN) 2008 dal titolo *Geometria Descrittiva e rappresentazione digitale. Memoria e innovazione* proposto e coordinato da Riccardo Migliari, che ha riunito figure provenienti da molti atenei distribuiti sul territorio nazionale, contribuendo alla diffusione e alla verifica a grande raggio di un pensiero che è risultato ampiamente condiviso<sup>11</sup>.

### Sul termine geometria descrittiva

In questo scenario di impegno e varietà interpretativa, quale significato assume oggi il termine geometria descrittiva? Su quali fronti si è consolidata ed è assiduamente operativa la ricerca scientifica? E ancora: quali sono gli " $\pi_1$ " del prossimo futuro?

Ripartiamo dal significato storico e terminologico della geometria descrittiva per proporre un'accezione generale e attuale che contenga i valori nobili della tradizione e le proiezioni – anche ambiziose – degli sviluppi futuri.

I due obiettivi della geometria descrittiva individuati da Gaspard Monge in apertura del suo lavoro<sup>12</sup>, ancora oggi attuali, a seguito delle trasformazioni occorse negli strumenti per la trascrizione e la comunicazione della forma, offrono l'occasione per un'attenta rilettura. Primo obiettivo della geometria descrittiva è, secondo quanto si legge nel trattato che definisce la disciplina, la trascrizione su un sostegno bidimensionale di oggetti che di dimensioni ne hanno tre e che "*puissent être définis rigoureusement*"<sup>13</sup>, siano cioè suscettibili di una definizione esatta, anch'essa geometrica.



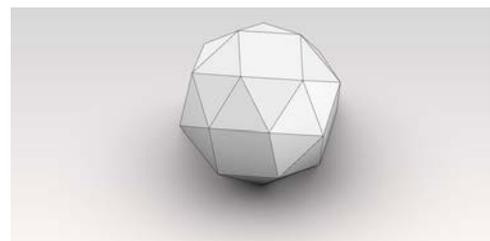
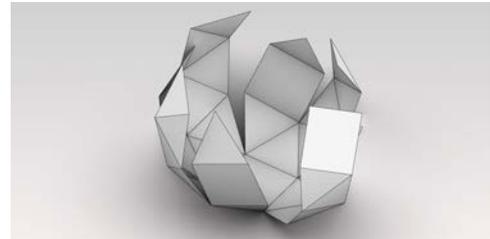
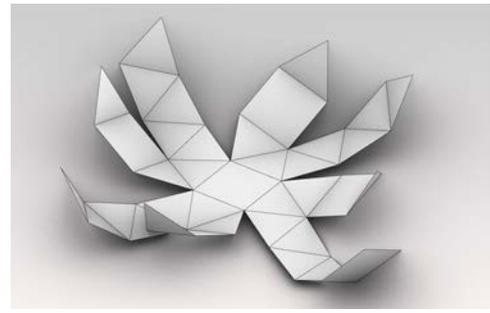
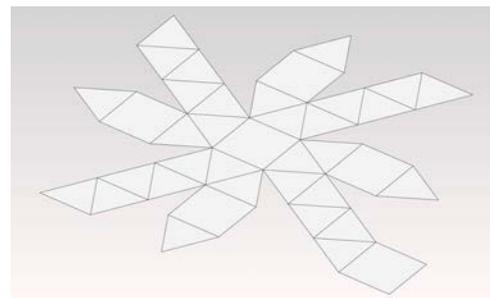
Secondo obiettivo è quello di dedurre, sulla base della loro descrizione "esatta", delle loro forme e posizioni relative, le proprietà di questi corpi (*objets*), operando in un continuo procedere dal noto all'ignoto<sup>14</sup>.

Si tratta, evidentemente, di una lucida e dettagliata sintesi del ruolo determinante della disciplina nell'ambito di una modalità espressiva, il disegno, che si avvaleva di tecniche tradizionali, ma richiedeva, e già da molto tempo, un rigore scientifico che non era ancora del tutto scontato.

Oggi quelli che possono essere considerati i paletti che definiscono il perimetro per una definizione della geometria descrittiva appaiono rinnovati. I paletti – strumentali ma anche materiali – sono altri, e la definizione mongiana dell'ambito di interesse della disciplina merita un ampliamento<sup>15</sup>.

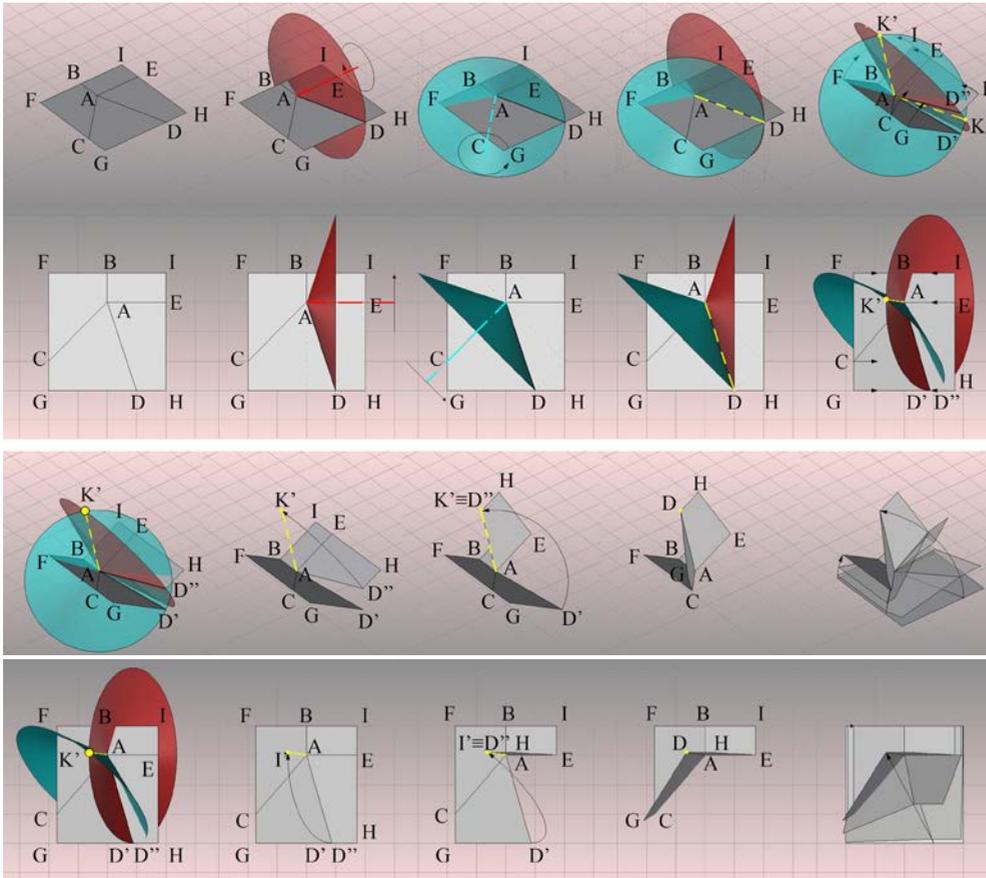
Ben presto, infatti, l'esigenza di rendere tridimensionale la replica della realtà ha portato a considerare anche la *maquette* come uno degli strumenti per la restituzione scientifica del modello del reale<sup>16</sup>. Attraverso il plastico ci si è resi conto di poter controllare efficacemente e anche comunicare quella stessa geometria del reale che si intendeva riportare nel piano, nel foglio di carta. Con l'Ottocento, collezioni di modelli geometrici sono iniziate a fiorire anche nelle scuole di matematica e di ingegneria. In una forma volumetrica e spaziale, la geometria "che descrive" è entrata a far parte degli strumenti analitici. Forme e problemi complessi, difficili da rappresentare e da gestire, sono diventati "trattabili" proprio perché "visualizzabili"<sup>17</sup>.

Con l'avvento delle applicazioni per la descrizione analitica della forma quello



5 | Marta Salvatore. Costruzione degli assi di un cono quadrico.

6 | Federico Fallavollita. La costruzione del cubo camuso attraverso il metodo sintetico.



7 | Riccardo Foschi. Metodo sintetico per piegare un vertice origami di quarto grado attraverso l'intersezione di coni.

che è sostanzialmente cambiato è proprio lo spazio in cui la descrizione è libera di muoversi. Se è indubbio che lo schermo, interfaccia operativa di ogni operazione digitale, resta bidimensionale e richiede una indubbia capacità di interpretazione e prefigurazione del volume, è altresì vero che le operazioni si svolgono in uno spazio plastico che somiglia più allo spazio di azione dello scultore che a quello del disegnatore. La geometria che si "manipola" per mezzo dello spazio digitale è ancora una geometria riconducibile alla schematizzazione antropometrica e razionale delle tre dimensioni, ma la si gestisce direttamente, agendo sulle stesse tre dimensioni. L'immediatezza con la quale le immagini ci si presentano attraverso l'interfaccia bidimensionale cambiando proiezione o muovendole dinamicamente, non interferisce – anzi: collabora – con l'obiettivo di comunicare forme e posizioni reciproche.

Lo spostamento sostanziale che questo ha reso possibile riguarda prevalentemente la possibilità di alleggerire l'attenzione rivolta ai "problemi" per portarla sulle "configurazioni". La flessibilità resa possibile dagli strumenti per il disegno digitale fa sì che la forma ogget-

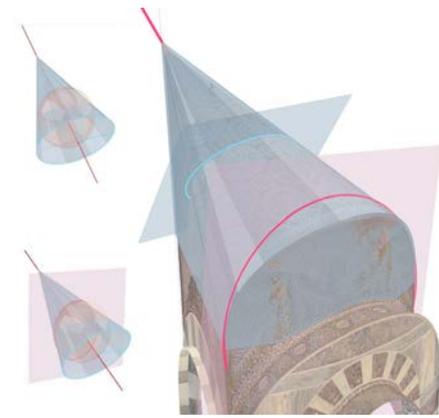
to di attenzione non sia più solo quella "che esiste" e che genera problemi descrittivi, ma diventi materia di una manipolazione anche creativa, che permette, nella fase rappresentativa, di prefigurare questioni secondo una modalità che non discende, ma controlla anche la fase progettuale.

### Aspetti teorici e aspetti applicativi

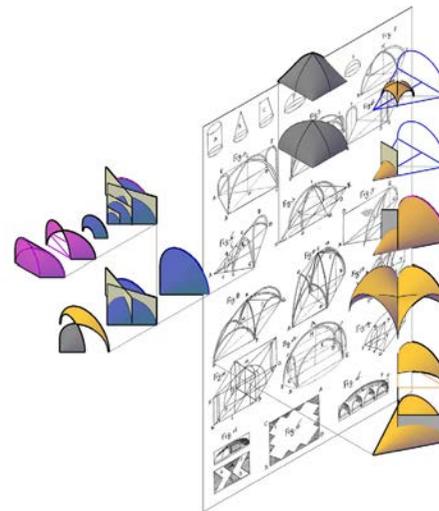
All'interno di questa visione, si possono distinguere due prevalenti attività di ricerca: l'una teorica, l'altra applicativa. Su entrambe si muovono lo sviluppo e l'innovazione metodologica.

Nella piena consapevolezza del fatto che non è mai possibile individuare confini netti di appartenenza di una ricerca a una singola categoria, possiamo comunque, con buona approssimazione, ricondurre alla categoria delle ricerche di natura teorica gli studi orientati alla geometria della forma, dove il carattere di astrazione prevale su quello della applicazione.

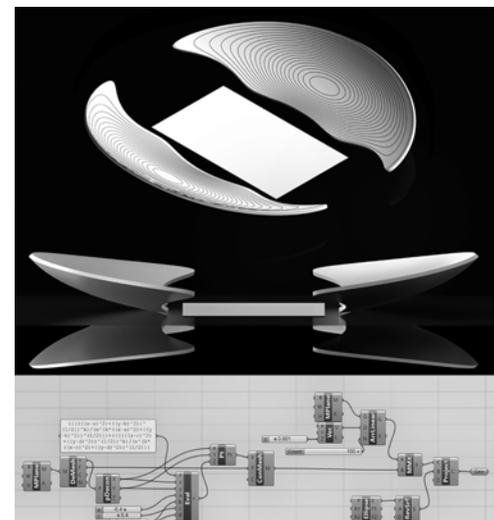
Sono questi studi che entrano nel merito delle proprietà geometriche della forma nelle sue principali declinazioni essenziali: forma luogo geometrico, forma libera, forme naturali.



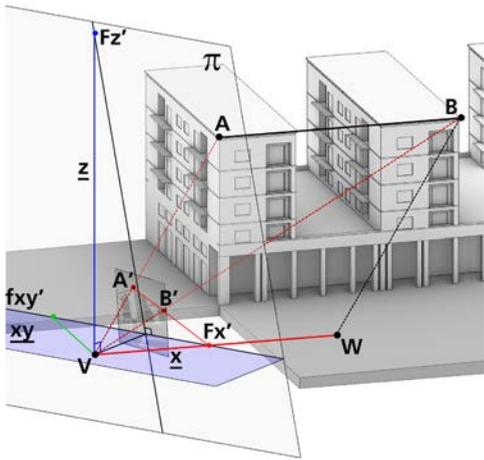
8 | Carlo Bianchini. Cappella Palatina di Aachen, studio e ricostruzione della falda di cono che genera la superficie delle lunette triangolari dell'ambulacro del primo piano (modello C. Bianchini).



9 | Roberta Spallone. Ricostruzione digitale delle volte a crociera e a padiglione dal trattato di Guarino Guarini. Archi, superfici e volte che si generano dal cono. Da: Guarini, 1737, Architettura Civile. Torino: Appreso Gianfrancesco Mairesse, tavola XIX. (Modello di R. Spallone).

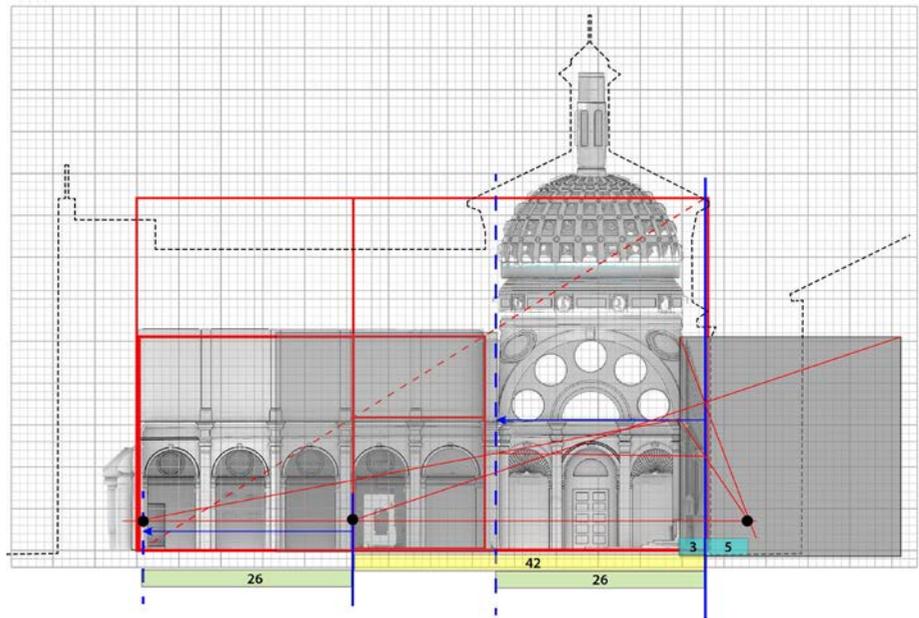


10 | Caterina Palestini. Immagine del modello digitale dello stadio M di Luigi Moretti elaborata con l'algoritmo parametrico di Grasshopper (elaborazione di C. Palestini e A. Basso).



11 | Fabrizio Agnello. Determinazione del punto di presa dell'immagine fotografica con la "regola del parallelogramma"

12 | Michela Rossi. Proporzioni armoniche nell'architettura della macchina prospettica del finto coro di Santa Maria presso San Satiro a Milano (Donato Bramante).



Appartengono altresì alla ricerca di natura teorica gli studi che interessano i fenomeni del movimento e la cinematica delle figure geometriche, come pure riflessioni più vicine all'approccio teorico e filosofico che partono da studi meno improntati alla definizione scientifica dell'operare e più vicini ad altri ambiti disciplinari. Si pensi, ad esempio, alla annosa questione della prospettiva antica, che, partendo da un approccio storico-artistico quale quello di Erwin Panofsky e Decio Gioseffi, è poi passata sotto la lente di ingrandimento degli studiosi della geometria descrittiva, attraverso l'indagine diretta sulle fonti iconografiche, su inconfutabili, pur se sempre "aggiornabili", dati di rilievo, su un ampliamento della letteratura coinvolta<sup>18</sup>.

Molto più eterogeneo e variegato appare invece il panorama della ricerca applicativa che, con riguardo agli ambiti al Disegno più affini, interessa la conoscenza e le trasformazioni antropiche dell'ambiente naturale e artificiale alle diverse scale. Possiamo, in prima generalizzazione, distinguere le applicazioni della geometria secondo diverse categorie: documentazione, analisi e simulazione; ideazione e progetto; comunicazione e interazione; costruzione.

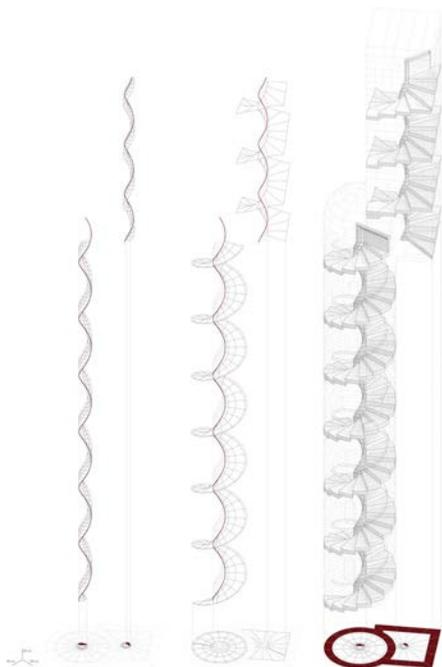
L'ordine con il quale le applicazioni sono state elencate deriva da considerazioni logiche che individuano il successo delle "seconde" nella piena maturità delle "prime". Quello che, in estrema sintesi, si intende sottolineare è il fatto che l'atto comunicativo segue quello conoscitivo, anche all'interno di quei processi nei quali queste azioni sono proposte in maniera ricorsiva e iterativa.

### Geometria per la documentazione, l'analisi e la simulazione

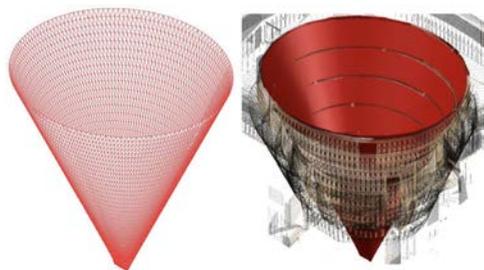
La traduzione dell'esistente in modelli geometrici rappresenta l'obiettivo principale e il contributo richiesto alla Geometria ai fini della documentazione, in particolare, quando questa interessa la conoscenza nella sua dimensione qualitativa di modello integrato<sup>19</sup> e considera il soggetto architettonico nelle sue relazioni scalari verso l'ambiente in cui è contenuto e verso gli oggetti in esso contenuti.

La discretizzazione dei fenomeni osservati, intesa come operazione critica, selettiva e sintetica di "modellizzazione" dell'esistente, è la vera e più complessa sfida di questo ambito applicativo.

L'articolazione qualitativa, semantica dell'oggetto studiato entra in relazione con la sua definizione quantitativa, offerta dalla misura e dall'astrazione della descrizione-rappresentazione geometrica. In relazione all'analisi e alla simulazione – categorie che vedremo comuni a tutti gli ambiti della ricerca applicativa qui illustrata – la Geometria assume il ruolo di processo quantitativo e di ripetibilità scientifica, utile a consolidare le ipotesi critiche e interpretative dell'attività di documentazione. Nello specifico dell'atto critico del rilievo, inteso come lettura del "documento" architettonico, il processo geometrico analitico è uno dei principali processi quantitativi e caratterizza e consolida l'apparato metodologico dell'analisi qualitativa e interpretativa. Ricordando che nel suo significato più generale, il modello è «la ricostruzione teorica o la simulazione astratta di un oggetto, o sistema, o concetto, che de-

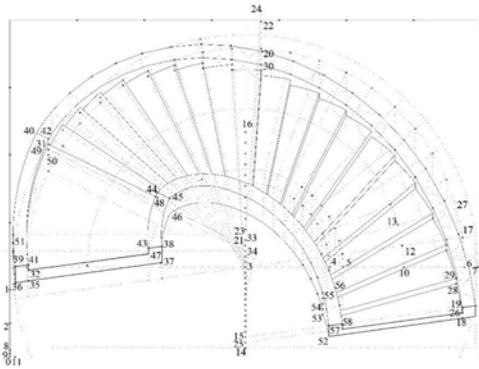


13 | Agostino De Rosa. Analisi configurativa e individuazione delle matrici geometriche della scala eliocoidale presso la Lonja de la Seda (Valencia 1498).

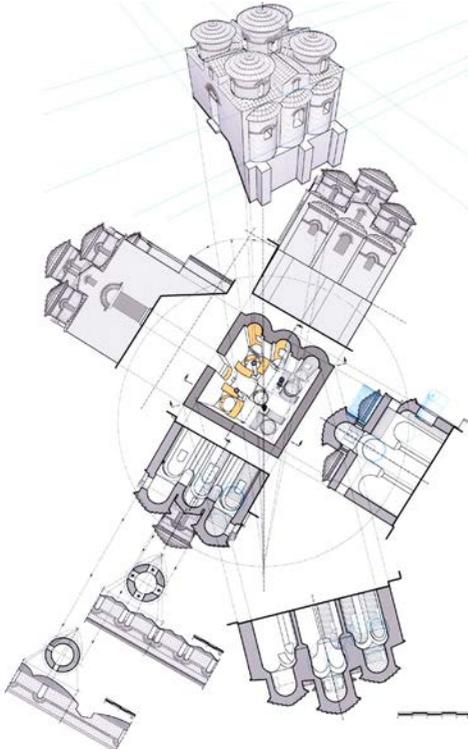


14 | Andrea Giordano. Genesis geometrico-configurativa del Teatro Anatomico di Padova: lo pseudo-conoide (elaborazione A. Giordano, G. Radossi).

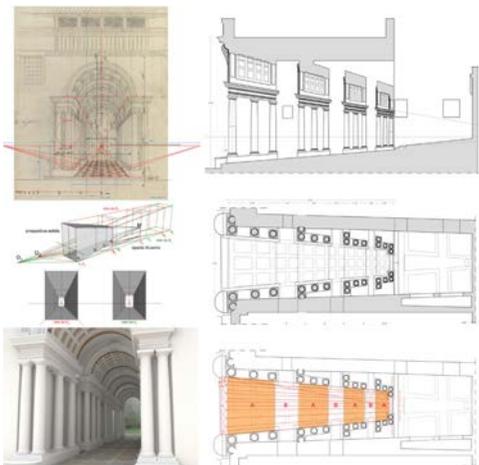
<sup>20</sup> Voce "Modello" in *Dizionario di Filosofia Treccani*.



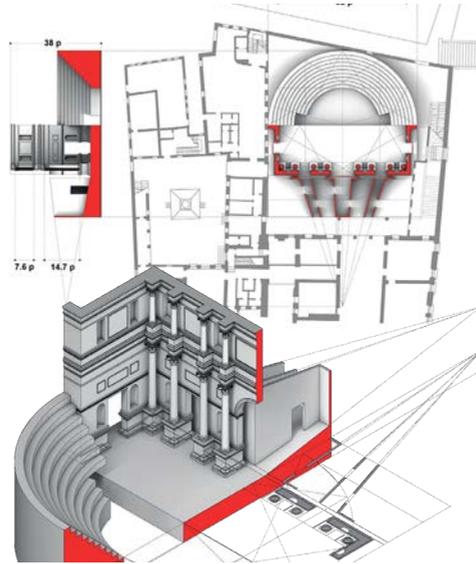
15 | Laura Inzerillo. Assonometria obliqua di una scala elicoidale.



16 | Domenico Medati. Cattolica di Stilo, X-XI secolo. Viste prospettive e proiezioni ortogonali (disegno di D. Medati).



17 | Leonardo Paris. Studi e ricerche sulla galleria prospettica di Palazzo Spada a Roma basati sul rilievo digitale del 2013. Verifica di misura, allineamenti e punti di convergenza del disegno di Borromini (Vienna, Alb. Az Roma 1156); relazione proiettiva in una prospettiva solida; pianta e sezione; studio del ritmo e delle proporzioni della sequenza di campate; vista prospettica del modello 3D (elaborazioni di L. Paris).

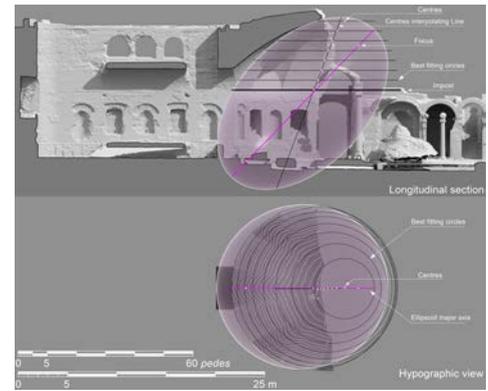


18 | Massimiliano Ciammaichella. Ricostruzione del teatro effimero progettato da Andrea Palladio per l'Antigono, inquadramento nella corte di Ca' Foscari, Venezia (disegni di M. Ciammaichella, 2020).

scrive con maggiore o minore approssimazione la struttura o le funzioni di ciò che intende rappresentare»<sup>20</sup>, sono numerose le domande alle quali è necessario rispondere nell'affrontare questo percorso di ricerca.

Come articolare, relazionare e organizzare tra loro gli elementi dell'esistente che compongono l'oggetto di studio? Come tradurre in una forma, in un modello "computabile" gli elementi osservati? Quale grado di sintesi o di complessità, di maggiore o minore approssimazione formale scegliere nella definizione del modello e delle sue qualità? Come misurare gli elementi, relazionarli dimensionalmente fra loro per poterli successivamente rappresentare in uno spazio digitale virtuale o nuovamente reale? Come collaudare ognuna delle soluzioni offerte ai problemi sollevati dalle domande precedenti?

Quanto indicato in via esemplificativa per il rilievo architettonico potrebbe in prima istanza richiamare alla mente problematiche dello spazio tridimensionale, ma la geometria per la documentazione opera invece con continuità in contesti pluridimensionali, che spaziano dalla eterogenea natura delle fonti spesso unidimensionali o bidimensionali, fino a considerazioni proiettive o dinamiche di carattere temporale che hanno natura sovra-tridimensionale. Contesti, ancora, che non riguardano solo l'architettura, ma più in generale – e a solo titolo di esempio – la modellazione del tangibile e dell'intangibile, riguardante l'opera artificiale e naturale dell'ambiente reale e immaginato.

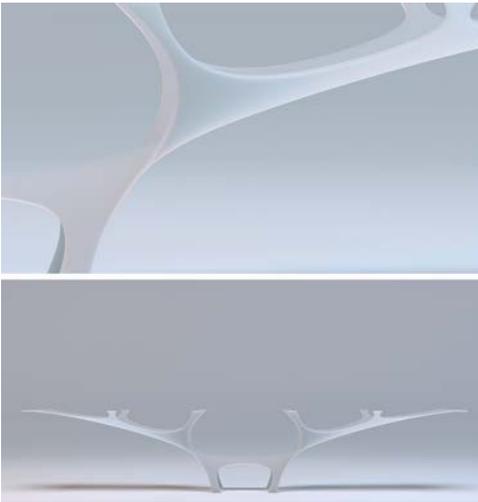


19 | Filippo Fantini. In alto: immagine relativa alla "scoperta" da parte del gruppo internazionale multidisciplinare composto da A. Roca (matematica, Politecnico di Valencia), F. Juan-Vidal (EGA Valencia), L. Cipriani e F. Fantini (Alma Mater Studiorum, Bologna) di come Erone di Alessandria nel I secolo d.C. calcolasse e chiamasse le vele dei sistemi voltati: il nome è "trikentron", ovvero figura con 3 centri. Spiegazione grafica e sua applicazione al Vestibolo di Piazza d'Oro a Villa Adriana.

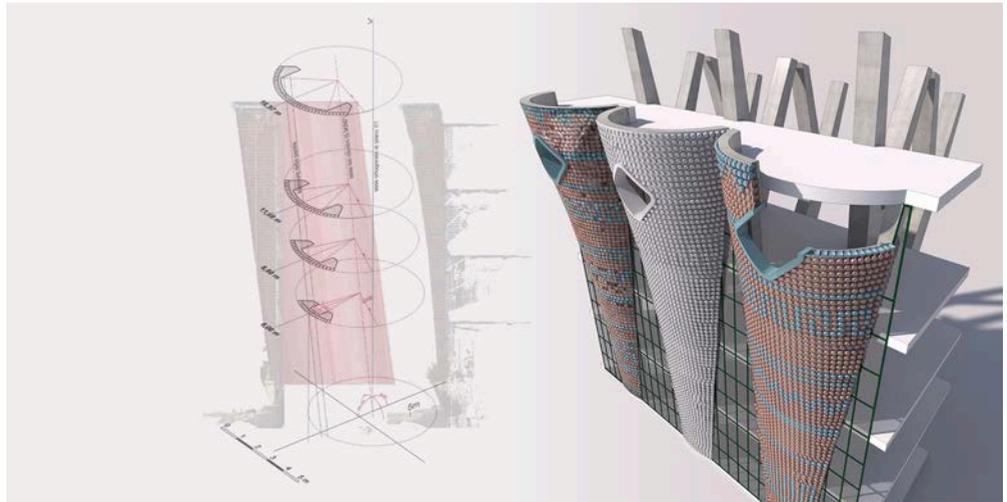
## Geometria per l'ideazione e il progetto

Consideriamo il processo progettuale nella sua natura euristica di percorso iterativo-ricorsivo volto al perfezionamento conoscitivo dell'immaginato: il modello mentale. Il progettista disegna perlopiù per se stesso e questa è la dimostrazione più evidente di quanto il disegno sia ausilio alla conoscenza: disegniamo prevalentemente per dar forma, comprendere, alimentare e perfezionare il nostro sapere. Questo processo attraverso ed è fortemente condizionato da teorie, metodologie e strumenti di rappresentazione e di percezione che interessano la modellizzazione del pensiero progettuale. L'evoluzione di uno solo dei tre insiemi – teorie, metodologie, strumenti – generalmente porta modifiche anche agli altri due e, per naturale conseguenza, al processo progettuale e al suo prodotto.

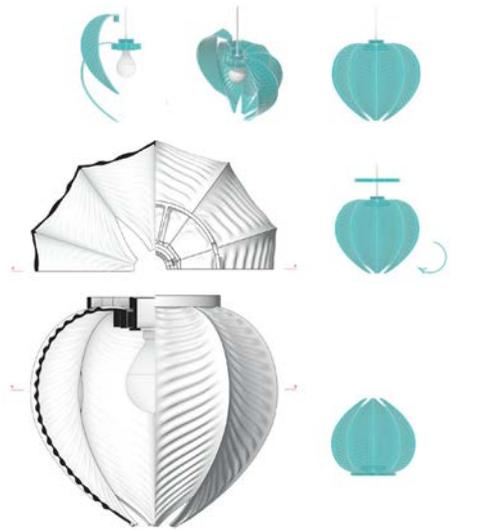
Consideriamo, ad esempio, le trasformazioni prodotte dalle tecnologie digitali, che potrebbe essere interpretata come una rivoluzione sul piano degli strumenti: questa ha parallelamente modificato la metodologia operativa, e, seppure ancora con debole evidenza, alcuni aspetti teorici fondanti il progetto. In questo scenario sono ancora evidenti alcune criticità, nello specifico relative all'ideazione e al controllo della forma, che attendono un approfondimento e che richiederebbero maggiore attenzione da parte dei ricercatori dell'ambito scientifico del Disegno.



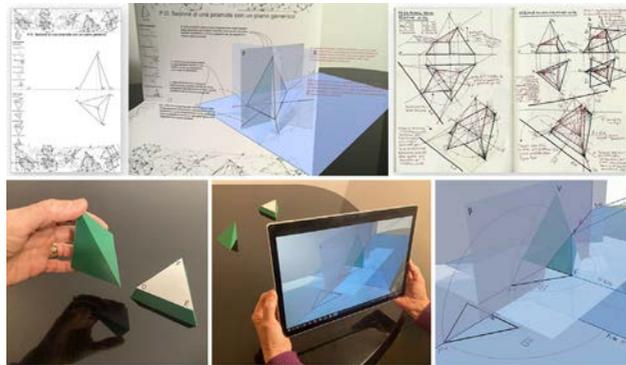
20 | Leonardo Baglioni. La geometria ideale della superficie minima sospesa tra tensione e leggerezza: Sergio Musmeci, Ponte sul Basento.



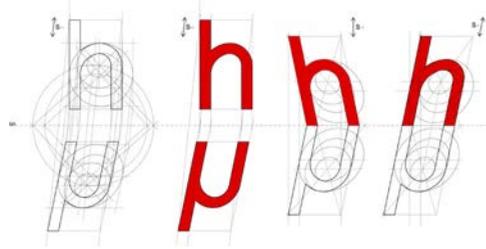
23 | Adriana Rossi. Opificio Solimene, Vietri sul Mare, 1952-1955). Flusso del lavoro attivato sulla base del rilievo integrato. Da sinistra verso destra: studio della configurazione geometrica sulla base dei dati acquisiti con stazione totale; in trasparenza, rappresentazione dello scarto tra il modello ideale e la nuvola reality based 3D (2018); ri-costruzione digitale. Hanno collaborato al progetto coordinato da A. Rossi gli allievi del corso L23 2015, H. Karmazyn, tesista LM23, 2017, arch. U. Palmieri, assegnista ricerca, 2018; S. Lillo, Visiting Professor/Researcher, 2025.



21 | Mara Capone. Tomatillo si ispira alla buccia esterna del tomatillo, il pomodoro verde messicano. Scomposta in 10 petali, specchiati a due a due, e 2 pezzi per incastrare i petali. Un tredicesimo elemento è la base, che viene inserita vicino al giunto per trasformare semplicemente la lampada in una versione da tavolo. I petali vengono inseriti all'interno di un cerchio dotato di fori, ciascuno dei quali accoglie contemporaneamente due petali speculari tra loro. Anche in questo caso lo studio della geometria della texture in rilievo consente di ricostruire la struttura organica della foglia (studentessa: O. Bryechka).



24 | Giovanna Spadafora. In alto, sezione di una piramide con un piano generico: target bidimensionale, applicazione in AR e disegno a mano che ripercorre le fasi del procedimento grafico; in basso, in questo caso il target tridimensionale è il tronco di una piramide sezionata con un piano generico. L'applicazione in AR visualizza il piano secante e il ribaltamento della sezione sovrapponendo i due procedimenti svolti in forma canonica e in forma tecnica.



22 | Stefano Chiarenza. Applicazione delle corrispondenze omologiche nel lettering. Trasformazioni affini di un modulo tipografico da tondo a corsivo (disegno di S. Chiarenza).

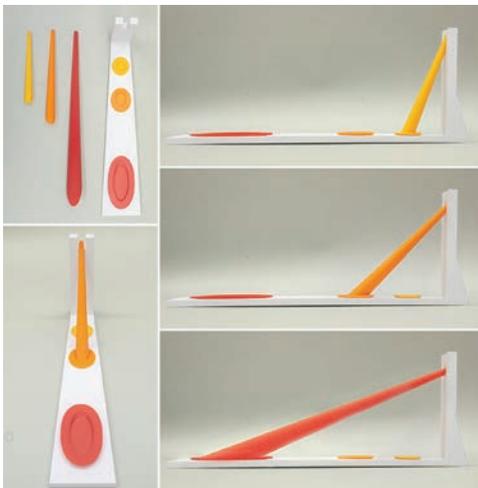
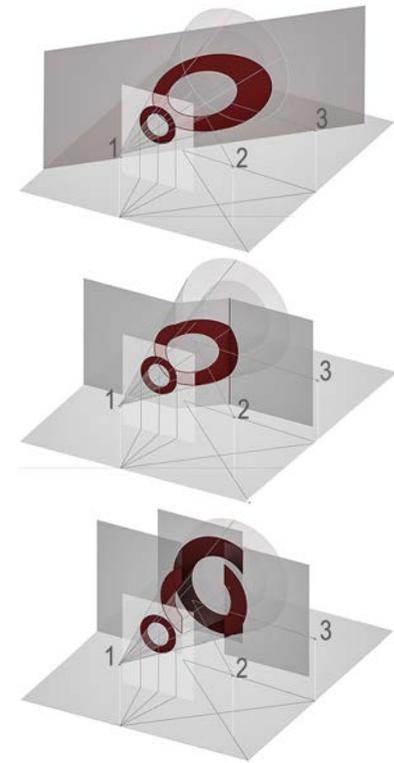
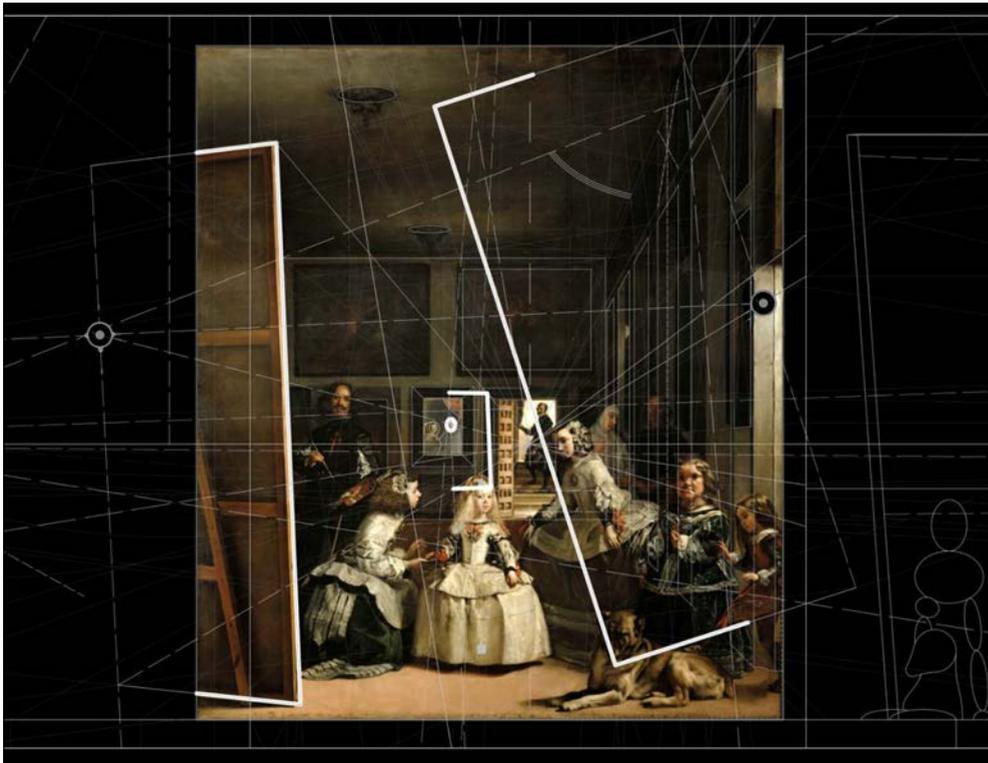
Nell'era pre-digitale l'articolazione e la complessità della forma erano nel patrimonio espressivo di pochi progettisti, capaci di porsi come sintesi di un percorso ideativo rappresentativo e costruttivo, scientifico e rigoroso e, al contempo, prefigurare nuove estetiche. Alludiamo, naturalmente, a quei virtuosismi formali architettonici e costruttivi che superano la dimensione, sostanzialmente ignara della gravità, caratteristica degli apparati decorativi.

Nel tempo, l'ausilio dell'elaborazione digitale ha reso possibile a tutti produrre articolazione e complessità della forma, anche solo per via intuitiva e con metodologia scultorea: si tratta di percorsi che, per natura, allontanano il prodotto da un approccio scientifico – ovvero consapevole, rigoroso e ripetibile – nella progettazione della forma.

Una seconda criticità è da rintracciarsi nell'applicazione del *Form-Finding*. I principi, le metodologie e gli obiettivi di questi processi sono nella piena natura dell'ausilio digitale e del suo "primo"

paradigma input-elaborazione-output. La loro più radicale applicazione, tuttavia, finalizzata alla individuazione della forma ottimale in termini di prestazione, non prevederebbe alcun vincolo geometrico-espressivo da parte del progettista. Il risultato è una forma libera, all'apparenza organica, sul cui aspetto formale non v'è stato un diretto controllo progettuale. Lo sviluppo di attività di ricerca e sperimentazione, nell'ambito della modellazione indiretta procedurale, sulla quale oggi si basano i processi di *Form-Finding*, potrebbe fornire nuove indicazioni per conservare e innovare l'indirizzo geometrico-formale ed espressivo di modellazione diretta del progettista, facendole rientrare all'interno delle descrizioni procedurali di modellazione indiretta e automatica di quegli stessi processi.

Questo intervento progettuale espressivo, che in forma descrittiva interviene su quella che oggi è considerata una *èkphrasis* digitale, in tempi recenti sta assumendo persino una qualità narrati-



27 | Luigi Cocchiarella. Diego Velázquez, *Las Meninas*, 1656. Madrid, Museo del Prado (olio su tela, 276 x 318 cm). *Lenigma dello specchio: l'immagine riflessa nell'immagine, relazioni omologiche* (elaborazione grafica: L. Cocchiarella).

28 | Alessandra Pagliano. *Tre diverse trascrizioni anamorfiche della medesima forma: dai punti di vista 2 e 3 la figura anamorfica appare violentemente distorta mentre solo dal punto di vista 1 ritorna coincidente in prospettiva con la forma originaria.*

va, necessaria per istruire processi generativi fondati sull'Intelligenza Artificiale. Questa si configura come una vera e propria terza criticità che rinnova la questione su quale possa essere il futuro – che si stima breve per l'evidente velocità di mutazione e innovazione della tecnologia – della consapevolezza e del controllo geometrico finalizzati a definire la forma del progetto.

Queste rappresentazioni hanno innanzitutto un valore descrittivo, che può arricchirsi di veri e propri intenti narrativi, suggestivi e, in taluni casi, persino ingannevoli nei confronti dell'osservatore, grazie a un appropriato registro delle qualità illusorie.

Obiiettivo di questo genere di studi è la piena comprensione del contributo di innovazione del sapere fornito dalla trattatistica sul tema. Ogni opera analizzata contiene infatti un doppio valore: quello sincronico offerto al tempo in cui prende vita e quello diacronico derivato da ogni rilettura e interpretazione temporalmente successiva.

Un determinante apporto della geometria descrittiva a questi studi – o, meglio, in questa fase degli studi – va anche riconosciuto nella fase di perfezionamento della comunicazione. In questo capitolo rientrano anche gli studi sulla luce e i suoi effetti all'interno della scena rappresentata. La geometria, infatti, oltre a essere utile alla descrizione della forma e delle relazioni tra i corpi, fornisce anche modelli sintetici per la rappresentazione del complesso fenomeno luminoso.

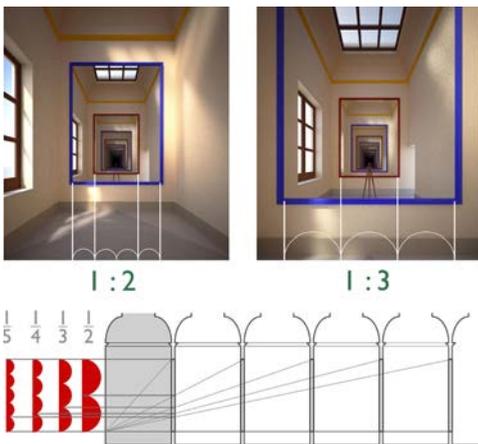
Alla base del chiaroscuro analogico così come del *rendering* digitale, in definitiva, vi sono algoritmi che si avvalgono di teo-

25 | Cristina Candito. *Modello per la comunicazione del fenomeno di proiezione della luce dal foro stenopeico.*

### Geometria per la comunicazione

Dopo aver esemplificato il contributo della Geometria al Disegno inteso come ausilio alla conoscenza entriamo ora nel merito del secondo grande apporto alla disciplina, ovvero il suo contributo nell'ambito della comunicazione.

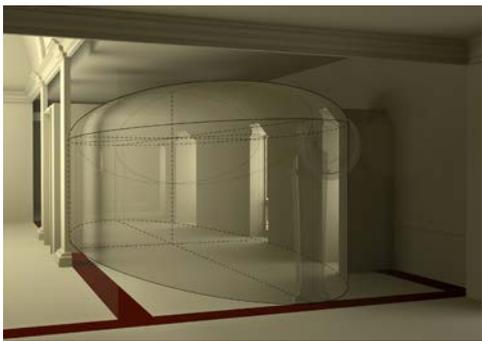
Generalmente il termine "comunicazione" è associato a precisi campi di indagine scientifica della disciplina del Disegno: si vuole qui includere anche gli ambiti di ricerca che si avvalgono dello studio della Geometria per comunicare, rappresentare, valorizzare un soggetto, in una fase che possiamo considerare successiva all'atto conoscitivo. Una rappresentazione, dunque, che ha come prevalente obiettivo la comunicazione verso persone altre rispetto all'autore del processo.



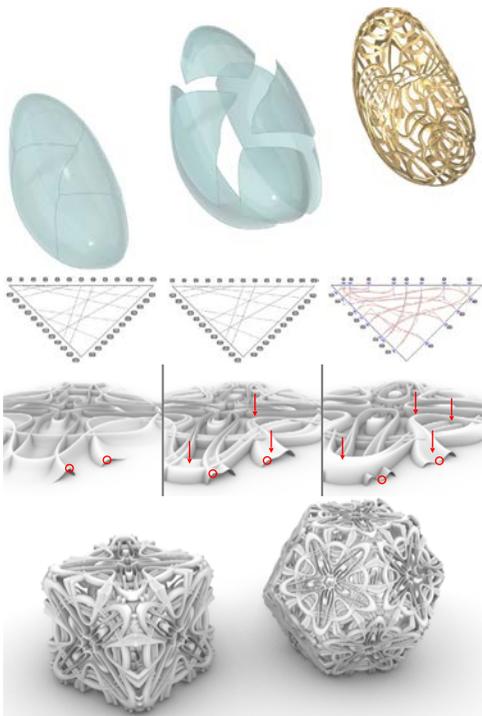
26 | Edoardo Dotto. *Relazioni armoniche tra le profondità virtuali e le dimensioni delle immagini riflesse in un "tunnel di specchi".*



29 | Matteo Flavio Mancini. Interpretazione e ricostruzione di spazi illusori: ridisegno e restituzione prospettica tridimensionale dell'architettura e dell'apparato figurativo della *Allegoria dell'opera missionaria dei Gesuiti* di Andrea Pozzo. Roma, Chiesa di Sant'Ignazio di Loyola.



30 | Alessio Bortot. Ricostruzione digitale del progetto non realizzato di Francesco Borromini ed Emmanuel Maignan per villa Pamphili: stanza con prodigi acustici.



31 | A. Casale, G. M. Valenti, J. Romor. *The shape of the folded surfaces drawing control and analysis.*



32 | Alberto Sdegno. F.X. Messerschmidt, *Teste di Carattere*, Fondazione Museo Coronini Cronberg di Gorizia. Ricerca "Gorizia conTatto" promossa da Italia Nostra con l'Unione Italiana Ciechi. Gruppo di lavoro A. Sdegno, P. Cochelli, V. Riavis, R. Camponogara.

rie geometriche e di modelli anch'essi geometrici per sintetizzare a fini rappresentativi un fenomeno di elevata complessità. Parliamo ora del felice connubio che sussiste tra geometria e illusione. Quando i principi dei metodi della rappresentazione sono applicati per indirizzare verso spazi diversi da quello bidimensionale del supporto (foglio di carta, parete, superficie voltata, pavimentazione, ecc.) aumenta il grado della pervasività illusoria. Entriamo così nel grande capitolo della creazione o del disvelamento di illusioni ottico-percettive, uno dei più fertili ambiti di approfondimento di studi storico-applicativi. La Geometria diventa allora lo strumento principe per affrontare, da un punto di vista essenzialmente di settore, il grande tema del Quadraturismo e delle illusioni a grande scala, la realizzazione delle scenografie teatrali, delle prospettive solide e delle prospettive urbane e, ancora più in generale, ambientali.

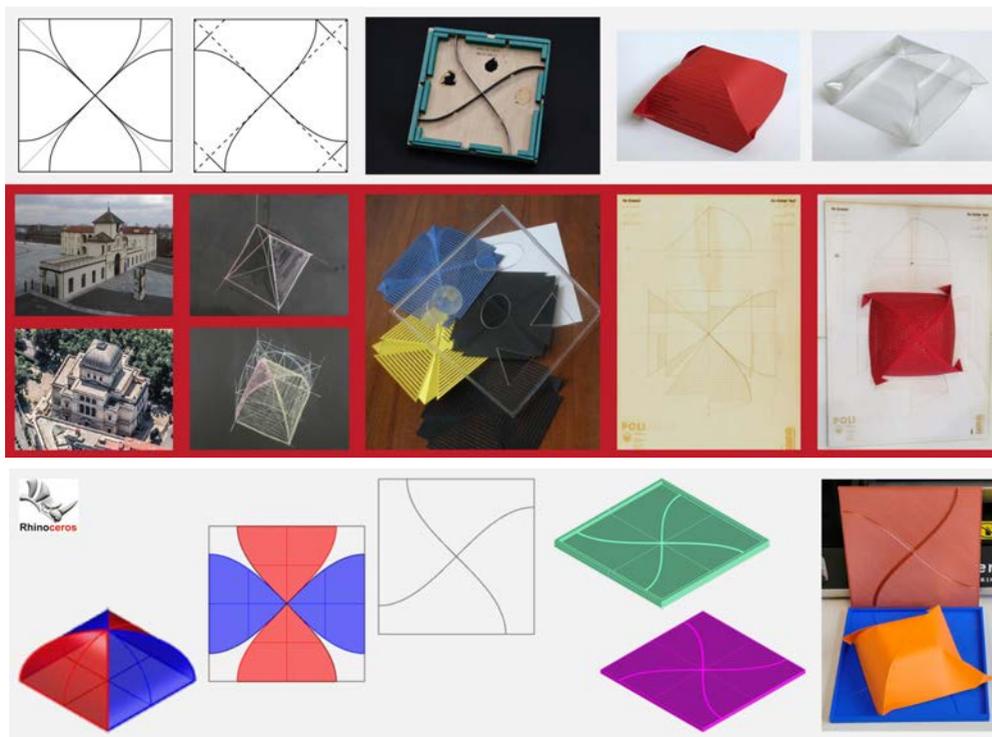
Ampia parte delle ricerche condotte intorno a questi ultimi due ambiti applicativi trae anche vantaggio dagli studi rivolti alla trattatistica e in generale alle fonti storiche. In modo analogo sono interessati anche gli spazi digitali, aventi varietà che potremmo definire n-dimensionale, che caratterizzano le diverse tipologie di fruizione degli spazi virtuali interattivi e immersivi. Molti e attuali, ad esempio, sono gli studi che hanno approfondito la progettazione e la fruizione dei musei digitali o la costruzione negli iper-mondi, compreso il Metaverso. La geometria è oggi anche alla base della progettazione di strumenti di ausilio per affrontare il tema di una comunicazione consapevole attenta alle disabilità: lo studio della possibilità di offrire ai non vedenti una traduzione tattile di opere d'arte o vedute panoramiche, di far loro intuire concetti quali spazio prospettico, scorcio, sfondato sono oggi alla base di molti studi. Studi che, senza il sostanziale supporto di una concezione geometrica, difficilmente possono avere esiti scientifici degni di interesse.

A scala architettonica, un ambito di ricerca ancora poco indagato, ma senz'altro fertile e con elevato potenziale di interesse, è lo studio della comunicazione della genesi formale dell'architettura. Si tratta di quella che potremmo definire "analisi geometrica dell'architettura". Diversa dal concetto di analisi grafica, volta prevalentemente a comprendere l'organismo nella sua espressione finale, l'analisi geometrica narra invece l'evoluzione del pensiero progettuale della forma architettonica e verifica se la costruzione è riuscita nell'intento di enfatizzare l'idea o ne ha tradito la comunicazione.

### Geometria per la costruzione

La costruzione, intesa sia come processo che come prodotto finito, deve oggi essere considerata uno dei tanti atti di rappresentazione del modello di progetto: lo è in un rapporto scalare con i modelli prototipo che caratterizzano la fase progettuale; lo è ancora in una visione di automazione strumentale che va dalla stampa 3D alle macchine a controllo numerico (*Computer Numerical Control, CNC*) per arrivare alla robotica di cantiere; lo è, per ulteriore esempio, nel continuo e dinamico manifestarsi delle trasformazioni formali delle architetture responsive. Lo scenario descritto offrirebbe notevoli risorse e ampi spazi di indagine per la ricerca del Disegno, che tuttavia attualmente sono poco frequentati.

Affascinante, nell'ambito della geometria per la costruzione, il tema del disegno di cantiere, ovvero del tracciamento a scala reale dello spiccato dell'opera o di sue parti finalizzato alla realizzazione o al taglio di materiali da porre in opera. Si tratta, evidentemente, di un disegno che contiene, affronta e risolve la geometria stessa della costruzione con tutte le questioni e i problemi che questa implica. Il discorso di una geometria a scala reale conduce direttamente all'ambito di indagine della stereotomia e dell'archi-



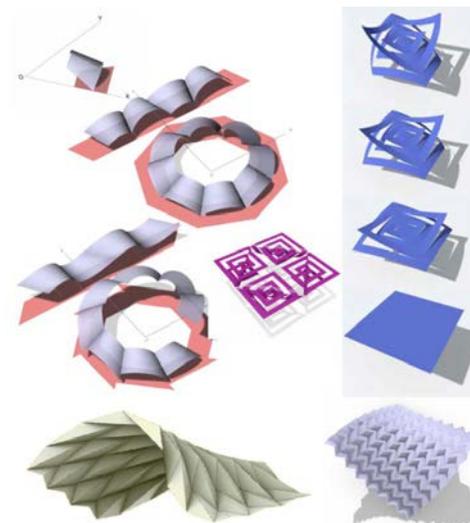
tettura stereotomica, basata su una tecnica costruttiva che in epoche passate ha avuto momenti di massimo fulgore, ma che oggi è studiata prevalentemente nella sua valenza di patrimonio storico. In ambito stereotomico, geometria e costruzione appaiono tanto strettamente saldate da fare di quest'arte "massonica" uno dei fondamenti della stessa nascita di una rappresentazione scientifica, unitamente agli studi relativi a un'altra questione "progettuale" fondamentale, quella legata al *défilement* delle fortificazioni. La discretizzazione delle geometrie complesse, finalizzata alla loro materializzazione, è ricerca di natura interdisciplinare, che vede impegnati matematici, ingegneri e tecnologi, e nella quale il ruolo dei ricercatori dell'area del Disegno può fornire significativi contributi nella ricerca di soluzioni sintetiche, particolarmente rispettose dei principi geometrici ideativi, espressivi e comunicativi della forma. Operazioni che si traducono anche nell'uso creativo delle tecnologie di costruzione a controllo numerico, le cui funzionalità sono portate con originalità a sperimentare la realizzazione di forme per le quali non erano state immaginate. Inoltre i processi di fabbricazione fisica a controllo digitale, rendono nuovamente accessibili la realizzazione di complessi *pattern* materici, decorativi o specificatamente funzionali, la cui genesi formale non può che scaturire da considerazioni di tassellazione

del piano o dello spazio e che dunque appartengono al dominio della geometria della forma.

Conclude lo scenario, esemplificativo ma non esaustivo, della ricerca sulla geometria per la costruzione, lo studio sui movimenti e sulle relazioni cinematiche realizzabili attraverso la forma, che va dallo studio degli ingranaggi all'*industrial design*, coinvolgendo anche l'architettura contemporanea. Un ambito che vedrà una domanda di ricerca crescente, con il diffondersi di una società culturale che vorrà sempre più avvalersi di oggetti e architetture aventi capacità adattive e responsive guidate dall'Intelligenza Artificiale.

### Prolusione

Il lettore comprenda lo spirito appassionato e di costruttiva apertura e condivisione con il quale gli autori hanno deciso di utilizzare il termine "prolusione" in vece di "conclusione". L'ampio ed eterogeneo scenario di carattere teorico e applicativo, riferito attraverso questo contributo, se da un lato vuole ricordare il profondo legame fra la disciplina del Disegno e le qualità della geometria, dall'altro vuole essere la prolusione a un dibattito che – nel breve periodo – dovrebbe affrontare i temi delle "emergenze" qui dichiarate nella loro duplice polarità. Geometria per la conoscenza e geometria per il proget-



33 | Ursula Zich, Martino Pavignano. *Geometria e Modelli tangibili, strumenti per accompagnare all'osservazione e alla scoperta del patrimonio costruito.*

34 | Andrea Casale, Graziano Mario Valenti, Michele Calvano. *Disegni per il controllo e l'analisi delle Folded surfaces.*

to, innanzitutto: la prima da collaudare e oggettivare, la seconda largamente da esplorare, sviluppare e potenziare. A sostegno di questi due obiettivi primari, le fondamenta storiche della geometria – sempre da consolidare – e le eterogenee manifestazioni della comunicazione: dalla geometria dei disegni-modelli tecnici alla geometria dei disegni-modelli accessibili; dalla geometria delle rappresentazioni virtuali dinamiche e interattive alla geometria delle materializzazioni fisiche adattive-responsive; dalla geometria per la rappresentazione diretta della forma alla geometria per la generazione indiretta e procedurale, ancora della forma. Il dibattito vuole dunque alimentare l'interesse e la condivisione delle attività dei ricercatori, in favore di un cammino comune verso l'attualizzazione continua e il "rincorrente" perfezionamento, di una rinnovata visione sul ruolo e il valore degli studi "con" e "per" la geometria. Una visione certamente eterogenea, per il proficuo manifestarsi delle individuali interpretazioni, ma espressa nel collaborativo tentativo di organizzarne i caratteri in modo che siano sempre fra loro complementari e da tutti condivisi. Con questo auspicio, non possiamo che dichiararci pronti a offrire il nostro contributo e ad augurare la più intensa collaborazione fra le unità di ricerca dedicate alla geometria o affini ad essa, distribuite nel territorio nazionale e internazionale.

## Bibliografia

C. Bianchini, M. Docci, *La Scuola romana del Disegno nel centenario della Facoltà di Architettura della Sapienza Università di Roma*, in *Disegnare. Idee, immagini*, 61, 2020, pp. 68-79.

L. Carlevaris, L. De Carlo, R. Migliari (a cura di), *Attualità della Geometria descrittiva. Seminario Nazionale sul rinnovamento della Geometria descrittiva*, Gangemi editore, Roma 2012.

L. Carnevali, M. Fasolo, F. Lanfranchi, *Il Disegno e la Scuola Superiore di Architettura/ Drawing and the Advanced School of Architecture*. In A. Arena, M. Arena, R.G. Brandolino, D. Colistra, G. Ginex, D. Mediatì, S. Nucifora, P. Raffa (a cura di), *Connettere. Un disegno per annodare e tessere/Connecting. Drawing for weaving relationships*, Atti del 42° Convegno dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione, FrancoAngeli, Milano 2020, pp. 238-259.

A. Casale (a cura di), *Geometria Descrittiva e rappresentazione digitale. Memoria e innovazione*, vol. I e II, Edizioni Kappa, Roma, 2013.

L. De Carlo, R. Migliari, *Un manifesto per il rinnovamento della Geometria Descrittiva*, in B. Aterini, R. Corazzi (a cura di), *La Geometria tra didattica e Ricerca*, Atti del Convegno internazionale, Firenze 17-19 aprile 2008, Alinea, Firenze 2008, pp.103-104.

M. Fasolo, R. Migliari, *Decio Gioseffi e La prospettiva come "forma simbolica"*, in *Disegnare. Idee immagini*, n. 57, 2018, pp. 54-57.

R. Migliari, *La prospettiva e Panofsky*, in *Disegnare. Idee, immagini*, n. 31, 2005, pp. 28-44.

R. Migliari, *Descriptive Geometry: From its Past to its Future*, in *Nexus Network Journal*, n. 14, 2012, pp. 555-571. DOI: 10.1007/s00004-012-0127-3.

R. Migliari, *La Geometria descrittiva nel quadro storico della sua evoluzione dalle origini alla rappresentazione digitale*, in L. Carlevaris, L. De Carlo, R. Migliari (a cura di). *Attualità della Geometria descrittiva. Seminario nazionale sul Rinnovamento della Geometria descrittiva*, Roma dicembre 2009 - marzo 2010, Gangemi editore, Roma 2012.

G. Monge, *Géométrie Descriptive. Leçons données aux Écoles Normales, Programme: 2*, Baudouin, Paris 1798.

Voce "Modello", in *Dizionario di Filosofia*, Treccani, Roma 2009.

M. Pavignano, *Models for Geometry: Thoughts for an Interdisciplinary Dissemination*, in L. Carlevaris, G.M. Valenti (a cura di). *Digital & Documentation*, vol. 3. *Reading and Communicating Cultural Heritage*, Pavia University Press, Pavia 2023, pp. 190-203.

J. Sakarovitch, *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive. XVI<sup>e</sup>-XIX<sup>e</sup> siècle*, Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin 1998.

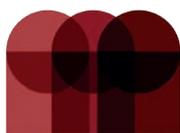
R. Taton, *L'école royale du Génie de Mézières*. In R. Hahn and R. Taton (editors). *Écoles techniques et militaires au XVIII<sup>e</sup> siècle*, Hermann, Paris 1986, pp. 559-615.

R. Taton, René. *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIII<sup>e</sup> siècle*, Hermann, Paris 1964.

G.M. Valenti, in *MI Il modello integrato*, in R. Migliari (a cura di), *Disegno come modello*, Edizioni Kappa, Roma 2004, pp. 59-62.

G.M. Valenti, *Di segno e modello*, FrancoAngeli, Milano 2022.





TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** E. Dotto, *Istruzioni. Parole e figure per le costruzioni geometriche da Euclide a Sol Lewitt*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 34-43.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3238>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Dotto E., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## ISTRUZIONI.

### PAROLE E FIGURE PER LE COSTRUZIONI GEOMETRICHE DA EUCLIDE A SOL LEWITT

*Instructions. Words and Figures for Geometric Constructions from Euclid to Sol Lewitt*

EDOARDO DOTTO

University of Catania  
edoardo.dotto@unict.it

*In architectural and geometric drawing treatises, as well as in manuals and textbooks, the description of the graphic procedures through which the operations of 'construction' and tracing are carried out is generally composed by weaving a web of different codes, using above all synthetic images and concise explanatory texts. The superposition of the two different modes – the tendentially synchronic one typical of drawing and the diachronic one offered by the sequentiality of verbal language – manages to convey purposes, reasons, conceptual junctures, according to tested and effective methods that allow a precise attitude towards 'geometric operations' to filter through.*

*Without any claim to completeness, limiting the examples to a few cases, in this note the methods of communication of geometric constructions and the way in which their fascinating specificity has been a source of inspiration for some twentieth-century artists are taken into consideration.*

**Keywords:** *Drawing, Geometric Constructions, Elementary Geometry, Contemporary Art.*

#### Introduzione

Nei trattati di architettura e di disegno geometrico, così come sui manuali e i libri di testo, la descrizione delle procedure grafiche attraverso cui si compiono le operazioni di tracciamento – o, come si dice, di "costruzione" – viene generalmente composta intrecciando codici differenti, utilizzando soprattutto immagini sintetiche e stringati testi esplicativi. L'intersezione delle due diverse modalità – quella tendenzialmente sincronica propria del disegno e quella diacronica offerta dalla sequenzialità del linguaggio verbale – riesce anche a veicolare una gerarchia di intenzioni e finalità, spesso attraverso un incedere che può apparire algido e distaccato ma che compone modalità sperimentate ed efficaci da cui filtra un preciso atteggiamento nei confronti delle "operazioni geometriche". In attesa di definire un quadro sistematico di riferimento sulla storia delle co-

struzioni grafico-geometriche – sempre più necessario per potere supportare un approccio scientifico all'analisi grafica dell'architettura – ben lontani da ogni pretesa di completezza, ci si propone di riflettere sulle modalità di comunicazione delle costruzioni geometriche, la cui affascinante specificità è stata fonte di ispirazione per alcuni artisti figurativi del Novecento.

Questa nota sarà divisa in due parti.

Nella prima, limitando lo studio soltanto a pochissimi casi redatti con finalità non omogenee, riferibili al tracciamento di un triangolo equilatero di lato assegnato, si cercherà di mostrare diverse possibilità di equilibrio tra il piano grafico e quello verbale.

Nella seconda parte, prendendo in considerazione come le certezze scientifiche maturate sino all'inizio del Novecento stessero lasciando spazio al sorgere pro-

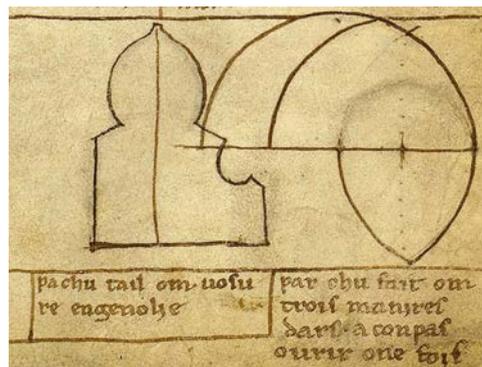
gressivo di profonde inquietudini relative alla natura della geometria e della matematica, si mostra come il linguaggio apodittico di alcune scienze sia apparso stridente a quanti – come alcuni letterati e artisti figurativi, da Alfred Jarry a Sol Lewitt – riuscivano a interpretare gli effetti della vertiginosa rivoluzione all'interno dei paradigmi conoscitivi.

## Costruzioni

Nonostante i tredici libri degli *Elementi di Euclide* non appartengano, a stretto rigore, al novero dei testi di disegno geometrico – e ancor meno di architettura – la loro influenza su queste discipline sono stati estesi e profondi. Come è noto, gli *Elementi* furono composti attorno al 300 a.C., dopo che la tradizione trisecolare della geometria greca aveva raggiunto un livello di elaborazione sufficiente da potersi costituire come un sistema coerente. Benché il contributo originale di Euclide appaia piuttosto ridotto, la sua nitida costruzione concettuale è talmente rilevante da distinguere nella storia della matematica greca un periodo "pre-euclideo" ed uno "post euclideo"<sup>1</sup>.

Senza addentrarci nell'esemplare struttura dell'opera, nel primo volume, dopo avere enumerato i principi su cui si basa l'intero lavoro (divisi in definizioni, postulati e nozioni comuni), si trovano le proposizioni, basate solidamente sulle nitide affermazioni elencate sino a quel punto. La prima di esse<sup>2</sup> ha come titolo «Su una retta terminata data costruire un triangolo equilatero». La "retta terminata" è un segmento i cui estremi sono individuati puntualmente da due lettere. «Sia AB la retta terminata data. Si deve dunque costruire sulla retta AB un triangolo equilatero. Con centro A e raggio AB risulti descritto il cerchio BCD, di nuovo risulti descritto, con centro B e raggio BA il cerchio ACE, e dal punto C, in cui i cerchi si tagliano fra loro, risultino tracciate ai punti A, B, le rette congiungenti CA, CB». Le indicazioni sono chiarissime, dettagliate, talvolta persino superflue<sup>3</sup>. La procedura è descritta per passi successivi. Titolo, situazione di partenza, scopo delle operazioni e procedimento vengono dipanati in perfetta continuità, parti di un percorso che non lascia alcuna ambiguità<sup>4</sup>. Benché non si possa fare riferimento ad una qualche "edizione originale", visto che il testo è stato oggetto di innumerevoli copie e

mutamenti, si può notare come, nell'età della stampa molte delle edizioni di Euclide siano state corredate da illustrazioni (fig. 1), da piccoli disegni posti al margine che rendono visibile l'esito della costruzione, la cui presenza fa apparire ancor più ridondante il testo che comunica contenuti relativi ad entità astratte, del tutto avulsi, come fa notare Frajese<sup>5</sup>, da ogni connotazione pratica, che pure a buon titolo si pone tra le ragioni d'essere della geometria. Nonostante ciò, il testo di Euclide, pur con le modifiche che oltre due millenni di trascrizioni non gli avranno risparmiato, anche per chi ha una cultura appena scolastica della geometria, non genera alcuno sgomento o alcuna difficoltà di comprensione. Questo uso del linguaggio richiama una sequenza di azioni che si distribuiscono lungo il tempo della lettura che coincide con quello della costruzione geometrica. Un'analoga costruzione descritta nelle pagine del taccuino duecentesco di Villard de Honnecourt mostra una modalità di comunicazione molto differente<sup>6</sup>. Gli scopi di Villard non coincidono con quelli di Euclide. Il suo scritto non è pensato come un diario personale ma come una sorta di manuale<sup>7</sup> nel quale, piuttosto che comunicare un sapere antico ed astratto, si rendono disponibili aggiornate soluzioni di tipo operativo. Per potere trovare una "istruzione" di Villard da confrontare al triangolo equilatero costruito da Euclide occorre fare riferimento ad alcune sagome per la forma degli archi. Sul recto del foglio 20, in basso a destra, si trova una costruzione geometrica (fig. 2) sotto la quale è scritto: «in questo modo si fanno tre tipi di arco con una sola apertura di compasso». L'immagine, un po' criptica, diventa chiara solo comprendendone l'uso cosicché le curve, dopo la lettura della didascalia, possono finalmente essere comprese compiutamente. Nel disegno, si vede come su un diametro sia tracciata una semicirconferenza, quindi la sagoma di un arco a tutto sesto. Il diametro è diviso in quattro parti uguali e a seconda di quale punto individuato su di esso viene usato come centro per un altro arco di circonferenza dello stesso raggio, si ottengono altre sagome, tra cui anche una simile a quella descritta da Euclide per trovare gli estremi del triangolo equilatero. L'attenzione di Villard è tutta rivolta al disegno e la decodifica della sequenza di tracciamento viene affidata per intero al lettore. È difficile immaginare due modalità di descrivere



1 | La prima proposizione del primo libro di Euclide con un'illustrazione dell'esito della costruzione geometrica, nella prima edizione inglese del 1570, curata da M. I. Dee. Euclide era allora spesso confuso con l'omonimo filosofo di Megara. Il titolo è infatti *The Elements of Geometrie of the most auncient Philosopher Euclide of Megara*.

2 | Recto del foglio 20 del taccuino di Villard de Honnecourt, XII secolo, (Paris, Bibliothèque nationale de France). La costruzione consente di tracciare alcune diverse forme da utilizzarsi come sagome per gli archi. La descrizione è inesistente e il breve testo fa riferimento esclusivamente all'uso pratico del tracciamento.

1 Frajese, *Introduzione*, in Frajese e Maccioni (a cura di), *Gli Elementi* p. 9.

2 Euclide, *Gli Elementi*, pp. 77-78.

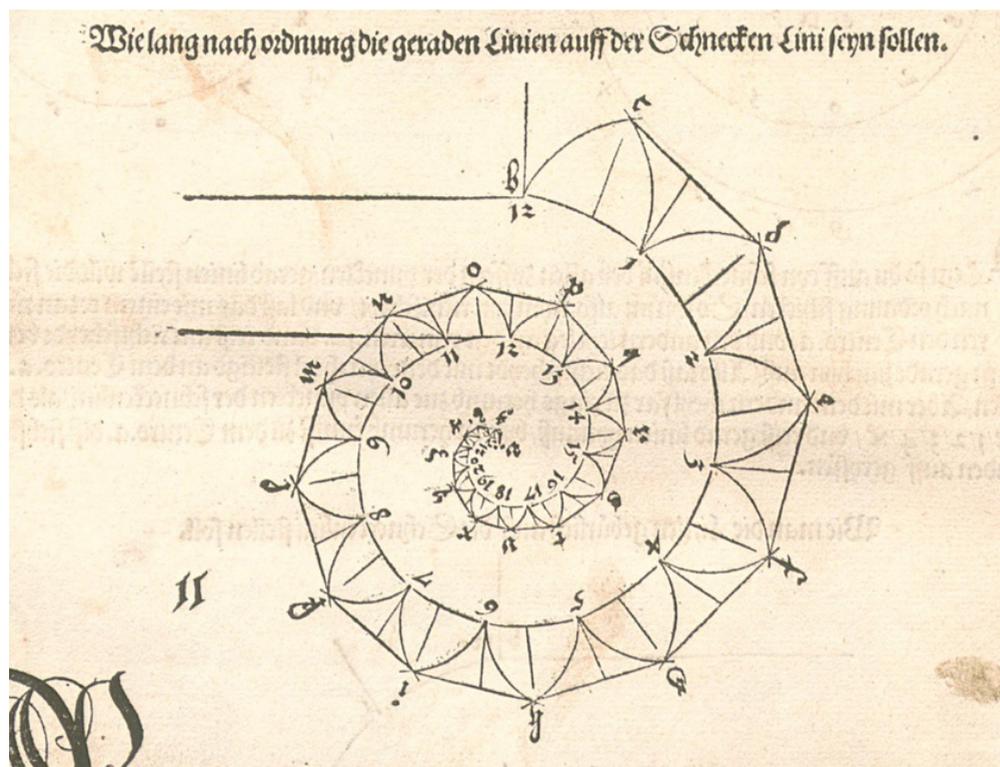
3 Non sarebbe necessario identificare una circonferenza attraverso il centro e due suoi punti. Ovviamente ne basterebbe uno soltanto.

4 Sulle edizioni, le traduzioni dalle fonti e l'uso del linguaggio testuale in Euclide si veda: Maccioni, *Premessa del traduttore*, in Frajese e Maccioni (a cura di), *Gli Elementi*, p. 27.

5 Frajese, *Introduzione*, cit., p. 14.

6 Villard de Honnecourt, *Disegni*.

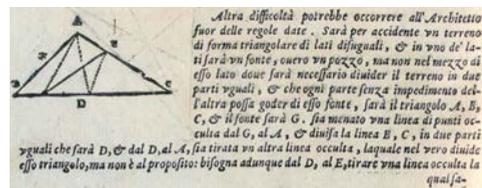
7 Nell'incipit del taccuino si legge «Villard de Honnecourt vi saluta e prega tutti coloro che utilizzeranno le macchine [...] di pregare per la sua anima e di ricordarsi di lui». Un testo simile fa comunque ipotizzare una diffusione, benché ridotta, del volume e dei suoi contenuti. Villard de Honnecourt, *Disegni*, tavola 2.



3 | Disegno del listello di ampiezza variabile in una voluta da *Underweysung der Messung, mit dem Zirckel und Richtscheyt* di Albrecht Dürer del 1525. La geometria è utilizzata con precisione per affrontare e risolvere questioni eminentemente pratiche.

e finalizzare le costruzioni geometriche così diverse tra loro come quella di Euclide e quella di Villard. Agli esordi dell'Era Moderna, la sistematizzazione del sapere pratico, frutto di una rinnovata cultura edificatoria, desunta peraltro in buona parte dallo studio e dal rilievo dei monumenti antichi, assieme ad un interesse di tipo filologico per i testi dell'antichità classica, hanno determinato un nuovo equilibrio tra queste opposte modalità di espressione finalizzate alla trasmissione del sapere geometrico e formale. Se si scorrono le pagine del trattato di Albrecht Dürer, *Underweysung der Messung, mit dem Zirckel und Richtscheyt*, pubblicato per la prima volta nel 1525 e seguito da una serie di altre edizioni, tra cui una in latino del 1532 di Joachim Camerarius<sup>8</sup>, si vede come il lavoro di Dürer spazi dalla geometria elementare, al disegno delle volute, alla costruzione della prospettiva, al tracciamento di lettere capitali sino allo sviluppo di complessi poliedri.

Nella parte dedicata al disegno dei poligoni regolari, non si trova la costruzione del triangolo equilatero dato il lato, ma è possibile rintracciare una costruzione simile nelle istruzioni per il disegno del listello della voluta. Dovendo indicare il modo di assottigliare la modanatura verso l'occhio della voluta, Dürer spiega come costruire una distanza variabile a partire da alcuni punti fissati su di essa, applicando la stessa



4 | Sebastiano Serlio, *Libro primo d'architettura*, 1600, p. 12. Costruzione dell'quarto ovale con l'individuazione di due triangoli equilateri costruiti su di un lato.

5 | Sebastiano Serlio, *Libro primo d'architettura*, 1600, p. 5. Divisione di un triangolo in due parti di area uguale con un segmento che passa per un punto su uno dei suoi lati. Nella descrizione di Serlio, questa costruzione assume un preciso valore pratico.

costruzione per trovare il terzo vertice di un triangolo equilatero (fig. 3). Scrive Dürer «Accipe circinum, cuius unum pedem pone in punctum 12 ubi est litera b, e alterum in punctum 1 à quo duc arcum sursum: deinde uno pede in puncto 1 sito, reliquo ex signo 12 scribe etiam arcum versus partem superiorem, & ubi illi duo arcus se intersecant adice literam c. Sic fac inter omnia numerorum puncta ipsius volute, ut inter 1 & 2, 2 & 3 & c»<sup>9</sup>. Come si vede, pure se la costruzione è descritta in modo esatto, puntuale e progressivo, indicando con attenzione le procedure saldamente ancorate a elementi presenti nell'immagine individuati con lettere e numeri, essa è finalizzata al disegno di un elemento concreto – la voluta reale, non la spirale geometrica – e per questo motivo la descrizione, piuttosto che maneggiare elementi astratti, sembra fondarsi su una concezione materiale della geometria. Questa è la caratteristica delle descrizioni del Cinquecento: esse appaiono perfettamente equilibrate nello strutturare un discorso rigoroso fondato sulla scienza geometrica ma continuamente orientate verso condizioni materiali, sottolineando con evidenza l'attenzione per ciò che è immanente. Si potrebbero fare molti esempi di questo genere riguardo ad altri autori del periodo. Nel *Libro Primo* di Serlio, pubblicato a Parigi nel 1545, è contenuta una sequenza di costruzioni geometriche organizzate in maniera logica e rigorosa<sup>10</sup>.

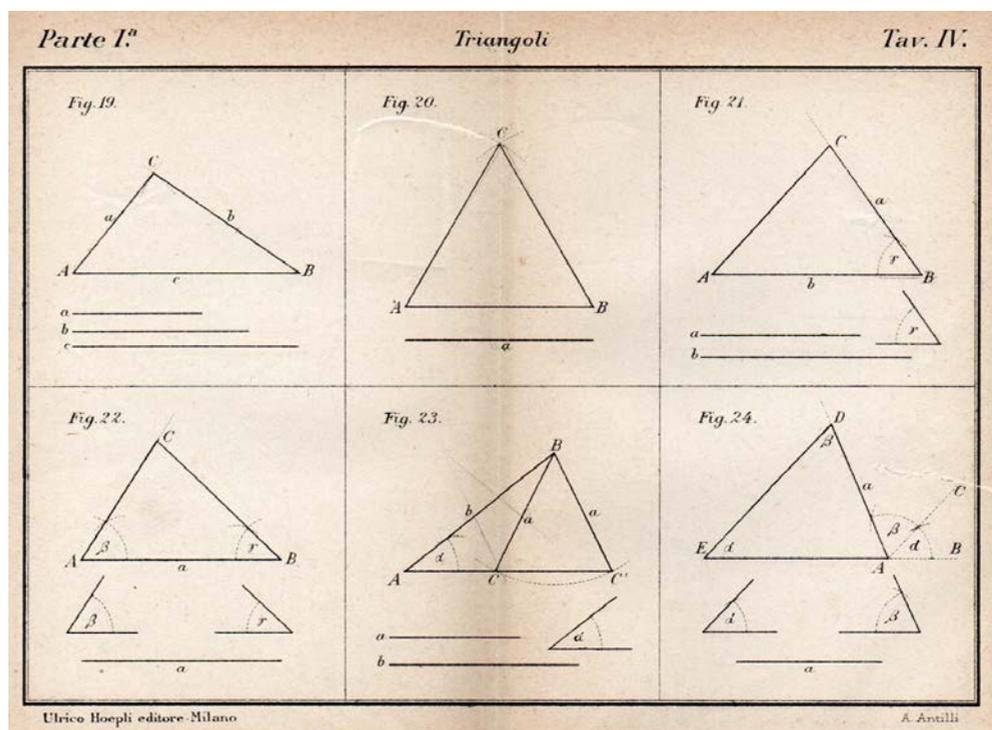
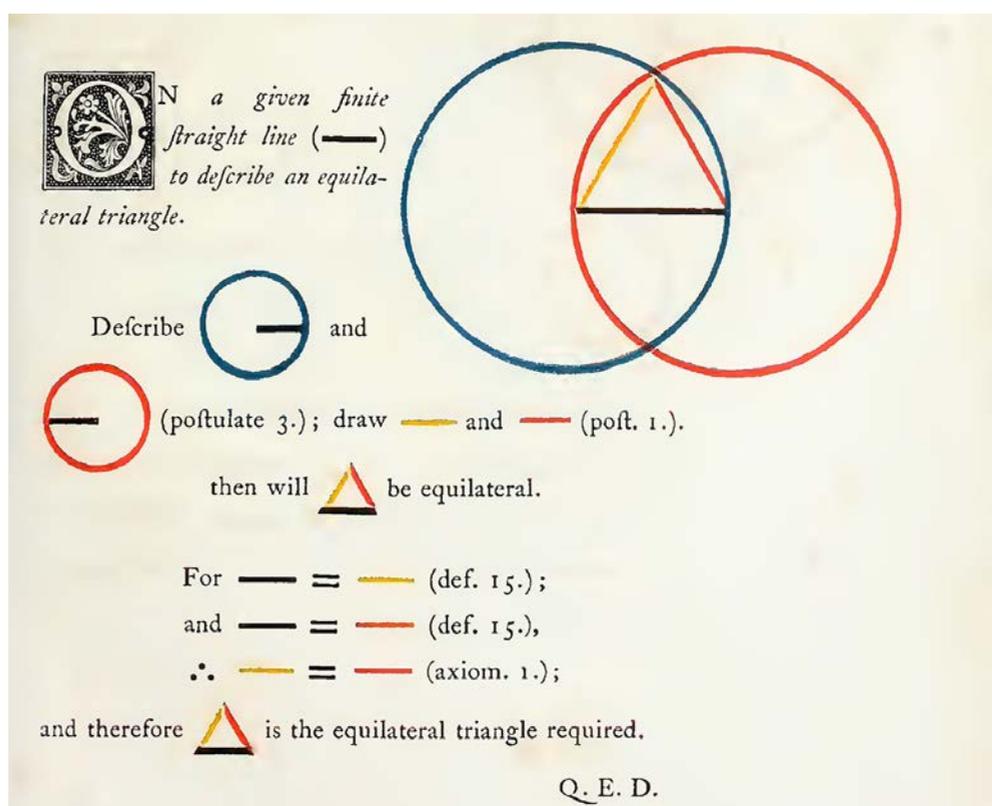
<sup>8</sup> Dürer, *Quatuor his suarum institutionum geometricarum libris*. Si è fatto riferimento a questa rinomata traduzione latina di Camerarius.

<sup>9</sup> Ivi, p. 8. La medesima costruzione si trova a pagina 9, applicata ad un'altra voluta. A pagina 53 si trovano costruzioni di esagono e triangolo inscritto che fanno uso della stessa sequenza di tracciamento.

<sup>10</sup> Serlio, *Libro primo d'architettura*, p. 14. Si fa riferimento all'edizione italiana, pubblicata a Venezia nel 1600.

Pur non trovandosi una costruzione per il tracciamento del triangolo equilatero a partire da un suo lato, si può riconoscere una costruzione simile nel tracciamento del quarto ovale (fig. 4), in cui i centri occupano i vertici di due triangoli equilateri con un lato in comune. Scrive Serlio: «[...] si faran due cerchi, che uno tocchi il centro dell'altro, a gli angoli delle linee curve saran due centri, N, O, et alli centri de' cerchi saran gli due altri [...]»<sup>11</sup>. Facendo riferimento alle lettere sul disegno, l'autore descrive la sequenza di passaggi del disegno con precisione e senza pedanteria, esprimendosi con equilibrio senza timore di travisamenti. Se in questo caso Serlio non prende in considerazione alcuna ricaduta pratica del tracciamento, restando nel novero della pura geometria, in altri casi non nasconde quanto il sapere geometrico possa avere un immediato valore nel mondo delle relazioni e delle cose. Infatti, in una costruzione a pagina 5 del *Libro Primo* si trovano le istruzioni per una costruzione poco comune di cui l'autore ritiene in primo luogo di dovere spiegare il senso: «Sarà per accidente un terreno di forma triangolare di lati disuguali, et in uno de' lati sarà un fonte, ovvero un pozzo, ma non nel mezzo di esso lato dove sarà necessario divider il terreno in due parti uguali, et che ogni parte senza impedimento dell'altra possa goder di esso fonte, sarà il triangolo A, B, C et il fonte sarà G» (fig. 5). A queste parole seguono le operazioni grafiche<sup>12</sup>. Dopo avere descritto le necessità pratiche nel dettaglio ed avere fatto immaginare al lettore una situazione contingente – il terreno, l'acqua, l'eredità – dalle questioni materiali Serlio passa all'astrazione, sostituendo le cose descritte – il pozzo, i confini – alla loro rappresentazione simbolica con punti e segmenti.

Queste tre differenti modalità di espressione – centrata sugli aspetti teorici come in Euclide, focalizzata sugli aspetti pratico-costruttivi come in Villard o equilibrata tra i due diversi aspetti come in Dürer o in Serlio – sembrano coprire un ampio novero di possibilità e, sia nel Seicento che nel Settecento, è la modalità rinascimentale che sembra diffondersi maggiormente nei trattati di geometria e di architettura. La relazione tra disegno e testo, peraltro, sembra essersi fissata così intimamente da non permetterci di rilevare uno dei due linguaggi come predominante rispetto all'altro, così che la descrizione della sequenza di istruzioni e



l'immagine dell'esito finale sulla quale si accumulano le tracce dei singoli passaggi sembrano sostenersi a vicenda. Persino l'affascinante tentativo portato avanti da Oliver Byrne, pubblicato nel 1847, di tradurre il testo euclideo in un linguaggio primariamente grafico, in cui «coloured diagrams and symbols are used instead of letters»<sup>13</sup>, non costituisce un cambiamento profondo (fig. 6). Il nuovo "testo" di Byrne si configura come un'asciutta

6 | Oliver Byrne, *The first Six Books of the Elements of Euclid*, p. 1. L'affascinante trascrizione di Byrne non modifica, in fondo, la struttura linguistica del testo di Euclide.

7 | Alessandro Antilli, *Disegno geometrico*, tavola IV.

11 Serlio, *Libro primo d'architettura*, p. 5.

12 Le operazioni sono leggibili nella figura 5.

13 Byrne, *The First Six Books of the Element of Euclid*, frontespizio e p. 1.

D'où

$$y^2 = a^2 - a^2 = 0$$

et

$$y = \sqrt{0}.$$

Donc la surface du triangle équilatéral qui a pour bissectrices de ses angles les trois droites  $a$  sera

$$S = y(x + a) = \sqrt{0}(-a + a)$$

$$S = 0\sqrt{0}.$$

**COROLLAIRE.** — A première vue du radical  $\sqrt{0}$ , nous pouvons affirmer que la surface calculée est une ligne au plus; en second lieu, si nous construisons la figure selon les valeurs obtenues pour  $x$  et  $y$ , nous constatons :

Que la droite  $2y$ , que nous savons maintenant être  $2\sqrt{0}$ , a son point d'intersection sur une des droites  $a$  en sens inverse de notre première hypothèse, puisque  $x = -a$ ; et que la base de notre triangle coïncide avec son sommet;

Que les deux droites  $a$  font avec la première des angles plus petits au moins que  $60^\circ$ , et bien plus ne peuvent rencontrer  $2\sqrt{0}$  qu'en coïncidant avec la première droite  $a$ .

Ce qui est conforme au dogme de l'équivalence des trois Personnes entre elles et à leur somme.

Nous pouvons dire que  $a$  est une droite qui joint  $0$  à  $\infty$ , et définir Dieu :

**DÉFINITION.** — Dieu est le plus court chemin de zéro à l'infini.

Dans quel sens? dira-t-on.

— Nous répondons que Son prénom n'est pas Jules, mais *Plus-el-Moins*. Et l'on doit dire :

$\pm$  Dieu est le plus court chemin de  $0$  à  $\infty$ , dans un sens ou dans l'autre.

Ce qui est conforme à la croyance aux deux principes; mais il est plus exact d'attribuer le signe  $+$  à celui de la croyance du sujet.

Mais Dieu étant inétendu n'est pas une ligne.

— Remarquons en effet que, d'après l'identité

$$\infty - 0 - a + a + 0 = \infty$$

la longueur  $a$  est nulle,  $a$  n'est pas une ligne, mais un point.

Donc, *définitivement* :

DIEU EST LE POINT TANGENT DE ZÉRO ET DE L'INFINI.

La Pataphysique est la science...

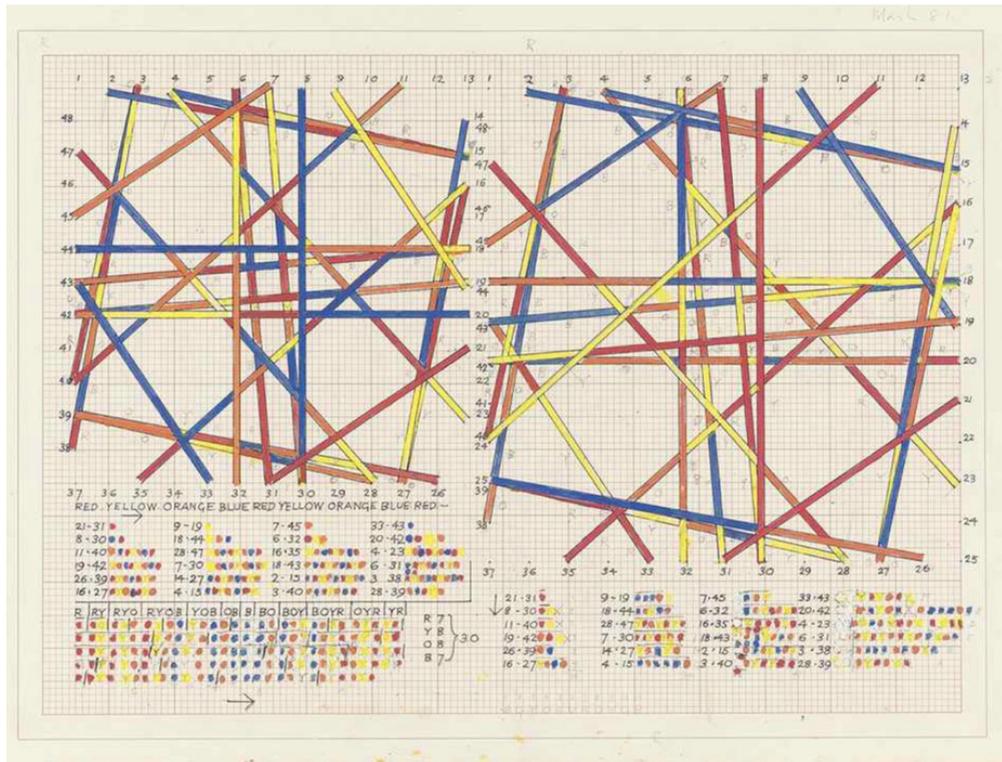
8 | Jarry, *Gestes et opinions du docteur Faustroll: pataphysicien*, pp. 120-121: «Dio è il punto di tangenza di zero e dell'infinito». Il linguaggio matematico diventa uno dei bersagli della tagliente ironia dei patafisici.

9 | Kenneth Martin, *Chance, Order, Change*, 1981, collezione privata.

14 | L'insegnamento degli ordini nel corso dell'Ottocento si era talmente specializzato sulle questioni proporzionali e mensurali da diventare una sorta di applicazione matematica, come emerge dalla lettura dei manuali scolastici della fine del secolo e come risulta dalle feroci, ma fondate, critiche di Giuseppe Damiani Almeyda. Si veda Dotto, *La regola e lo sguardo*.

15 | Antilli, *Disegno Geometrico*, pp. 15-16.

16 | L'antinomia di Russell fa notare che l'insieme di tutti gli insiemi che non appartengono a sé stessi appartiene a sé stesso se e solo se non

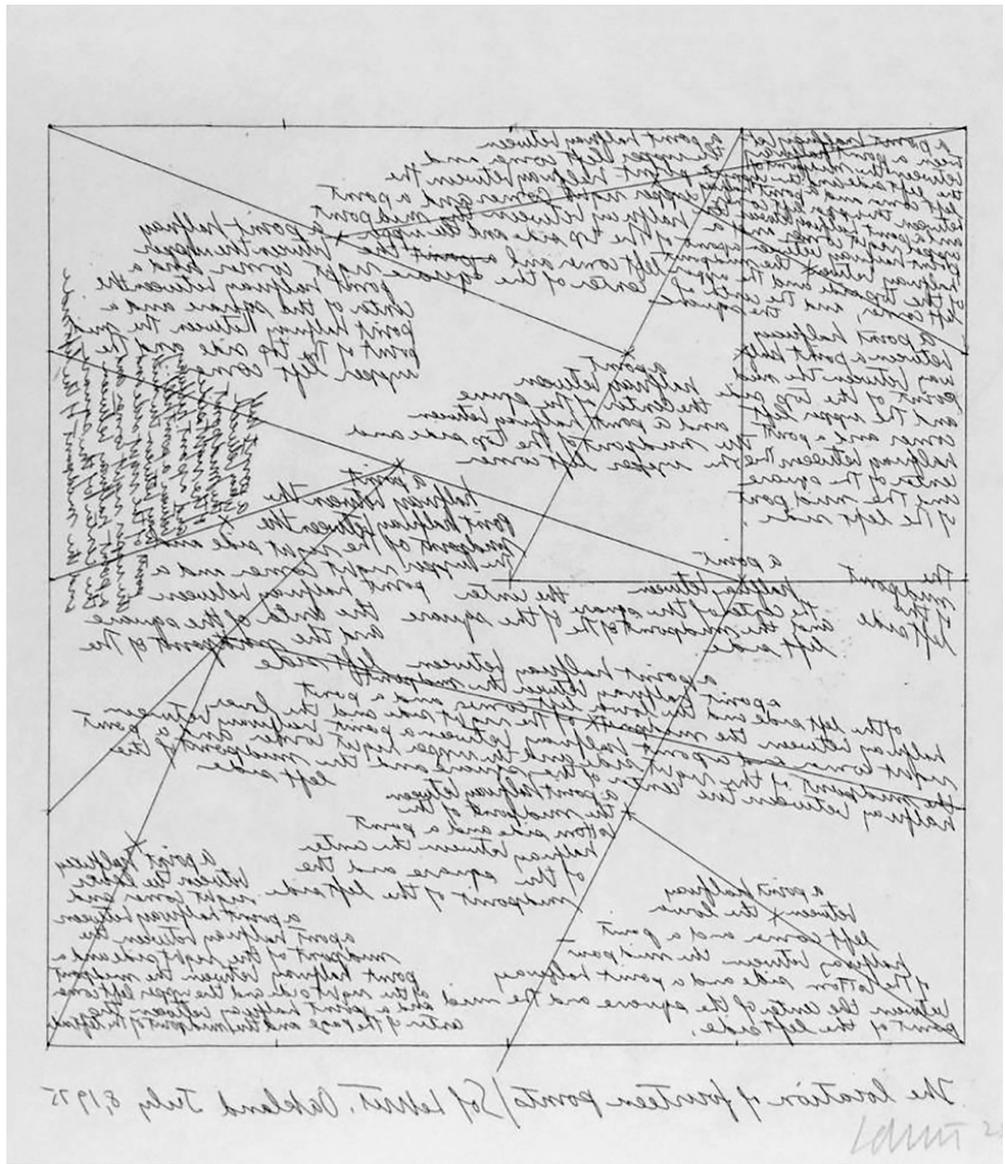
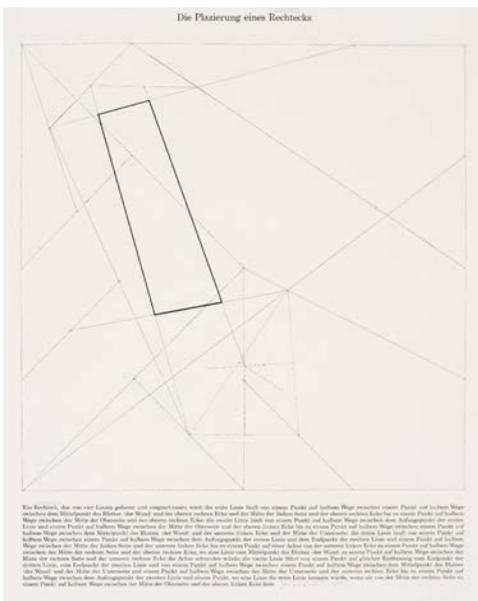


sequenza di istruzioni che ricorda alcuni linguaggi di programmazione informatica del secolo scorso (come il *Basic* o il *Fortran*) che a loro volta si proponevano come delle astrazioni del linguaggio verbale. Le pagine di Byrne si configurano come delle trascrizioni che non modificano – se non per gli aspetti estetici, comunque non trascurabili – la struttura descrittiva delle singole proposizioni, mostrando, a ben vedere, i profondi limiti dello stesso procedimento che propone. Nella seconda metà dell'Ottocento, la scienza venne attraversata da profondi rivolgimenti che sostennero lo sviluppo di un atteggiamento ancor più attento e razionale cui fece seguito l'assunzione di modalità più formali e rigorose che influenzarono anche le trattazioni di tipo geometrico. I manuali di geometria e di disegno, anche se finalizzati esclusivamente alla didattica dell'architettura, in questo periodo adottarono spesso una modalità di descrizione delle costruzioni – non solo geometriche, come dimostra la modalità con cui si insegnavano generalmente gli ordini di Vignola<sup>14</sup> – ispirate al più rigoroso scientismo. Il linguaggio proposto oltre due millenni prima da Euclide venne ritenuto il più utile ed efficace per trasferire le conoscenze, così che dalle descrizioni fu progressivamente escluso ogni riferimento al mondo reale. Nel diffusissimo volume di Alessandro Antilli del 1894<sup>15</sup> ad esempio, uno dei tanti manuali per lo studio del disegno

geometrico e degli elementi di architettura, a proposito del disegno di un triangolo equilatero dato il lato (fig. 7), si legge: «Costruire il triangolo equilatero conoscendosi il suo lato  $a$ . Fatto  $AB=a$ , si faccia centro successivamente nei due estremi  $A$  e  $B$ , e con raggio eguale ad  $a$  si descriva l'intersezione in  $C$  e si congiunga questo punto con  $A$  e con  $B$ ». Come si vede, lo stile del testo di Euclide si ripropone nella sua pienezza, fornendo uno degli appigli più sicuri contro l'imminente e definitivo crollo delle certezze.

### Digressioni, pleonasmii, ridondanze

All'inizio del Novecento, i recenti tentativi di rifondare le scienze fisiche e i fondamenti del pensiero matematico si scontrarono rovinosamente con una serie di contraddizioni insanabili. Proprio quando la ricerca della completezza e della coerenza disciplinare guidava l'indagine su saperi sia di tipo astratto che applicativo, iniziarono a mostrarsi delle discrepanze di tipo logico che ne minarono definitivamente la solidità. La cosiddetta antinomia di Russell, scoperta attorno al 1901 evidenziò, attraverso un ragionamento sulla teoria degli insiemi, l'insanabile fragilità del principio di non contraddizione mostrando quanto il nitore metodologico non potesse essere garanzia di solidità concettuale<sup>16</sup>. Gli stessi concetti di spazio e di tempo, in seguito alla formulazione della relatività ristretta di Einstein del 1905, persero il nitore dei



10 | Yoko Ono, *Secret Piece*, 1953. In questo lavoro, come negli altri raccolti nel volume *Grapefruit*, pubblicato in diverse edizioni a partire dal 1964, si trovano molte opere in cui il testo funge da palinsesto per guidare lo spettatore all'immaginazione di figure, azioni, suoni.

11 | Sol Lewitt, *Die Platzierung eines Rechtecks*, 1974, collezione privata. Il lavoro è la versione in tedesco di uno dei *Location of six geometric figures*. Il testo in basso, pur nel descrivere con cura la figura, risulta volutamente logorroico e difficilmente comprensibile.

12 | Sol Lewitt, *The Location of Fourteen Points*, 1975. Immagine tratta da: <https://www.sollewwitprints.org/artwork/le Witt-raisonne-1975-11/>.

appartiene a sé stesso, evidenziando una contraddizione intrinseca alla definizione di "insieme non normale". Illustrata in modi più evidenti attraverso il cosiddetto paradosso del barbiere, lo stesso Russell la esprime in questi termini: «In un villaggio vi è un solo barbiere, un uomo ben sbarbato, che rade tutti e solo gli uomini del villaggio che non si radono da soli. La domanda è: il barbiere si fa la barba da solo?».

17 Jarry, *Gesta e opinioni del dottor Faustroll, patafisico*, p. 138.

18 Foucault, *Ceci n'est pas une pipe*, 1973.

propri confini diventando, in alcuni casi, persino irriconoscibili. Il mondo dell'arte – della letteratura in primo luogo – non restò insensibile a questi stravolgimenti. In quegli anni Alfred Jarry diede inizio a quel sorprendente movimento che prese il nome di Patafisica, la scienza delle soluzioni immaginarie, che puntava lo sguardo sulle teorie e i metodi propri alla scienza e li scimmiettava accuratamente, proponendo ragionamenti cervellotici e sballati, usando un linguaggio apparentemente ineccepibile animato dal non-senso, l'ironia e l'assurdo. Nello scritto fondativo della Patafisica, *Opinioni e gesta del dottor Faustroll, patafisico*, pubblicato nel 1911, Jarry concluse il volume calcolando con linguaggio matematico la «Superficie di Dio» (fig. 8), facendo ricorso a definizioni e postulati, in ironica sintonia con Euclide, e concludendo, dopo una serie di passaggi che «Dio è il punto di tangenza di zero e dell'infinito»<sup>17</sup>.

La Patafisica traduce il linguaggio formale della scienza in espediente estetico, aprendo la via ad una enorme varietà di esplorazioni che si mostrano fertili anche ai nostri giorni. Pochi lustri dopo, negli anni in cui Kurt Gödel formulava i teoremi di incompletezza radendo al suolo le possibilità di costruire un formalismo matematico universale, come previsto dal programma di Hilbert, Henri Magritte, con *Ceci n'est pas une pipe* – peraltro strutturato al pari delle nostre costruzioni geometriche come un'illustrazione distinta in figura e didascalia – nel sottolineare la distanza tra testo ed immagine, mostrava l'insidiosa natura della rappresentazione e la poneva in un ambito di totale autonomia, scollegandola definitivamente dalla sua relazione con l'esperienza del reale<sup>18</sup>. Attorno alla fine degli anni Cinquanta, la diffusione dei primi calcolatori elettronici – ancora piuttosto limitata ma oggetto dell'interesse generale – ebbe delle ripercussioni anche nel



mondo delle immagini e della figurazione. L'immaginario comune sui programmi informatici, visti come sequenze di istruzioni necessarie per determinare una catena di effetti parzialmente imprevedibili ma direttamente collegati alla elaborazione dei dati, fornì un nuovo paradigma che ebbe ripercussioni in molti campi. La mostra del 1962 promossa dall'IBM sull'Arte Programmata, cui parteciparono tra gli altri Enzo Mari, Giovanni Anceschi e Bruno Munari<sup>19</sup>, contribuì a definire un nuovo tipo di estetica, nettamente distinta da quanto era stato fino allora prodotto e legata maggiormente a condizioni di tipo procedurale. Il "programma" diventava l'aspetto vivo dell'opera d'arte la cui apparenza esteriore, il cui prodotto visibile, si poneva come semplice effetto delle istruzioni fornite ad un dispositivo cibernetico. Nel 1968 – l'anno in cui l'uso della grafica computerizzata nelle sequenze finali di 2001. A *Space Odyssey* di Kubrick saldava la nuova estetica alla cultura pop più visionaria – fu pubblicato l'insuperato volume *Cybernetic Serendipity*<sup>20</sup>, in cui si mostrava come le istruzioni in linguaggio macchina potessero generare forme suadenti e sorprendenti. La relazione tra 'istruzioni' e 'forme' divenne centrale nella produzione artistica come mostra, dalla fine degli anni Sessanta, l'opera pittorica di Vera Molnar. Le performances parigine di Manfred Mohr, *Working at Météorologie Nationale* del 1970<sup>21</sup>, consistevano

nella scrittura di semplici istruzioni per il computer che venivano tradotte in immagini stampate su pionieristici plotter. Un fortunatissimo ciclo di opere di Kenneth Martin realizzate a partire dagli anni Settanta mostra tracciati geometrici colorati che si sovrappongono<sup>22</sup>, in cui le linee cambiano colore ad ogni intersezione secondo una sequenza descritta graficamente nella stessa pagina (fig. 9) che raccoglie nell'opera contestualmente il disegno e le istruzioni per realizzarlo. Se questi lavori mantenevano una analogia diretta con le costruzioni geometriche, la relazione tra istruzione ed esito si propone anche in esperimenti di tipo diverso, come le descrizioni didascaliche e prescrittive delle attività quotidiane di una casalinga proposte da Mierle Ladermann Ukeles<sup>23</sup>, o nelle opere di taglio più concettuale che investono il campo musicale, come il sorprendente *Secret Piece* di Yoko Ono<sup>24</sup> (fig. 10), in cui lo spartito musicale – perfetto equilibrio tra figura e istruzione diacronica – diventa il campo in cui le istruzioni trascritte al margine del pentagramma aprono possibilità di immaginazione sonora condotte autonomamente dallo spettatore. In questo panorama sfaccettato in cui l'estetica meccanico-geometrica del computer si intrecciava con la struttura stessa delle istruzioni dei programmi informatici, con la loro forma perentoria e asettica, in una fase in cui la scienza aveva mostrato un'incertezza dei

13 | Sol Lewitt, *Wall Drawing 422*, 1984 (Stedelijk Museum, Amsterdam). Le istruzioni dell'artista recitano: *The room (or wall) is divided vertically into fifteen parts. All one-, two-, three-, and four-part combinations of four colors, using color ink washes.* Immagine tratta da: <https://massmoca.org/event/walldrawing422/>.

<sup>19</sup> Sulla mostra si veda il documentario di Enzo Monachesi del 1963: <https://www.reprogrammed-art.cc/library/33/Arte-programmata.-Arte-cinetica.-Opere-moltiplicate.-Opera-aperta.>

<sup>20</sup> Reichardt (a cura di), *Cybernetic Serendipity*.

<sup>21</sup> [http://www.emohr.com/ww4\\_out.html](http://www.emohr.com/ww4_out.html)

<sup>22</sup> <https://www.christies.com/lot/lot-kenneth-martin-chance-order-change-5416141/>

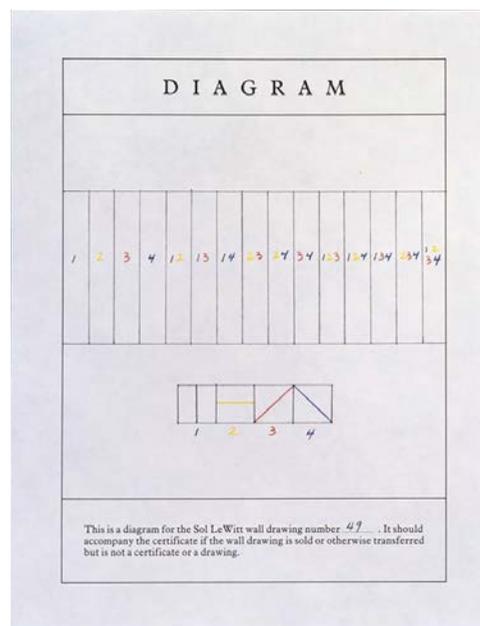
<sup>23</sup> Si veda: *Washing / Tracks / Maintenance: Outside*, 1973 Part of Maintenance Art performance series, 1973-1974. Performance at Wadsworth Atheneum, Hartford, CT <<https://tohumagazine.com/article/tohu-podcast-conversation-mierle-laderman-ukeles>>.

<sup>24</sup> Il lavoro è datato 1953 ma è pubblicato per la prima volta nel 1964, in un'edizione autoprodotta, in: Ono, *Grapefruit: A Book of Instructions and Drawings*. La prima edizione commerciale è del 1970.

“ La relazione tra disegno e testo, peraltro, sembra essersi fissata così intimamente da non permetterci di rilevare uno dei due linguaggi come predominante rispetto all'altro, [...] le tracce dei singoli passaggi sembrano sostenersi a vicenda.

principi di base e la capacità di travolgere il mondo con scoperte dagli esiti tauturgici quanto distruttivi, appare naturale come un artista con una spiccata sensibilità per i linguaggi visivi astratti potesse raccogliere gli esiti di questi stimoli, in modo del tutto originale. Sol Lewitt<sup>25</sup>, nato in Connecticut nel 1928 da una famiglia di emigrati est-europei, mostrò ben presto il suo interesse per il disegno, dedicandosi all'illustrazione e alla grafica. A partire dalla fine degli anni Sessanta, dopo una serie di esperienze di tipo figurativo, trasferitosi a New York, iniziò a sviluppare un linguaggio essenziale fatto di linee, quadrati, rettangoli, in cui le forme geometriche erano definite da campiture manuali di diverse densità, stese con grande cura. Nei primissimi anni Settanta talvolta le opere di Lewitt indagavano aspetti combinatori delle figure elementari e i loro titoli – come, ad esempio, *Straight Lines in Four Directions & All Their Possible Combinations*, del 1973 o *Composite of Straight, Not-Straight & Broken Lines*<sup>26</sup> dello stesso anno – nel fornire una chiara spiegazione delle immagini, ne costituiscono anche le istruzioni per il tracciamento. Nel 1971, rispondendo all'invito di Gerald Ferguson, un professore di Litografia presso il NSCAD, il Nova Scotia College of Art and Design, Sol Lewitt inviò una serie di istruzioni testuali per la realizzazione di alcuni lavori che avrebbero dovuto essere svolti dagli alunni della scuola. Senza il controllo diretto dell'artista, sette studenti furono impegnati nel tracciamento di queste opere grafiche<sup>27</sup>. Non essendo rimasto del tutto soddisfatto dalle esecuzioni ottenute, l'artista poté verificare quanto fosse complessa la traduzione delle forme visuali nello scritto e come il linguaggio grafico e quello testuale, ma soprattutto la loro coesistenza, potesse essere un argomento di riflessione. Nel 1974, Lewitt realizzò un gruppo di litografie dal titolo *The location of six geometric figures (circle, square, triangle, rectangle, parallelogram and trapezoid)*.

Si tratta di sei lavori di circa 50 x 60 centimetri dove si vede una ampia vignetta quadrata di circa 40 centimetri di lato in cui con diversi spessori, sono tracciate delle linee geometriche che costituiscono la trama su cui va a collocarsi la figura principale (fig. 11). Se la posizione di questa figura, circonferenza, quadrato o altro, tracciata con una linea più spessa e quindi immediatamente riconoscibile, può apparire avulsa dal contesto, la 'rete' di riferimenti grafici sottostanti sembra darle una sorta di legittimità. Sul foglio, nella parte bassa, sono stampate alcune righe, di fittissime istruzioni per il tracciamento delle costruzioni geometriche e quindi del posizionamento della figura. A proposito della Location of a Triangle si legge: «A triangle which is drawn between three points, the first of which is located where two lines would cross if the first line is drawn from a point halfway between the lower left corner and a point halfway between the midpoint of the bottom side and a point halfway between the midpoint of the left side to a point halfway between the center of the square and the midpoint of the right side and a point halfway between the midpoint of the right side and the upper right corner and a point halfway between the midpoint of the top side and the upper right corner [...]»<sup>28</sup>, cui segue una parte di testo ancora più lungo. Rinunciando ad indicare i diversi punti notevoli con delle lettere cui fare riferimento, le istruzioni di Lewitt diventano terribilmente confuse e ridondanti – benché attendibili – e il rimando continuo che lo spettatore cerca di fare tra l'immagine e il testo, dopo alcuni tentativi, finisce con lo smarrirlo. La solidità apparente del linguaggio geometrico, l'accostamento della spiegazione verbale alla sintesi grafica, con il suo portato storico e le sue oscillazioni tra necessità contingenti e speculazione astratta, in queste opere di Lewitt sembrano giungere ad un definitivo collasso, sperimen-



14 | Sol Lewitt, diagramma, descrizione e certificato di autenticità del Wall Drawing n. 49 del 1970. Nel caso in cui i proprietari volessero cancellare la pittura, avrebbero il diritto di ripeterla in un altro luogo da annotare sul certificato di autenticità.

<sup>25</sup> Su Lewitt la bibliografia è estesissima. Per una visione complessiva dell'opera grafica di Lewitt si rimanda ad Areford, *Strict Beauty*. Sol Lewitt Prints, e al catalogo on line delle sue incisioni: <<https://www.solle Wittprints.org/artwork/>>.

<sup>26</sup> <https://www.solle Wittprints.org/artwork/lewitt-raisonne-1973-05/>

<sup>27</sup> Areford, *Strict Beauty*. Sol Lewitt Prints, pp. 70-76.

<sup>28</sup> <https://www.solle Wittprints.org/artwork/lewitt-raisonne-1974-01/>

tandone esclusivamente la qualità estetica, privandolo di ogni vera connotazione comunicativa, raggiungendo lo scopo dell'opera proprio nello smarrimento compiaciuto dello spettatore. L'anno seguente, nel 1975, Lewitt sperimentò, per così dire, la 'fusione fisica' dei due linguaggi, invadendo in *The Location of Lines* o in *Lines to Specific Points* il campo del disegno con le istruzioni, ormai sovrapposte ad ognuna delle linee cui esse si riferiscono<sup>29</sup>. La negazione delle possibilità comunicative di questi processi grafici raggiunge forse il suo apice in *The Location of Fourteen Points*<sup>30</sup> (fig. 12), dove l'artista stampa le istruzioni in un corsivo poco leggibile, peraltro al contrario (non essendo state scritte specularmente sulla pietra litografica, come sarebbe invece stato necessario), portando il linguaggio della costruzione geometrica ad un nuovo livello di astrazione. La ricerca di Lewitt in questo campo, spinta sino allo smarrimento semantico della relazione tra testo, immagine e comunicazione, prevedeva (fortunatamente) un "punto di ritorno". Nel corso degli anni a venire l'artista sviluppò una tecnica per la descrizione grafico testuale, essenziale ed efficace, che utilizzò per istruire le maestranze alla realizzazione dei suoi *Wall Drawings* (fig. 13), descrivendoli succintamente anche in stringatissimi certificati di autenticità, utilizzando con precisione e senso poetico le parole, talvolta accompagnate da uno schema grafico (fig. 14), costruendo un linguaggio sobrio e radicale che ritrova, nella sua più naturale urgenza operativa, l'efficacia di quello euclideo e la diretta essenzialità di quello mostrato da Villard<sup>31</sup>.

## Conclusioni

Il tema della relazione tra parola e immagine, o tra parole e le sequenze operative che hanno come esito un tracciato grafico, specie col diffondersi delle più recenti modalità di interazione con gli algoritmi generativi di AI che utilizzano i cosiddetti *prompt* come dispositivo di acquisizione delle richieste, pone delle questioni di stringente attualità, indagate ormai in ambiti molto distanti da quello della geometria e della rappresentazione. Gli esempi presi in considerazione in questa nota hanno mostrato come questa relazione alimenti dei temi tutt'altro che nuovi e come gli equilibri già esplorati fra testo e immagine, descrizione ed esito, astrazione e prassi, partecipino alla definizione dei nuovi paradigmi co-

stituitivi in questi campi. L'assottigliarsi generalizzato della comprensione dei testi, causa ed effetto della trasformazione della nostra cultura in una "civiltà delle immagini", negli ultimi anni è stato avversato dalla necessità di strutturare brani di linguaggio verbale attraverso il quale interagire con i nuovi algoritmi digitali, la cui capacità di interpretare le richieste, se talvolta lascia sorpresi, in altri casi determina grossolani ed esilaranti malintesi. Alle "scritture impossibili" evocate da Borges e rappresentate in modo magistrale nei lavori di Luigi Serafini o di Enzo Patti<sup>32</sup>, sembra sostituirsi la necessità di un'inedita puntualità del linguaggio, affrancata dallo studio delle codifiche specialistiche dei linguaggi di programmazione, priva della pedanteria che nell'arte contemporanea ha costituito la cifra di alcune modalità espressive che si sono trasformate in oggetto di raffinata ironia e persino di sarcasmo. Questo processo apparentemente distruttivo e irreversibile, nel chiarire la natura del solco inquieto che andava scavandosi tra le ragioni dell'arte e quelle della scienza, paradossalmente ha gettato le basi per sintesi più complesse, tracciando traiettorie sperimentali verso la ricucitura di obiettivi comuni.

Nell'altalenante comporsi di una nuova modalità che possa tenere assieme testo e immagine in un equilibrio che non sacrifichi il disegno come processo a solo vantaggio della configurazione dei suoi esiti, occorre – come sempre, in questi frangenti – essere guidati, più che dalle più minute ragioni, da un chiaro senso della misura, nello stesso modo in cui Vignola, dopo avere descritto con una certa minuzia l'immagine della tavola XXXII della sua *Regola*<sup>33</sup>, in cui è rappresentata una bella cornice per il coronamento dei palazzi caratterizzata da marcati modiglioni posti in corrispondenza a triglifi bombati e arricciati, chiude la descrizione testuale scrivendo «Il resto si vede», rimandando il lettore all'esame dell'immagine, sufficiente ed efficace. Formati sulle necessità delle descrizioni geometriche, consapevoli di essere depositari di un sapere che viene da lontano, tocca a quanti si occupano di Rappresentazione l'onere di monitorare questo processo e, se possibile, di ispirarlo, contribuendo a prepararci al nuovo futuro.

<sup>29</sup> <https://www.sollewittprints.org/artwork/le Witt-raisonne-1975-06/>

<sup>30</sup> <https://www.sollewittprints.org/artwork/le Witt-raisonne-1975-11/>

<sup>31</sup> <https://www.printedmatter.org/catalog/ttables/623/37864>

<sup>32</sup> Su Enzo Patti si veda, ad esempio: Patti, *Di Capperi*. Su Luigi Serafini si consulti il monumentale *Codex Seraphinianus*.

<sup>33</sup> Vignola, *Regola delli cinque ordini*, tavola XXXII.

## Bibliografia

A. Antilli, *Disegno geometrico*, Hoepli, Milano 1894.

D. S. Areford, *Strict Beauty. Sol Lewitt Prints*, Williams College Museum of Art and Museum of American Art, New Britain 2020.

J. Barozzi da Vignola, *La regola delli cinque ordini*, 1562.

O. Byrne, *The first Six Books of the Elements of Euclid*, Pickering, London 1847.

M. I. Dee (ed.), *The Elements of Geometrie of the most auncient Philosopher Euclide of Megara*, Iohn Daye, London 1570.

E. Dotto, *La regola e lo sguardo. La critica di Giuseppe Damiani Almeyda al libro dei cinque ordini di architettura di Vignola*, in *TECLA. Rivista*, IV, 2011, pp. 28-53.

A. Dürer, *Underweysung der Messung, mit dem Zirckel und Richtscheyt, in Linien, Ebenen unnd gantzen corporen*, Nüremberg 1525 (trad. latina, *Quatuor his suarum institutionum geometricarum libris*, a cura di J. Camerarius, Christian Wechel, Parigi 1532)

Euclide, *Gli Elementi*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni, Utet, Torino 1970.

M. Foucault, *Questo non è una pipa*, SE, Milano 1997 (ed. or *Ceci n'est pas une pipe*, Éditeur, Fata Morgana, Montpellier 1973)

A. Frajese, Introduzione, in A. Frajese e L. Maccioni (a cura di), *Gli Elementi*, Utet, Torino 1970, pp. 9-20.

V. de Honnecourt, *Villard de Honnecourt. Disegni*, a cura di A. Erlande-Brandenburg, R. Pernoud, J. Gimpel, R. Bechmann, Jaca Book, Milano 1986.

A. Jarry, *Gesta e opinion del dottor Faustroll, patafisico*, Adelphi, Milano 1984 (ed. or. *Gestes et opinions du docteur Faustroll: pataphysicien*, Eugène Fasquelle Editeur, Paris 1911).

L. Maccioni, Premessa del traduttore in A. Frajese e L. Maccioni (a cura di), *Gli Elementi*, Utet, Torino 1970, pp. 21-38.

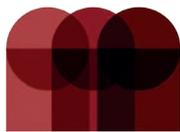
Y. Ono, *Grapefruit*, Simon and Schuster, New York 1970.

E. Patti, *Di Capperi*, Il Grifo, Palermo 1980.

J. Reichardt (ed.), *Cibernetic Serendipity. The Computer and the Arts*, Studio International, London-New York 1968.

L. Serafini, *Codex Seraphinianus*, Franco Maria Ricci, Parma 1980.

S. Serlio, *Libro primo d'architettura*. Eredi di Francesco de' Franceschi, Venezia 1600.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025

MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** L. Cocchiarella, *Geometry as a Persisting Backbone Metalanguage in Architecture*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 44-51.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3243>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Cocchiarella L., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## GEOMETRY AS A PERSISTING BACKBONE METALANGUAGE IN ARCHITECTURE

LUIGI COCCHIARELLA

Polytechnic University of Milan (DASTU)  
[luigi.cocchiarella@polimi.it](mailto:luigi.cocchiarella@polimi.it)

*Albeit Architecture is not mere Geometry, much of Architecture is about Geometry. Either in real shapes, or in representational models, or in theoretical terms. Three simple questions should suffice to illustrate the point. What would a cathedral be, without its geometric feature? What would a BIM model collapse in, without its geometric framework? What would architectural theory be based on, without its reference to geometry of space? That is, looking through an ideal infrared lens, Geometry is revealed everywhere in the architectural field, from the dawn of time, and throughout the different technological eras. And not only in the architectural field, as René Descartes officially highlighted, establishing Geometry at the base of the nexus between logical (λόγος) and visual (γραφική) thinking<sup>1</sup>, in the last decades widely reconfirmed, also at the computational test. This dual nature, making Geometry working as a metalanguage<sup>2</sup>, so beneficial in agglutinating the multi-disciplinary field of Architecture, is even more to be considered when facing the challenges promised by AI (fig. 1), either in research or in the professional world, and especially in Geometry education, which is still our priority mission. Then, a further question seems to emerge. What would AI based architectural design be without Geometry? This paper aims at discussing some of the implications related to these topics, including some simple generative tests made with Midjourney and ComfyUI, and an instant tip from Chat GPT.*

**Keywords:** *Geometry and Architecture, Geometry as Metalanguage, Architectural Geometry and AI, Geometry Education in Architecture.*

### Introduction

Preparing to answer the editorial call from the point of view of Geometry, it seemed appropriate to look at its nexus with the other two key words there proposed, that is, Shapes, and Models. As a smooth start, the three synthetic definitions have been taken from the online Oxford dictionary. There, Shape is defined as «the form of the outer edges or surfaces of something», or as «an example of something that has a particular form». The first statement is intuitively closer to Geometry. In fact, even considering the mere appearance, Geometry is inside any outer edges or surfaces of something, characterizing it even independently on the material feature of that something. That's what makes the second statement true as well. Indeed, the independency on the material feature, allows to create examples or replicas with similar appearances. Including graph-

ic replicas, that is, images, and graphic representations. This also confirms our initial question: what would a cathedral be, without its geometric feature? About Model, it is defined as «a copy of something, usually smaller than the original object», which is the most common meaning. Differently from Shape, the definition seems more comprehensive here, since emphasis is not only on outer edges or surfaces. In the light of the shift from the Analogue to the Digital, the semantic density of the word Model became increasingly clear. With reference to digital representation, the Model has gradually moved away from the idea of a pure shape, getting in change the ambition to become a clone, that is, a digital clone of the real, by incorporating plenty of further information and parameters. Which seems to confirm our second question: what would a BIM (or similar) model collapse in, without its geometric framework?

<sup>1</sup> The words λόγος and γραφή, literally 'logic' and 'graphics', refer to our two basic language roots, at least in our Western culture, as the reference to the Greek lexicon would emphasize; further theoretical insights can be found in Ugo, *Lógos/Graphé*.

<sup>2</sup> That is, an artificial language, usable to operate on other artificial languages, and the related disciplinary fields; indeed, Geometry is used in several scientific, technical, and artistic areas.

Grouping the answers to the two questions mentioned above, we may say that, as well no cathedrals may be such without geometry, as any informed architectural model would collapse in lists of data without a geometric structure: in both the cases we would have, let's say, flesh with no bones without Geometry.

It seems time now to report how Geometry itself is defined in the dictionary, that is, «the branch of mathematics that deals with the measurements and relationships of lines, angles, surfaces and solids». In other words, a basic theoretical and operational system of intangible entities and properties, since Descartes established, supporting both visual and logical thinking.

According to Michel Serres<sup>3</sup>, in the field of natural sciences and technology Geometry has a role comparable with law in social sciences and politics: it is everywhere. Back to Architecture, the relevance of Geometry is even more crucial, considering the impact of space in architecture, as outstanding masters have clearly highlighted, think of August Schmarsow, Nikolaus Pevsner, Bruno Zevi, or experimented, think of Peter Eisenman, Frank O. Gehry, Zaha Hadid, only to mention a few<sup>4</sup>. And Geometry is, in a way, the science of Space. To refer to the previous keywords, it offers architects theoretical foundations enabling to recognize, conceive, think of, and create, *Shapes* and *Models*. In this sense it works as a metalanguage, and at the same time, as a meta-structure. Which gives meaning to our third question: what would architectural theory be based on, without its reference to Geometry of space?

### Geometry in Representation for Design Driven Research

As architects, our main task, mission and hope, is architectural design, construction, and maintenance. Which means, dealing with theoretical elaborations and (mostly) visual representation, be it carried out on paper, through a screen or immersive simulations. And physical mock-up, not included in this discussion. But what is the relation between project and research? Generally speaking, we can admit that any project is born from a specific research process, since it is based on a balance between problem-solving and creativity, traditionally related to the three Vitruvian categories at least, that is, to tangible and intangible requirements.



But a design driven research, needs wider bases, either theoretical or operational, not deduced from random single cases, but elaborated by a critical consideration of the history, as well as of the architectural contexts and traditions, with a certain systematic eye.

The fact is that a comprehensive theory of architecture is hard to define, not only because of the complexity of the field, but also because there is no objective "verity" in architecture, i.e. neither a Baroque nor a Renaissance church are "truer" than a Romanesque one<sup>5</sup>.

However, complexity is also present to help us in this discussion to find a reasonable focus. What series of experts sitting around a table, appointed to promote a project, like engineers, sociologists, stakeholders, and the client, do expect from an architect? They certainly do not expect s/he to be more expert than them in engineering, sociology, finance, and so forth. They only expect, and require, that the architect understands all the various relevant inputs collected, evaluating, mixing and balancing requests and suggestions, and then turning them into an architecture, which means, into an architectural space, that is, shaped according to a specific and unique geometric configuration, suitable for the scope and appropriately integrated in the context<sup>6</sup>.

Therefore, Geometry comes into question since the elaboration of the early

1 | An image appearing on the web upon the prompt: Architectural Geometry and AI (Google: Jan 15, 2025).

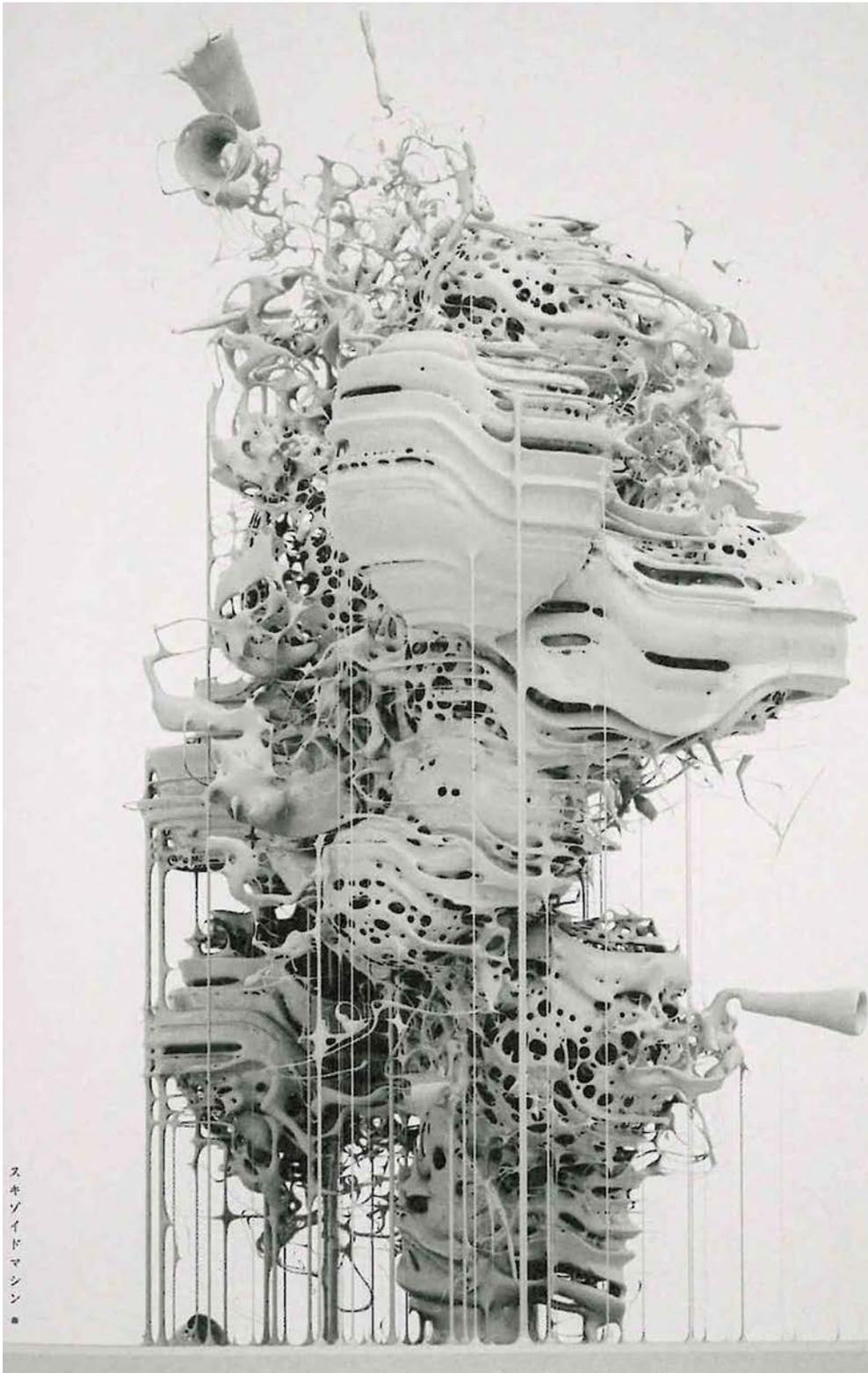
“What would architectural theory be based on, without its reference to Geometry of space?”

<sup>3</sup> Serres, *Les Origines de la géométrie*.

<sup>4</sup> The theoretical position about space in Architecture is masterfully summarized in the well-known now classic book: Zevi, *Architettura in nuce*; also interesting is the book on Peter Eisenman by Pippo Ciorra, because of the interest of Eisenmann in space, who worked either as a professional or as a theoretician, across the analogue and the digital eras.

<sup>5</sup> Architecture, indeed, is not like pure Science and Techniques, that is, new visions do not necessarily make the traditional ones obsolete, neither architectural trends are necessarily the same all over the world, despite the globalization.

<sup>6</sup> Cocchiarella, *La "forma" oltre il "codice"*.



2 | Skizoid, by Joris Putteneers. (Hovestadt 2020, p. 173).

<sup>7</sup> Hemmerling, Cocchiarella, *Informed Architecture*.

<sup>8</sup> Glaeser, Polthier, *Bilder der Mathematik*

<sup>9</sup> Boyer, *A History of Mathematics*.

<sup>10</sup> Cocchiarella, *Geometry and Graphics in Spatial*

*Invention: Among Mind, Hand, and Digital Means*.

<sup>11</sup> March, Steadman, *The Geometry of Environment: An Introduction to Spatial Organization in Design*.

<sup>12</sup> Evans, *The Projective Cast*.

informative recognisance on the project site, as well as during the entire design process, and finally in the built shape, including its life cycle. It offers a valuable metalanguage supporting any step of the design process, starting from setting the topology until to achieve the final configuration<sup>7</sup>. In other words, the architect can take advantage of the creative potential offered by the several *transformations* provided by Geometry<sup>8</sup>. In the

glorious past it basically was Euclidean Geometry, and particularly symmetry, as the classic treatises and the coeval built architecture confirm, but with the advent of the modern Mathematics, new frontiers have been opened<sup>9</sup>, and in fact, we talk about Geometries nowadays, which are integrated in the Digital Graphics environment (fig. 2).

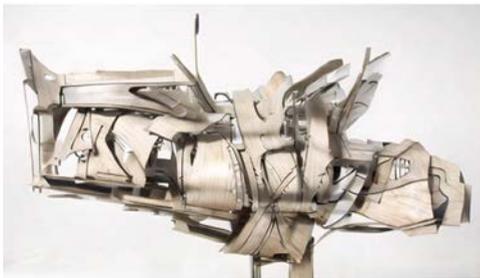
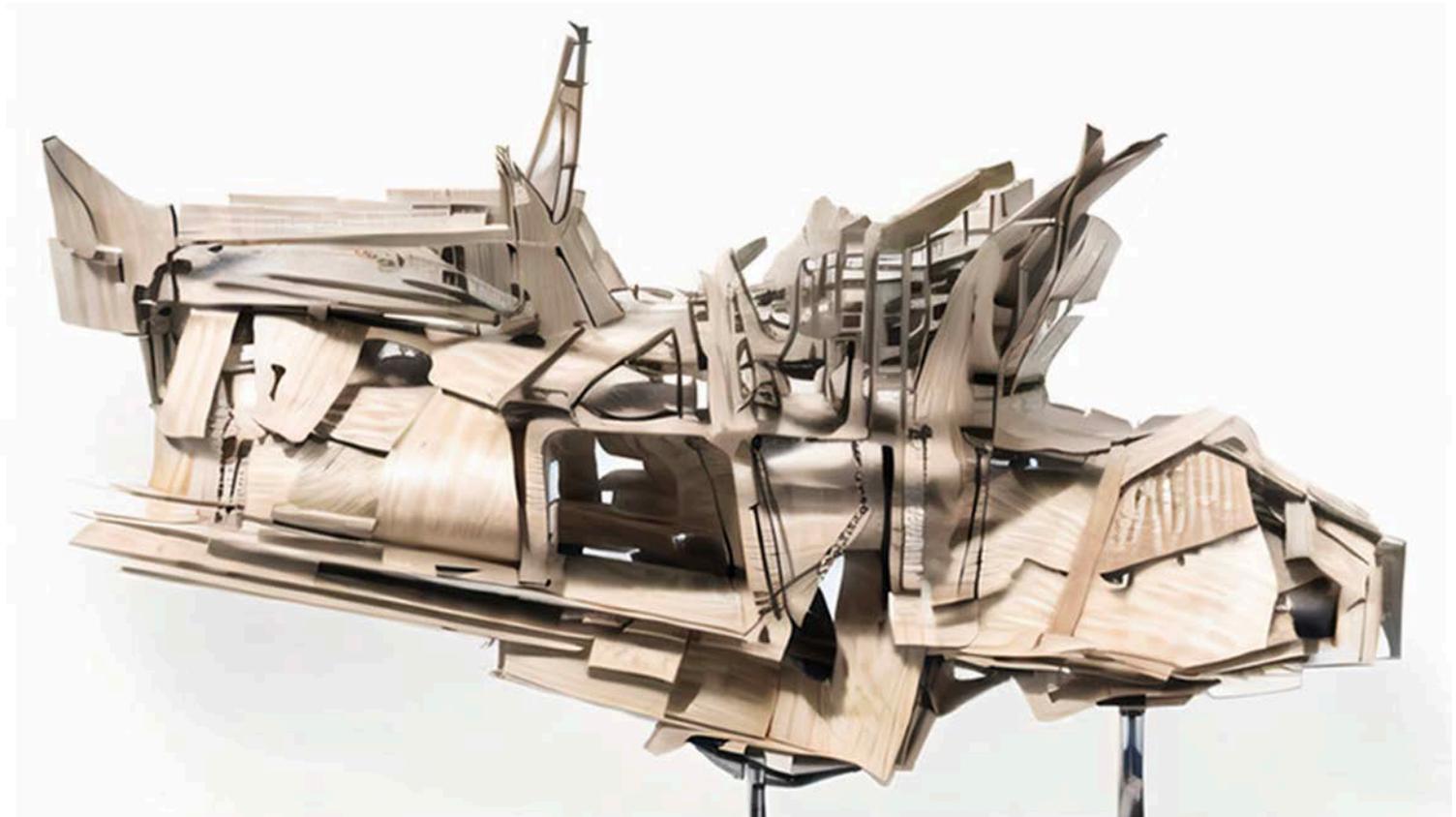
It is clear at this point, that a design driven researches should include a focus on the geometric strategies supporting the whole design process, that is, not only scientific literature and erudition, but appropriate geometric background, practice, and sensitivity. This means a complete overturning of the popular opinion about the *deductive* approach to Geometry, encouraging at the same time experimentations in the direction of an *inductive* approach, addressed to the development of projects<sup>10</sup>.

On closer inspection, this trend had a long tradition, since the origins of architectural drawing, touching an apex in the Renaissance and Enlightenment treatises, where geometrical patterns widely “stand for” architectural compositional guidelines. More recently this trend was also confirmed with respect to the modern Geometry, inspiring architects to envision revolutionary changes, and new theorizations.

Structuralism first, to which some milestones can be referred, like *The Geometry of Environment*, by Lionel March and Philip Steadman, where a rich series of projects is analyzed, comparing them with the geometric transformations laying behind their composition<sup>11</sup>. Looking at this work nowadays, it shows that everything was ready for the advent of the Digital. A bit later historical retrospect belonging to the Analogue era can be also mentioned, *The Projective Cast* by Robin Evans, where the use of Geometry in architecture is discussed, remarking in particular its active power in supporting architectural thinking, imagination, drawing, and building, even at the higher semantic levels of architectural aesthetics and rhetoric<sup>12</sup>.

In more recent times, just over two decades, two contributions may be mentioned, respectively from a mathematician and from an architect.

The first one is a well-known compendium of geometric structures suitable for architecture, revisited through a digital approach, by Helmut Pottmann et al., titled *Architectural Geometry*, where the



3 | An example of Semantics-driven morphing. AI driven transformation process of a geometric structure, leading to different solutions, like a potential space (small image above) or like a potential mechanism (small image below). Discarding mechanism and evolving in the direction of a space, the configuration in the big image at the top of the page starts showing a gate, maybe promising as the entrance of an architectural space. (Civitai, Feb 21, 2025; graphic composition by author).

geometric transformations reported are often compared with real cases including contemporary architectural examples<sup>13</sup>. The second book, *Beyond the Grid*, by Ludger Hovestadt, is an interesting compendium of experimental tests and research projects, strongly geometry based, carried out in the field of parametric modeling for architectural design and digital fabrication during about twenty years at the ETH Zürich<sup>14</sup>. Especially in this latter, thanks to the computational approach, Geometry is shown as a living plastic discipline in the hands of an architect, and its contribution appears as no longer separable from the design process. Like a modern treatise, connecting and integrating theoretical elaboration and experimentation, it shows a valuable way to use Geometry as a metalanguage in design driven research in architecture. The next step concerns some notes relating to our fourth and final question: what would AI based architectural design be without Geometry?

### Architectural Geometry and AI

Although the early experimentations in the direction of AI date back to the Forties of the Twentieth century, it is only at the beginning of the Sixties that researches on *scene analysis* by artificial vision through machines had a start, appearing

on the PhD dissertation of Larry Roberts at the MIT. This happens just a couple of years after the *sketchpad* was invented by Ivan Sutherland at the same University, giving birth to 3D space modeling. To carry out experiments on scene analysis, a virtual “micro-world” was required, populated by virtual objects, which appeared after a while, in 1971, thanks to David Huffman. Other versions of virtual spaces realized to test artificial vision showed a room with squared tiles, a model very similar, in its appearance, to those used in the early examples of perspective constructions during Renaissance.

It was an interesting turning point in the field, since finally Geometry started appearing on the surface of the Digital, becoming visible on a visual interface.

AI, as any digital based or co-based system, has two sides, the *backend* and the *frontend*, the first one concerns how it works, the latter concerns the user interface, that is, the tools we can operate with, which is our point of interest<sup>15</sup>.

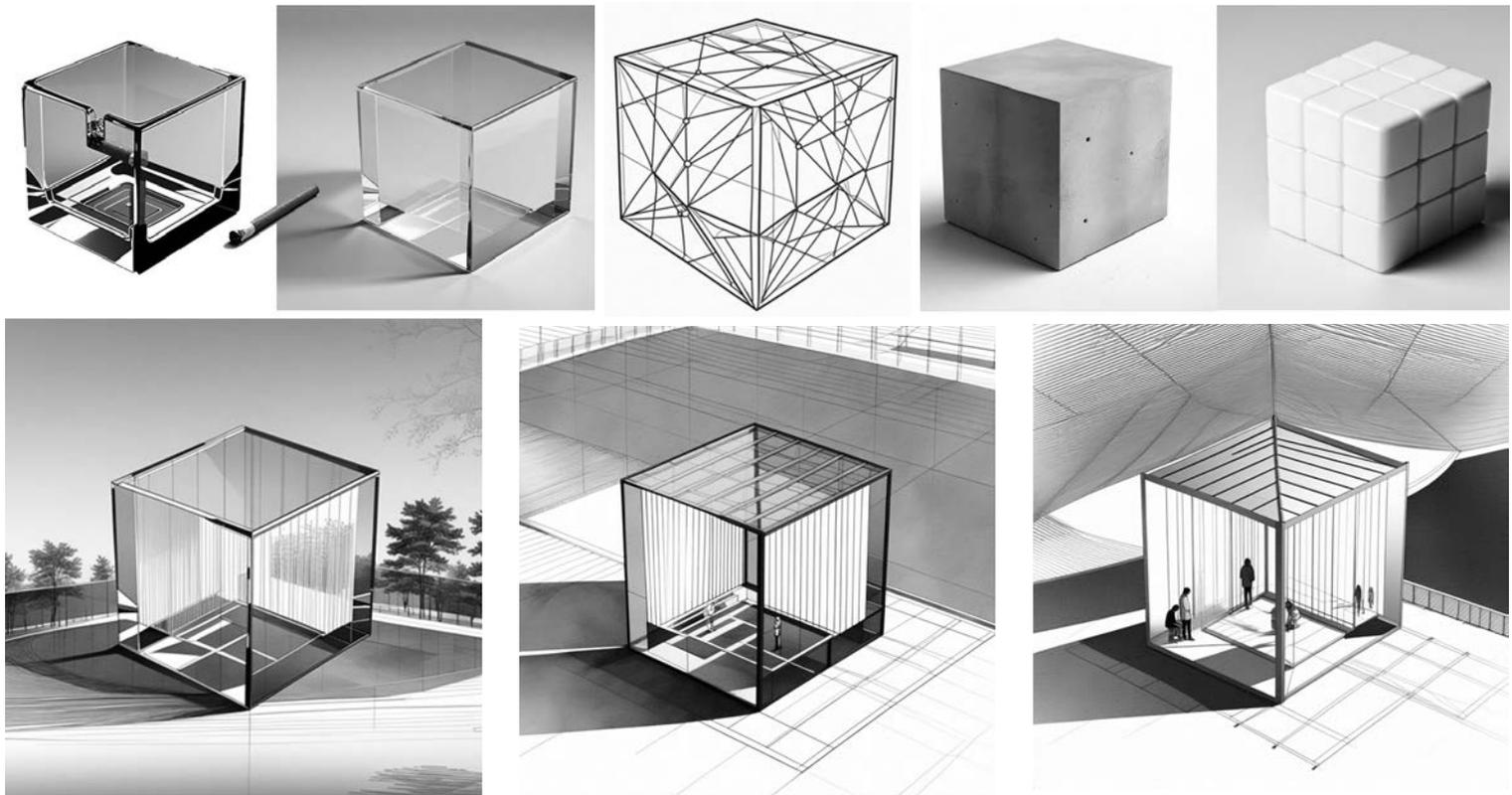
As it has been reminded by Nils J. Nilsson<sup>16</sup>, over time AI got benefits from joining the so called *symbolic* elaboration, based on top-down processes related to prior knowledge recorded as sets of data, with a human operator as the mediator between machine and real context, translating information into inputs; and the so called *sub-symbolic* elaboration, based on

<sup>13</sup> Pottmann et al., *Architectural Geometry*.

<sup>14</sup> Hovestadt, *Beyond the Grid*.

<sup>15</sup> Quintarelli, *Intelligenza artificiale*.

<sup>16</sup> Nilsson, *Artificial Intelligence: a New Synthesis*.



4 | A generative test carried out with ComfyUI. The main prompt (a cube) has been integrated with further targeted inputs, to obtain a crystal cube, a crystal ashtray, a concrete cube, a plastic cube (resulting in a kind of monochrome Rubik cube); below, options resulting upon the addition of further specific inputs to obtain a pavilion; above, midst, what ComfyUI shows as a 'pure' geometric cube (Elaboration by author, with Matteo Cavagliá).

5, 6, 7 | Generative tests carried out by Midjourney, with the following prompts and no other inputs: crystal cube; cubic crystal ashtray; 5 storey cubic building equipped with zero energy impact technologies. Sometimes the cube is considered in a 'broad' sense (Elaboration by author, with Matteo Cavagliá).

8 | Generative tests carried out by Midjourney, with the following prompts and no other inputs: architectural pavilion with a cubic shape and crystal-like surfaces and people inside. Again the cube is intended in a broad sense, and the size is not precisely fixed (Elaboration by author, with Matteo Cavagliá).

bottom-up processes, aiming at sensitizing the machine to signals as well, without prearranged symbolic transcriptions, by the direct interaction with the context around through sensors, in order to build up fresh knowledge on the basis of the info memorized, that is, of an artificial experience based way, somehow following the natural learning processes, which is still receiving great impulses from the advancements in neurosciences<sup>17</sup>.

In fact, the most recent AI systems can learn not only from codified knowledge, but also from imitating our mental processes, as they appear recorded on pictures, videos, and information, provided by neuroimaging, and related data mining. According to Stuart Russel and Peter Norvig<sup>18</sup>, joining *symbolic* top-down and *sub-symbolic* bottom-up machine learning strategies, opened the way to combine parametric and non-parametric elaborations, in the aim of having at the end an *Intelligent Agent*, able to react and adapt to new contexts, instead of a "simply" intelligent system.

It means that the most advanced mathematical AI engines can nowadays rely on the so-called *neuro-symbolic* learning processes, which have enormously increased their performative level compared to the former prototypes.

But Geometry is anyway in the body of the machine, and nowadays we can also talk about Geometry of deep neural networks, as it has been well described

recently by Jong Chul Ye<sup>19</sup>. Moreover, in the opinion of some researchers, the (visual) graphic features of the geometric structures, are resulting of great help in simplifying the manipulation of the algorithms. Something reminding us the opinion of Einstein by the way, who used to eulogy the power of visual thinking.

More generally, the combination of *knowledge-based* and *experience-based* approach, led to a contamination, and a cross-fertilization of languages, and consequently, a reciprocal increase of functionalities and semantics<sup>20</sup>.

Concerning functionalities, they have generated new type of tools in the end. If the first way mentioned mainly refers to computers, and the second one mostly to robots, the combination of the two has in part empowered robots, and in part created kind of software robots, that is, software able to work as robots in search of specific info in the web. This is the case of the *Softbots*, as they have been defined by Oren Etzioni and Daniel Weld in the Nineties<sup>21</sup>. Chat GPT offers a good example of what they can do<sup>22</sup>.

And here we pass to the next point, that of semantics, related to architectural geometry and AI. Far from the community of pure mathematicians, it is hard to find AI systems able to manage and generate pure geometric structures. Pure AI based Geometry is nowadays a rather specialized topic of interest for mathemati-

<sup>17</sup> Dehaene, *How We Learn*; Mallgrave, *L'empatia degli spazi. Architettura e neuroscienze*; Robinson, Pallasmaa (eds.) *La mente in architettura. Neuroscienze, incarnazione e il futuro del design*.

<sup>18</sup> Russel, Norvig, *Artificial Intelligence: a Modern Approach*.

<sup>19</sup> Ye, *Geometry of Deep Learning*.

<sup>20</sup> Hovestadt, Hirschberg, Fritz (eds.), *Atlas of Digital Architecture*.

<sup>21</sup> Etzioni, Weld, *A Soft-Box Based Interface to the Internet*.

<sup>22</sup> Indeed, Chat GPT works as a virtual robot in the web, elaborating on the specific task assigned via the prompt.

<sup>23</sup> <https://en.wikipedia.org/wiki/AlphaGeometry>.

<sup>24</sup> del Campo (ed.), *Artificial Intelligence in Architecture*.

<sup>25</sup> <https://www.promeai.pro/>.

<sup>26</sup> <https://architectures.com/en>.

cians. With reference to Euclidean space, among others, *Alpha Geometry* may, for example, offer a good picture of how AI systems for Geometry work<sup>23</sup>.

Naïvely, one can think that this type of AI driven technologies may allow architects to push the boundaries of Geometry, by generating a great number of multiple spatial options, to be selected and adapted to a specific project afterwards. As it was in the past, when using symmetry or parametric modeling first, and then testing whether they could fit for the ongoing architectural projects.

Given that we keep ourselves sufficiently up to date to interact efficiently with the machine, or, unless completely novel approaches will emerge<sup>24</sup>.

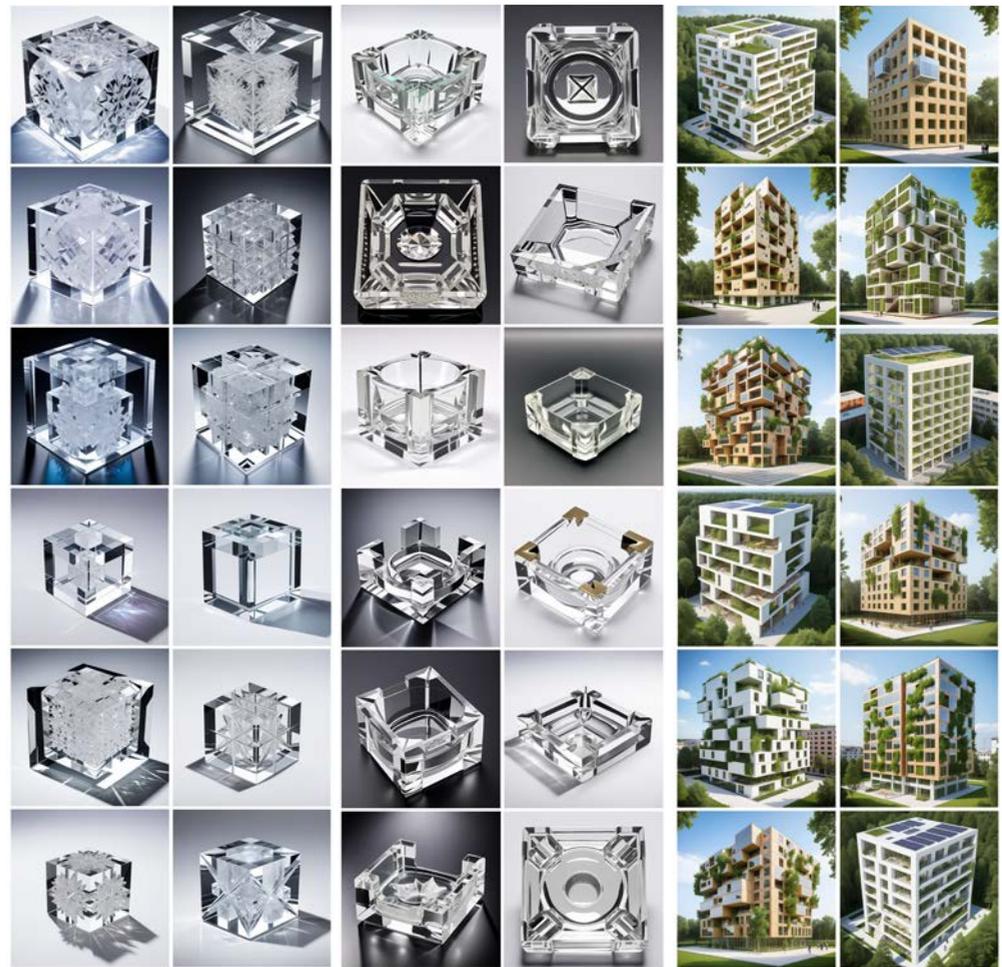
In most cases, in fact, the combined elaboration of symbols and signals has made machine learning able to deal at the same time with several types of languages, i.e. logic and iconic, either in the *backend*, or in the *frontend*. As a result, thanks to their enriched semantic power, the current AI systems allow us to input statements through the interface, receiving statements, numbers, sounds, signals, images, movies in turn. Or, we can input numbers, sounds, images, or signals.

Which has *pros* and *cons*. This languages shift, indeed, like asking for images by words, etc., may open the way to misunderstandings, but the advent of graphic interfaces is making the job easier to control, at least with reference to our field.

And the potential advantages are indisputably invaluable, since AI is designed to work across languages, providing in turn valuable channels for interactions among different disciplinary fields.

The geometric configurations elaborated by the AI systems conceived for architecture, in fact, are not simply resulting from abstract transformations, but they may be sensitive to various other conditions pertaining to architecture itself, like stability, functionality, environmental performances and sustainability, to mention a few, including the human operator, based on which Geometry adapts automatically.

Some generative design tools specific for architecture are available, like *PromeAI*<sup>25</sup>, or *Architectures*<sup>26</sup>, and several others, where design simulations are proposed in real time, and the Geometry is perfectly consistent with that of a real architecture. Since AI works with the enormous database of the Internet, its complex semantic structure attracts series of data potentially related to the task, which makes it



ready to elaborate the output in several direction. In figure 3, three images of an elaboration process, found on *Civitali*<sup>27</sup> are presented (fig. 3), where a geometric configuration may evolve in the direction of a space (above), or, of a mechanism (below). In any case, apart from the specificities related to the other parameters, what brings together the frames in this process is clearly related to their geometric structure, that is, the skeleton of the ongoing transformation.

The prospective solutions offered by AI can furthermore be related to, or predict, specific “scenarios”, taking advantage of *serious game* environments, where not only space, but also the parameter time is involved and various immersive levels of fruition and interaction can be set<sup>28</sup>.

Speaking of interaction levels, in order to checking the difference, we made similar tests with *ComfyUI*<sup>29</sup>, which allows the use of prompts together with further customized inputs, and with *Midjourney*<sup>30</sup>, using single prompts.

Although in the first case the output seemed to be better oriented to specific solutions (fig. 4), while in the second the range of variants seemed more unpredictable (figs. 5-8), either *ComfyUI*, or *Mid-*





9 | Synthetic data generated by Alpha Geometry (Google Deep Mind, February 28, 2025).

journey, show a semantic density, resulting from the abundance of information available on the web, that is, they share the same data source, where the geometric features of spaces and objects are usually linked to other physical properties and information. Quite paradoxically, that of a pure geometric cube seems the hardest image to be elaborated, as shown in the figure<sup>31</sup>.

We can then deduce that, given its flexibility, interesting collaborative perspectives are also to be fully explored, on design processes carried out by integrating AI systems and human teamwork, possibly encouraging interdisciplinary cooperation between architects and other professional profiles, including engineering, natural sciences, and humanities, since all these fields should be involved in providing the best possible *Genius Loci*<sup>32</sup> to the humans, through the architectural places.

All in all, in this case AI it aims at replacing the holistic approach of the human driven architectural design, leading to the architectural project as a syncretic outcome. We will see how things will evolve in the future.

Moreover, architectural fabrication and life-cycle assessment, maintenance, disassembly and disposal can be managed or predicted, which, as it has been said already, are not included in this discussion.

### End with a Tip from AI

At the end of this short excursion, we may conclude that Geometry is confirmed, with all its branches, from Euclidean geometry to the geometry of Hyperspaces, as a backbone metalanguage for architectural representation and design, even

in the AI era.

On the one hand, Geometry is also at the base of the algorithmic structure of the AI systems, while with reference to architecture, traditional and computational geometric *shape grammar*<sup>33</sup> seems nowadays enriched with new informative components, allowing more holistic approaches to the project.

In particular, AI based architectural Geometry is not necessarily to be considered in terms of pure abstraction (fig. 9), but it can be sensitive to plenty of other parameters, related to the tangible and intangible aspects, specifically characterizing architecture and its feasibility.

This kind of *syncretism* facilitates a collaborative and multidisciplinary approach to architectural design, also thanks to shared visual interfaces. In addition, the ease in getting real time AI reactions to inputs, encourages to explore *forecast scenarios*, which is in line with what in the tradition would have defined in terms of search for the *Genius Loci*.

In this perspective, information embedded in the AI based models somehow fills the gap, at least at a representational level, between the abstract design of a geometric *space* and the identity of a real *place*. The *informative density* of the AI based architectural design outcomes, finally brings us back to the three terms proposed by the call: Shape, Models, and Geometries, all three included and interacting in this novel process.

It is clear that besides research and professional experimentation, we also need to review education, and probably a new mentality to appropriately work with AI, including it as part of our background, without losing our identity.

AI seems to agree with us, given that, when asked about Geometry education in architecture in the AI era, Chat GPT wisely answered: «In the AI era, geometry education in architecture must adapt to incorporate both traditional principles and modern technological advancements. As AI and computational tools increasingly shape architectural practice, architectural education needs to strike a balance between understanding classical geometry and mastering new digital methods of design and analysis. Students must develop a strong foundation in geometry to understand form, space, and structure, while also gaining proficiency in digital tools that leverage AI to push the boundaries of geometric exploration»<sup>34</sup>.

A short note may be added to our discussion, concerning the worry about *human authorship*, if it might be dethroned by AI. At the present stage of technology, it does not seem it may happen, since AI is mainly used to react to human inputs, at least in the architectural design process. Instead, the intrinsic “imperfection” of the humans, who are limited by their own non-standard experience, personal background, individual sensitivity, and reaction to stimuli, can even displace and surprise AI, which works on much wider, but standardized bases. These are only some of the challenges expected in the disciplinary field of *Geometry* related to *Architectural Drawing* nowadays, whose affinity with the wider world of *Representation* is, anyway, confirmed and even more clear in the era of AI.

<sup>27</sup> <https://civitai.com/>.

<sup>28</sup> Baricco, *The Game*.

<sup>29</sup> <https://www.comfy.org>.

<sup>30</sup> <https://www.midjourney.com/>.

<sup>31</sup> The number and the type of tools for AI is constantly growing, as well as the possibility to make their interaction an essential part of the machine learning process.

<sup>32</sup> The concept has been explored in depth by Christian Norberg-Schulz, in the milestone book *Genius Loci, Towards a Phenomenology of Architecture* Rizzoli, New York 1980.

<sup>33</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Shape\\_grammar](https://en.wikipedia.org/wiki/Shape_grammar).

<sup>34</sup> Access: January 15, 2025.

## Bibliography

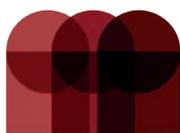
---

- A. Baricco, *The Game*, Einaudi, Torino 2018.
- C. B. Boyer, *A History of Mathematics*, John Wiley and Sons, New York 1968.
- L. Cocchiarella, *Geometry and Graphics in Spatial Invention: Among Mind, Hand, and Digital Means*, in *Journal for Geometry and Graphics*, X, 2006, 2, pp. 183–197.
- L. Cocchiarella, *La "forma" oltre il "codice": ambiente architettonico, teoria, rappresentazione*, Academia Universa Press, Milano 2009.
- D. Costantino, *l'Architettura. Intelligenza artificiale e architettura tra dialogo e sperimentazione*, Gangemi Editore, Roma 2023.
- S. Dehaene, *How We Learn. The New Science of Education and the Brain*, Penguin Books, United Kingdom 2020.
- M. del Campo (ed.), *Artificial Intelligence in Architecture*, John Wiley & Sons, Hoboken 2024.
- O. Etzioni, D. Weld, *A Soft-Box Based Interface to the Internet*, in *Communications of the ACM*, XXXVII, 1994, 7, pp. 72-76.
- R. Evans, *The Projective Cast. Architecture and Its Three Geometries*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts – London 1995.
- G. Glaeser, K. Polthier, *Bilder der Mathematik*, Spectrum, Heidelberg 2009.
- M. Hemmerling, L. Cocchiarella (eds.), *Informed Architecture. Computational Strategies in Architectural Design*, Springer, Cham 2018.
- L. Hovestadt, U. Hirschberg, O. Fritz(eds.), *Atlas of Digital Architecture*, Birkhäuser, Basel 2020.
- L. Hovestadt, *Beyond the Grid. Architecture and Information Technology. Applications of a Digital Architectonic*, Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin 2010.
- H. F. Mallgrave, *L'empatia degli spazi. Architettura e neuroscienze*, a cura di A. Gattara, Raffaello Cortina Editore, Milano 2015.
- L. March, P. Steadman, *The Geometry of Environment. An Introduction to Spatial Organization in Design*, RIBA, London 1971.
- N. Nilsson, *Artificial Intelligence: a New Synthesis*, Morgan Kaufman, Burlington MA 1998.
- H. Pottmann et al., *Architectural Geometry*, Bentley Institute Press, Exton PA 2007.
- S. Quintarelli (ed.), *Intelligenza artificiale. Cos'è davvero, come funziona, che effetti avrà. Prefazione di Piero Angela*, Bollati Boringhieri, Torino 2020.
- S. Robinson, J. Pallasmaa (a cura di), *La mente in architettura. Neuroscienze, incarnazione e il futuro del design*, traduzione e cura dell'edizione italiana di M. Zambelli, Firenze University Press, Firenze 2022.
- S. Russel, P. Norvig, *Artificial Intelligence: a Modern Approach, 4th Edition*, Pearson Education, London 2020.
- S. Serres, *Les Origines de la géométrie, Flammarion*, Paris 1993.
- J.C. Ye, *Geometry of Deep Learning. A Signal Processing Perspective*, Springer, Singapore 2022.

## Acknowledgement

---

I would like to express my thanks to Mrs. Sarah Pye, for reviewing the manuscript.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025

MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** A. Giordano, R. A. Bernardello, *Transizione geometrica: il ruolo della stereotomia dalla prospettiva alla geometria descrittiva*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 52-61.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3417>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Giordano A., Bernardello R. A., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## IL RUOLO DELLA STEREOTOMIA NELLA TRANSIZIONE DALLA PROSPETTIVA ALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA

*The stereotomy role in the Geometric transition  
from perspective to descriptive geometry*

ANDREA GIORDANO, RACHELE ANGELA BERNARDELLO

University of Padua

Corresponding author: [andrea.giordano@unipd.it](mailto:andrea.giordano@unipd.it)

*The eighteenth-century studies on Perspective, of a rigorously scientific nature - begun so brilliantly and synthetically by s'Gravesande - reached their peak with the Brook Taylor and Lambert works.*

*Although some of the later works rise notably for their scientific quality and expository rigor, the period of maximum development of Perspective can be considered concluded at the end of that century. In agreement with G. Loria, it was precisely in that period that a new branch of mathematics came to maturity, which was to take the place of Perspective as a trait d'union between the exact sciences and the arts of drawing. In fact, the interest aroused by the codification of the double orthogonal projection, destined to assume a dominant role in the corpus of the nascent Descriptive Geometry, will attract the interest of scholars, even if its intuitive use was already widespread, as demonstrated for example by Durer's drawings. In addition, the tradition of Stereotomy, which had always employed this type of representation, allowed obtaining directly from the graph those metric and angular data necessary for a correct 'cutting of the stones'. In this sense, we propose a theoretical reflection about the eighteenth-century treatises on Stereotomy, where we find, together with an exceptional graphic quality, founding aspects of Descriptive Geometry, codified by Monge.*

**Keywords:** Stereotomy, Descriptive Geometry, Projections, Drawing.

### Introduzione

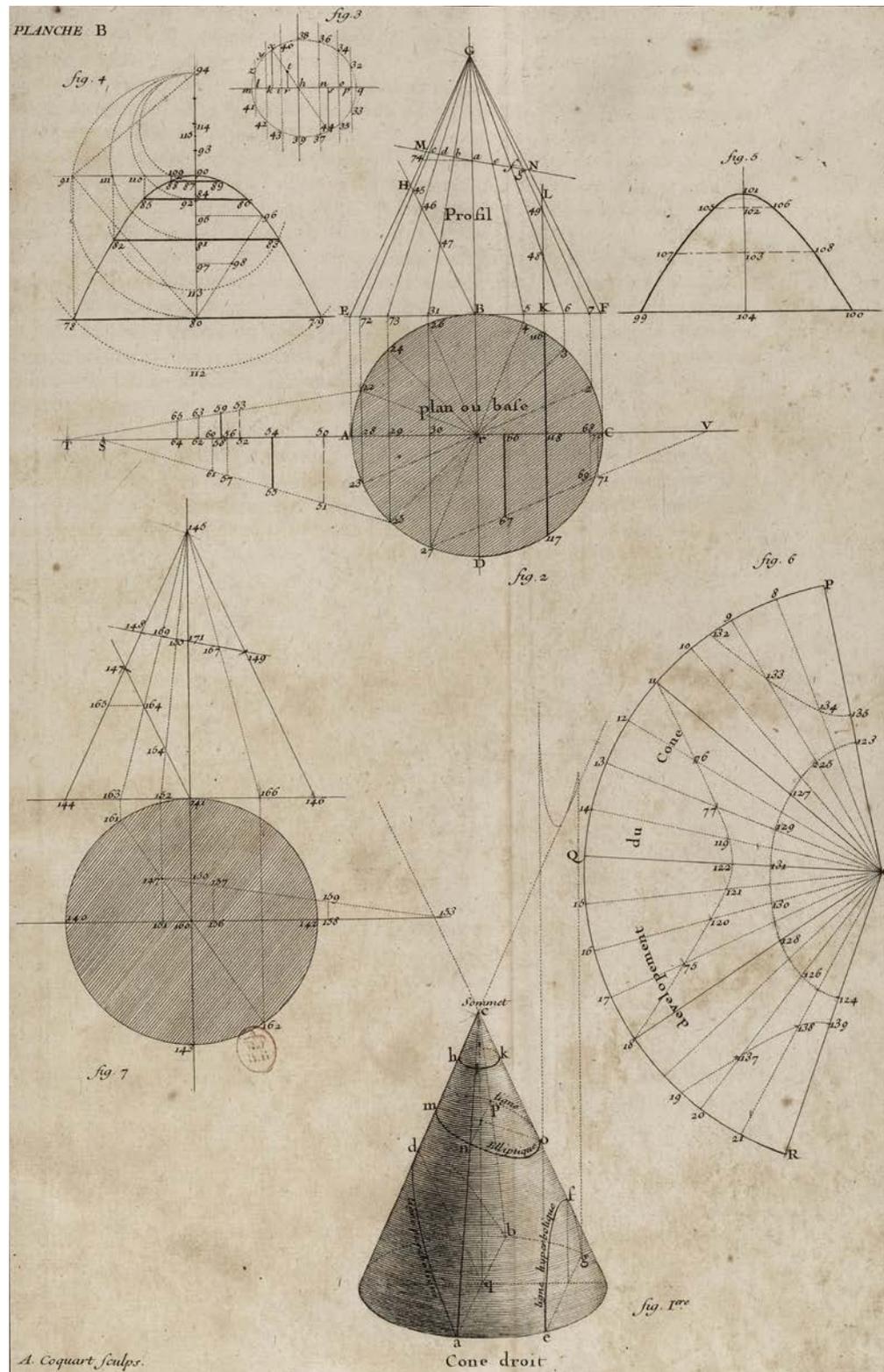
Gli studi settecenteschi sulla prospettiva, di taglio rigorosamente scientifico, principati in maniera sintetica dall'olandese s'Gravesande, raggiunsero elevato livello di approfondimento in ambito anglosassone con l'opera di Brook Taylor, e in quello franco-tedesco con quella di Lambert, per poi proseguire con gli scritti di trattatisti come Karsten, Jeaurat e Zanotti, mentre la produzione di autori minori come Torelli e Taccani segnerà l'inizio di un irrigidimento negli studi sulla disciplina. Quantunque alcune delle opere successive si elevino notevolmente per qualità scientifica e rigore espositivo, il periodo di massimo sviluppo della prospettiva si può considerare concluso al tramonto di quel secolo: d'accordo con Gino Loria, è appunto in tale epoca che si arrivò a maturazione di un nuovo ramo delle matematiche, che doveva prendere il posto della Prospet-

tiva quale *trait d'union* tra le scienze esatte e le arti del disegno. Infatti l'interesse suscitato dalla codificazione della doppia proiezione ortogonale, destinata ad assumere un ruolo dominante nel corpus della nascente geometria descrittiva, attrarrà intorno a sé l'interesse degli studiosi, anche se il suo impiego intuitivo era già diffuso, come testimoniano le molteplici testimonianze proto-mongiane risalenti ad epoche diverse - come la trattatistica di Piero della Francesca e i disegni di Dürer - ma anche la tradizione della Stereotomia che aveva sempre impiegato questo tipo di rappresentazione, potendo trarre direttamente dal grafico quei dati metrici ed angolari necessari per un corretto "taglio delle pietre". In tal senso appaiono interessanti i trattati settecenteschi sulla Stereotomia dove troviamo, assieme ad una qualità grafica eccezionale, aspetti fondativi appunto della geometria descrittiva, codificata da Gaspard Monge.

**Dalla pratica artistica al rigore scientifico/matematico: tra prospettiva e stereotomia**

«La storia della rappresentazione spaziale nell'Europa del XVIII e XIX secolo e nell'Inghilterra del XIX è incentrata intorno a un grande paradosso: e cioè che gli aspetti teorici dello spazio ottico e geometrico venivano discussi in modo sempre più ampio nella letteratura sulle arti e sulle scienze, nello stesso momento in cui la presa delle tecniche prospettiche sulla pratica delle arti figurative cominciava ad essere radicalmente perduta»<sup>1</sup>. Risulta fondamentale questo pensiero di Martin Kemp, lo storico dell'arte inglese che rileva come la facoltà visiva di leggere la profondità spaziale, la relazione percettiva tra i vari sensi, il funzionamento degli organi sensoriali, e lo stato relativo degli stessi sensi rispetto alla conoscenza, fossero questioni ritenute allora tra le più pressanti. E la produzione intensiva di scritti sugli aspetti tecnici della prospettiva e, più in generale, delle questioni proiettive sia in campo tecnico-matematico che in quello applicativo (cartografia, scienza militare, architettura, disegno di oggetti d'uso, ingegneria), testimonia il rinnovato interesse nei confronti di queste discipline.

Tuttavia, ad eccezione di alcuni pittori topografi tedeschi, «[...] la teoria e la pratica della prospettiva lineare cessò di esercitare un ruolo essenzialmente creativo sul fronte più avanzato della pittura. Questo non significa che i dipinti di questo periodo sarebbero stati gli stessi se gli artisti che li crearono avessero ignorato la prospettiva, ma piuttosto che l'esercizio del progetto prospettico possedeva generalmente poco o nulla della necessità intellettuale ed estetica che aveva avuto per molti artisti»<sup>2</sup>, quelli cioè del periodo precedente. E quello che il Kemp considera un paradosso, può essere analizzato sviluppando tre temi principali: il tema della continuità e degli sviluppi della geometria prospettica, nella produzione scritta che va dalla matematica avanzata alle illustrazioni tecniche; il tema degli argomenti ottici, *sub specie* percettiva e filosofica, sollecitati dalla giustapposizione tra natura, visione, intelletto e conoscenza geometrica; e quelli dell'articolazione degli atteggiamenti estetici in sé, dal momento che vari autori tentarono per la prima volta di definire sistematicamente le specifiche aree emotive ed intellettuali nell'attività "artistica" in contrasto con



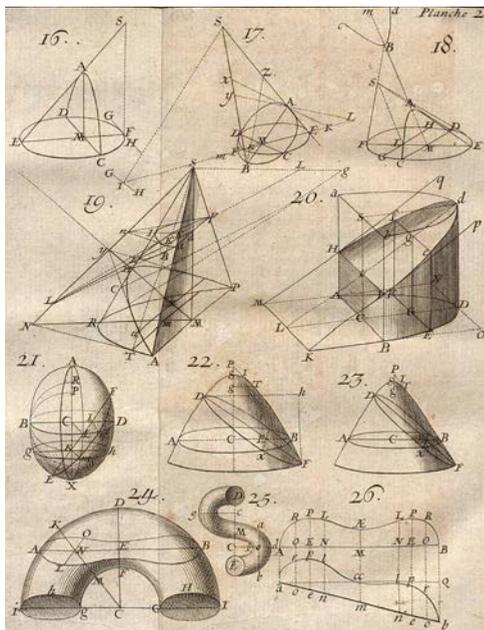
quella più propriamente "scientifica". Ed è significativo che quel paradosso si espliciti attraverso una serie di elementi contrastanti tra Settecento e Ottocento, come la presenza di personaggi tanto diversi quali Gaspard Monge, il fondatore della geometria descrittiva e della rappresentazione tecnica, e John Ruskin, l'esteta inglese campione della lotta contro le "tirannie tecnologiche" legate al nascente mondo industriale<sup>3</sup>.

1 | Le sezioni di un cono, da J. B de La Rue, *Traité de la coupé de pierres*, Parigi 1728.

1 Kemp, *La scienza dell'arte*, p. 245.

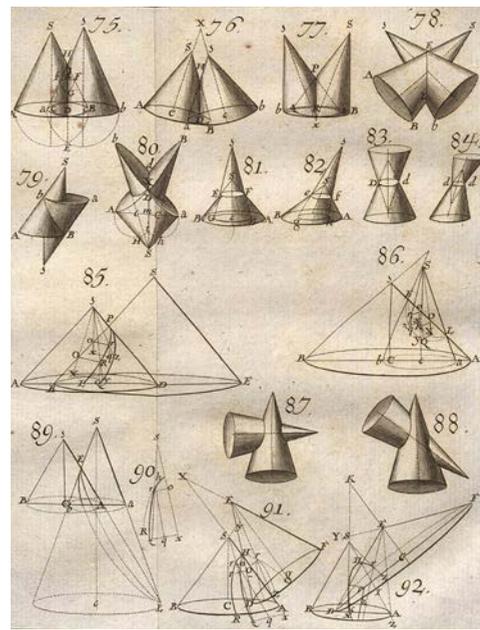
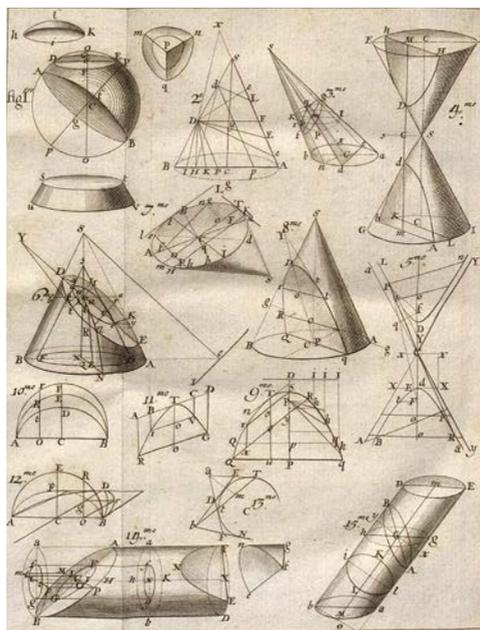
2 *Ibid.*

3 Cfr. Amodeo, *La scienza della prospettiva nel secolo XVIII, i nuovi indirizzi scientifici che da essa scaturirono e la ripresa della geometria descrittiva*.



2,3 | Sezioni piane di coni, di cilindri e di sfere - solidi regolarmente irregolari, da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasburgo 1737.

4 | Intersezioni di coni da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasburgo 1737.



Nel Settecento assistiamo quindi ad un apice scientifico degli studi della prospettiva, affrontati in maniera sintetica dall'olandese s'Gravesande e, in ambito anglosassone, da Brook Taylor e, in quello francese, da Lambert, per poi proseguire con gli scritti di trattatisti come Karsten, Jeurat, Zanotti, Torelli e Taccani. Sebbene alcune delle opere posteriori abbiano evidente qualità scientifica e rigore espositivo, il periodo di maggior progresso della prospettiva può considerarsi concluso proprio sul finire di quel secolo: d'accordo con Loria, «[...] è appunto in tale epoca che giunse a completa maturità un nuovo ramo delle matematiche, il quale doveva prendere il posto della Prospettiva nella parte di 'trait d'union' tra le scienze esatte e le arti del disegno, che essa aveva fino allora efficacemente disimpegnato»<sup>4</sup>. In questo senso la codifica della doppia proiezione ortogonale, in seno alla emergente geometria descrittiva, coinvolgerà molteplici studiosi, seppur il suo impiego "intuitivo" – in riferimento alla sua accezione codificata da Monge di doppia, biunivoca proiezione ortogonale – fosse già diffuso, come si evince dai trattatisti e pittori rinascimentali<sup>5</sup>, dagli studi stereotomici<sup>6</sup>, laddove, questo tipo di rappresentazione, permetteva di assicurarsi chiaramente dall'elaborato grafico quei dati concreti – legati alle misure e agli angoli – indispensabili per un "taglio delle pietre" fedele. Infatti, a partire da Philibert de l'Orme e poi nel corso del XVII secolo, più trattatisti costruiranno i fondamenti scientifici della stereotomia<sup>7</sup>. Tra gli altri, nel 1728 Jean Baptiste de La

Rue (1697-1743) elabora un trattato dove troviamo tavole di elevata qualità grafica<sup>8</sup> – che lo stesso Monge impiegherà nel suo corso per le Applicazioni di Geometria Descrittiva al taglio delle pietre – con un utilizzo "avanzato" dei metodi di rappresentazione, non solo per la riproduzione delle superfici voltate ma anche per lo studio delle superfici coniche e delle relative sezioni: quest'argomento di tipo teorico viene affrontato in una piccola aggiunta al trattato dal titolo *Petit traité de stereotomie* (fig. 1).

Ma una organizzazione sistematica della stereotomia, strutturata in maniera razionale, viene raggiunta circa un secolo dopo da Amédée Francois Frézier (1682-1773)<sup>9</sup> con *La Théorie et la pratique de la coupe des pierres et dei bois, pour la construction dei voûtes et autre parties des bâtiments civil et militaires, ou Traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture*<sup>10</sup>.

### Amédée Francois Frézier precursore della geometria descrittiva

«Frézier, con quest'opera sapiente e ricca di applicazioni curiose ed utili nella geometria teorica e pratica, ha dato compimento alle idee di generalizzazione di Desargues e ha trattato 'geometricamente', in maniera astratta e sistematica, differenti questioni che si sarebbero presentate in più parti legate al problema del taglio delle pietre»<sup>11</sup>: è quanto afferma Chasles, rilevando che lo spirito che informa quest'opera è espresso dalla frase di Vitruvio che Frézier adotta come incipit all'intero trattato: «Geometria plura praesidia praestat architecturae», con-

<sup>4</sup> Loria, *Storia della geometria descrittiva dalle origini ai giorni nostri*, p. 79.

<sup>5</sup> Cfr. Sgrosso, *La geometria nell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione. Tra Rinascimento e Barocco*, pp.28-30.

<sup>6</sup> *Ibid.*

<sup>7</sup> Cfr. Becchi, Rousteau-Chambon, Sakarovitch, Philippe de La Hire (1640-1718). *Between Architecture and Science*; Calvo López, *Stereotomy: Stone Architecture and the Structure of Thought*.

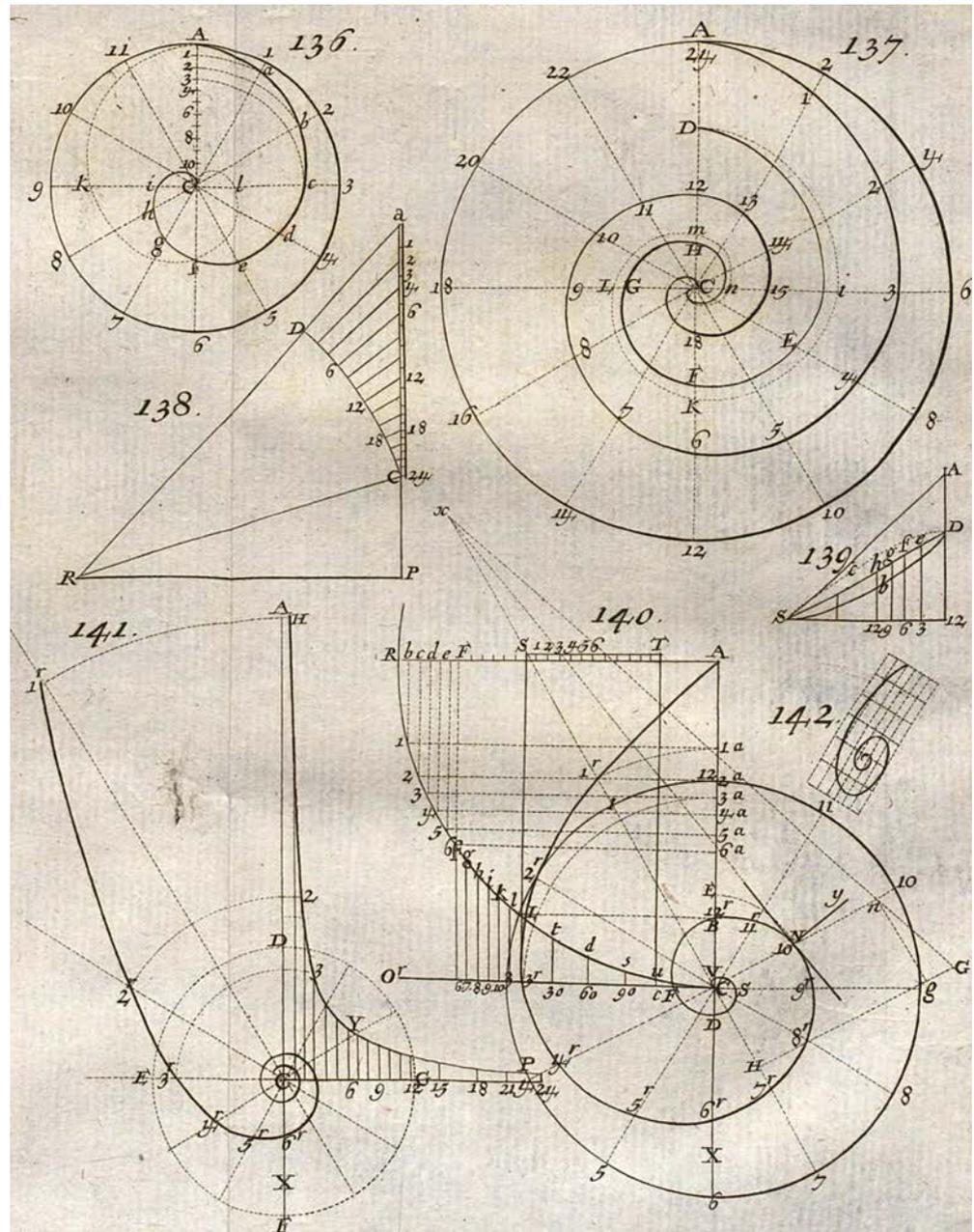
<sup>8</sup> de La Rue, *Traité de la coupe de pierres*.

<sup>9</sup> Sgrosso, *La geometria nell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione. Tra Rinascimento e Barocco*, cit.

<sup>10</sup> Frézier, *La Théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois, pour la construction des voûtes et autre parties des bâtiments civil et militaires, ou Traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture*, del 1737. Nel 1760 ne fu pubblicato un compendio dal titolo *Eléments de stéréotomie à l'usage de l'architecture pour la coupe de pierres*.

<sup>11</sup> Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, p. 355.

“ La codifica della doppia proiezione ortogonale, in seno alla emergente geometria descrittiva, coinvolgerà molteplici studiosi, seppur il suo impiego "intuitivo" fosse già diffuso, come si evince dai trattatisti e pittori rinascimentali.



5 | Costruzioni di spirali, da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasburgo 1737.

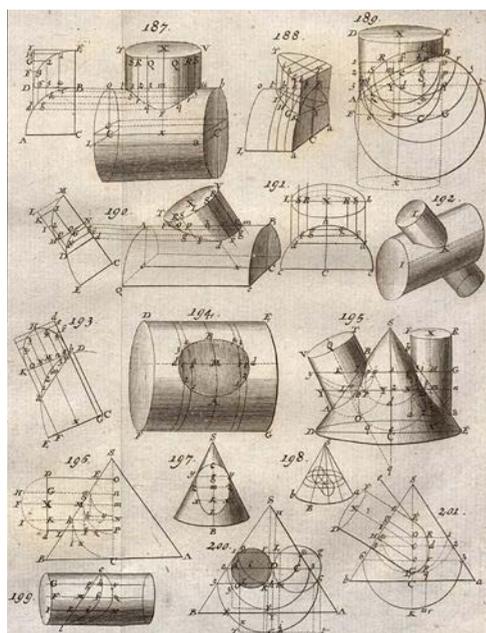
retto ulteriormente chiarito nel discorso preliminare «Sur l'utilité de la théorie dans les arts relatifs à l'Architecture». In linea con il senso di quel precetto, Frézier studia prevalentemente dal punto di vista geometrico le questioni attinenti al taglio delle pietre e alle loro mutue relazioni. Suddivide, quindi, la stereotomia in quattro parti:

- la *tomomorfia*, cioè lo studio delle curve ottenute come intersezioni di superfici piane e curve;
- la *tomografia*, la descrizione delle curve situate su superfici date;
- la *stereografia*, una ricerca dei metodi per rappresentare su di un piano i solidi e le loro sezioni (precisamente *iconografia* e *ortografia* per le piante e i prospetti, *epipedografia*, quale sviluppo di una superficie su di un piano);

- la *tomotecnica*, che consiste nell'applicazione di quanto precede alla determinazione delle sezioni di quelle superfici che risultino più convenienti al taglio dei materiali da costruzione.

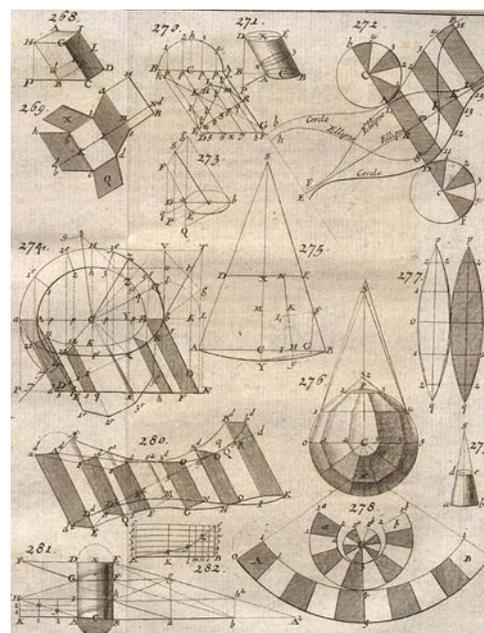
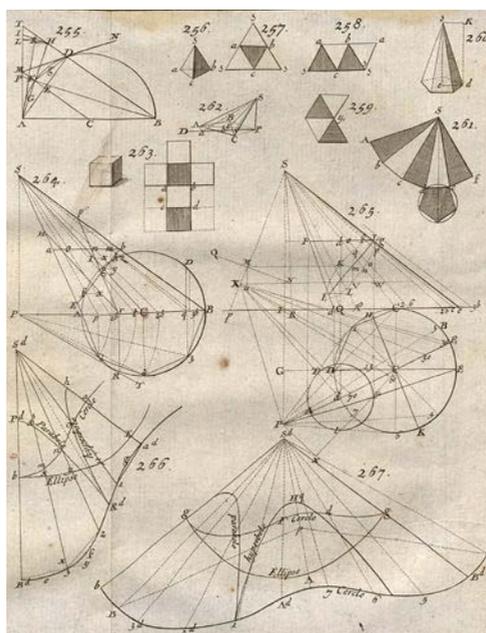
Frézier intitola, con questi stessi termini, i quattro libri del suo trattato. Il *primo libro*, diviso a sua volta in due parti, affronta lo studio delle sezioni piane di solidi, precisamente di sfere, coni, cilindri e superfici "regolarmente irregolari", cioè quadriche, toriche - circolari ed ellittiche - ed elicoidali (figg. 2, 3); qui, inoltre espone le principali proprietà delle coniche, rilevando anche un errore del Dürer, secondo il quale l'ellisse sezione del cono circolare retto differisce dall'analoga sezione del cilindro<sup>12</sup>. Frézier, poi nella seconda parte, suggerisce di nominare le coniche con etimi derivati dalla

<sup>12</sup> Loria, *Storia della geometria descrittiva*, cit, p. 89.



6 | Intersezioni tra superfici, da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasburgo 1737.

7,8 | Sviluppo (esatto o approssimato) su di un piano delle superfici sviluppabili: poliedri, coni, sfere da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasburgo 1737.



parola latina *imbrex* (tegola cava) e cioè *imbricatae*, e precisamente *cicloimbre*, *ellipsoimbre*, *paraboloidimbre* e *hyperboloidimbre*<sup>13</sup> (fig. 4), differenziandosi dal Padre Courcier (1604-1692), che nella sua opera *De sectione superficiei sphaericae per superficem sphaericam, cylindricam per cylindricam et conicae per conicam*<sup>14</sup>, impone il nome di *curvitagae*.

Nel *secondo libro* delinea le costruzioni geometriche del cerchio, delle altre coniche e delle spirali (fig. 5), definendone le fondamentali proprietà, fornendone anche una serie di costruzioni approssimate: utilizzando archi circolari, risolvendo questioni relative alle coppie di rette ortogonali, alle coniche e ad altre curve geometricamente definite, individuando come tracciare curve qualsiasi su superfici sghembe, premettendo la definizione di "proiezione" (intesa qui solo come ortogonale) e la natura della relazione metrica tra la lunghezza di un segmento e la sua proiezione. Infine propone la soluzione di alcuni problemi come quello di trovare le sezioni circolari di un cilindro o di un cono quadrico (intendendo, in questo caso, un cono che abbia come direttrice una conica generica), o di descrivere coniche di data specie sulla superficie di un cono. Si occupa poi delle linee sghembe generate da mutue intersezioni tra superfici sferiche, coniche e cilindriche: l'individuazione di tali curve avviene per punti, con l'utilizzo di un sistema di piani ausiliari paralleli (fig. 6), secondo un procedimento tuttora adottato ma non idoneo per la costruzione delle eliche (*Limaces*) tracciate sulla superficie di un cilindro, di un cono o di una sfera; e poiché l'autore giudica la conoscenza di tali curve indispensabi-

le, insegna a elaborarle con determinati metodi.

Il *terzo libro* si configura come prefigurazione della geometria descrittiva a breve emergente: in esso infatti riprende il concetto di proiezione ortogonale, applicato alla *icnografia* (pianta) e alla *ortografia* (alzato) per la rappresentazione delle volte più ricorrenti in architettura: dimostra quindi che per individuare l'immagine di una figura solida sono necessarie, e spesso sufficienti, due proiezioni, seppur ricorrendo talvolta anche alla terza proiezione su di un piano di profilo.

In questo Frézier osserva che la prospettiva «[...] non può dare alcun aiuto al taglio delle pietre perché essa modifica le misure dei solidi rappresentati, diminuendone le partizioni che si allineano a partite dal quadro»<sup>15</sup>. Per questa ragione, suggerisce l'assonometria per restituire l'effettiva configurazione spaziale delle superfici in esame. Tratta poi dello sviluppo delle superfici sviluppabili su di un piano, come coni (fig. 7) e cilindri, e di poliedri e sfere (fig. 8), nonché della determinazione delle conseguenti configurazioni assunte dalle linee su quelle superfici precedentemente tracciate. In questo caso, assegna un segmento di lunghezza uguale ad un dato arco circolare, limitandosi ad esporre un procedimento proposto dal suo conterraneo Joseph Saurin (1659-1737)<sup>16</sup>: tale procedimento per rettificare approssimativamente un arco circolare viene ripreso da successivi divulgatori di geometria descrittiva.

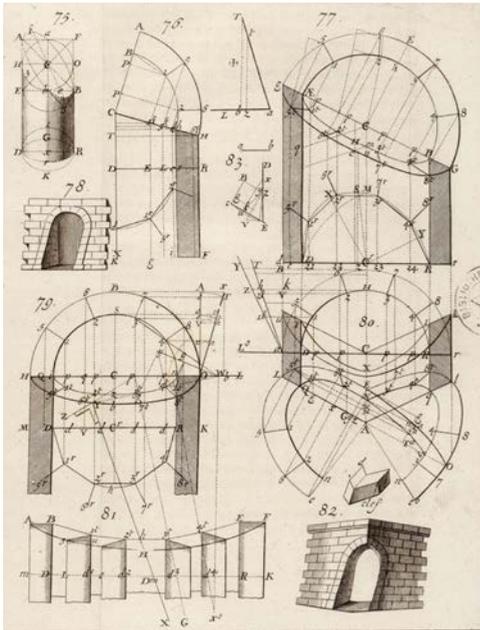
Con la determinazione degli angoli solidi di un triedro del quale si conoscano le facce, si conclude il *terzo libro*: Frézier presenta il

<sup>13</sup> Le stesse vengono riproposte circa un secolo dopo da J. De La Gournerie, nel suo *Recherches sur les surfaces tétraédrales symétriques*.

<sup>14</sup> Cfr. Courcier, *De sectione superficiei sphaericae per superficem sphaericam cylindricam per cylindricam et conicae per conicam*, Divionae 1662.

<sup>15</sup> "[...] on ne peut tirer aucun secours pour la coupe des pierres, parce que celle change les mesures des solides représentés, en diminuant les parties qui s'éloignent du devant du tableau[...]". Cfr A. F. Frézier, *La Théorie et la pratique de la coupe des pierres*, op. cit., tomo I, p. 271.

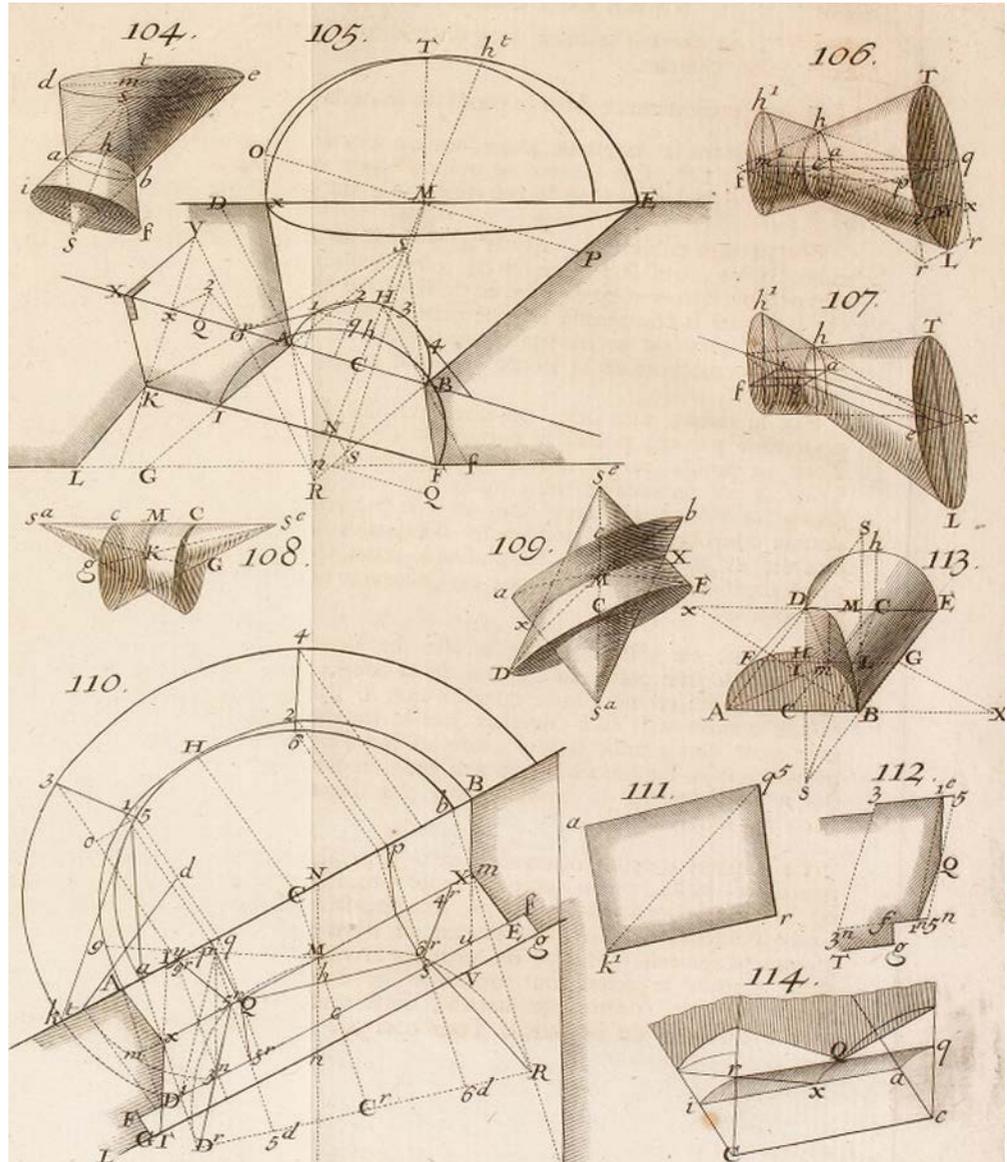
<sup>16</sup> Cfr. Saurin, *Démonstration de l'impossibilité de la quadrature indéfinie du cercle. Avec une manière simple de trouver une suite de droites qui approchent de plus d'un arc de cercle proposé, tant en dessus qu'en dessous*.



9 | Aperture ad arco, da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasburgo 1737.

ribaltamento e una sezione piana del triedro idonea a trasformarlo in una piramide. Il *quarto libro*, seppur dedicato a questioni pratiche e non a speculazioni teoriche, propone anche considerazioni sulle applicazioni della genesi e della intersezione delle superfici in ambito costruttivo<sup>17</sup>, correttamente rappresentate in proiezioni ortogonali (figg. 9-11).

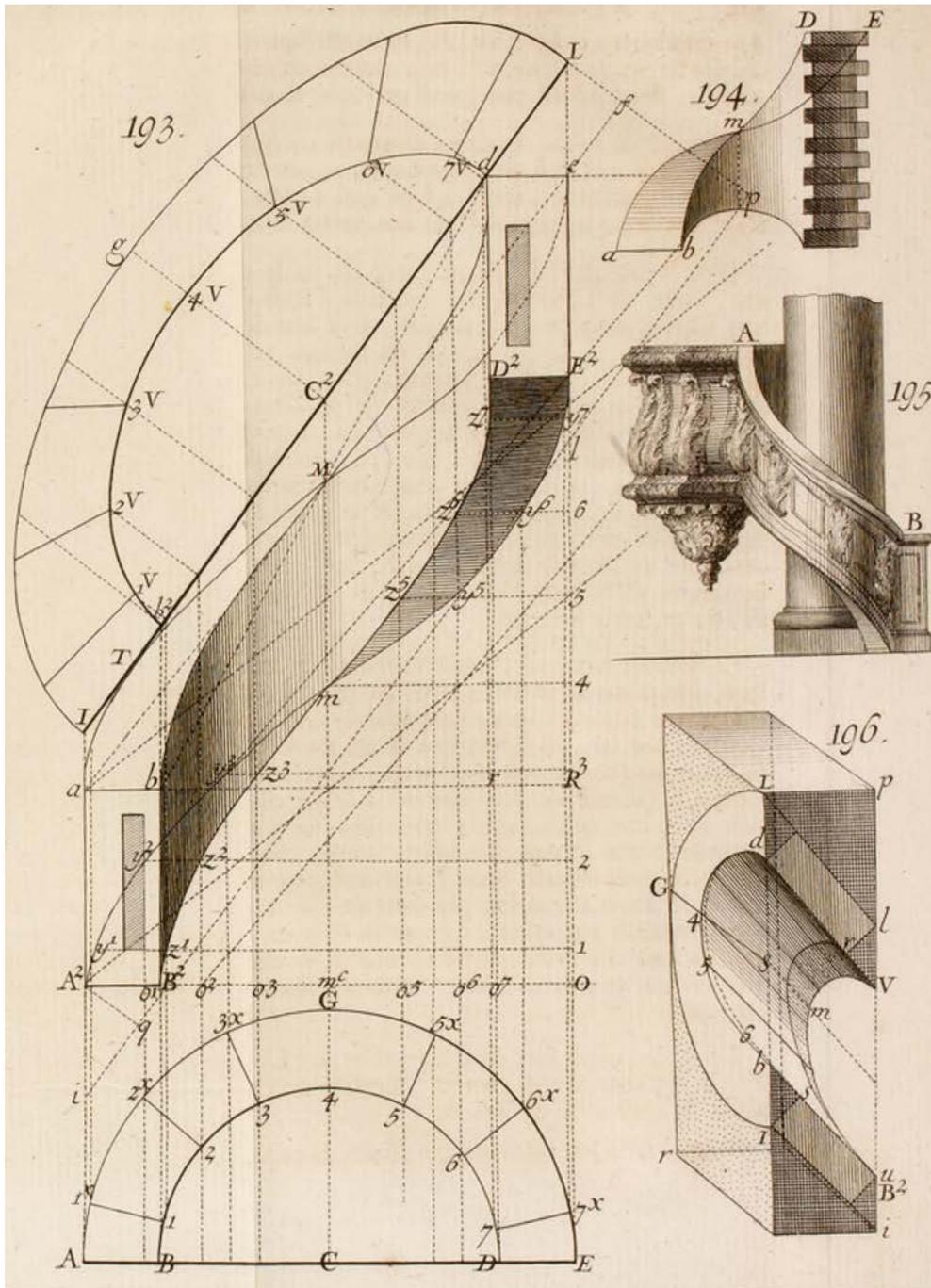
Da quanto descritto possiamo riconoscere all'opera di Frézier rigore, completezza e originalità, ma soprattutto l'importante ruolo svolto nella propagazione delle conoscenze stereotomiche - raccolte inizialmente dal Philibert De l'Orme e sviluppate poi da Mathurin Jousse<sup>18</sup> e dal gesuita François Derand<sup>19</sup> - che hanno contribuito alla codificazione e allo sviluppo dei metodi della geometria descrittiva; egli dice infatti «[...] una sola proiezione verticale o orizzontale non basta per esprimere su di un piano la Figura [...] ma sono necessarie entrambe»<sup>20</sup>, in linea piena con l'imminente trattato di Gaspard Monge. L'opera di Frézier sottolinea quindi il valore della teoria quale fulcro sia dell'arte che della scienza, traducendosi in "*ars fabricandi*" che coinvolge le teorie della statica geometrica. In questo senso «Il suo interesse per la geometria nasceva dalla percezione che la meccanica costituisse uno strumento capace di controllare la materia [...] - non come nel caso dei suoi predecessori, da un credo negli attributi immanenti e simbolici delle operazioni



10 | Aperture coniche da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasburgo 1737.

geometriche»<sup>21</sup>. Ma nonostante un approccio antitetico per fornire al lettore un metodo "universale e sistematico" per il taglio delle pietre, l'opera di Frézier «[...] non andò mai al di là della geometria euclidea e perciò si limitò all'esame di casi specifici. Ciascun esercizio si basava in definitiva sull'intuizione e sulle particolari proprietà delle figure e delle superfici coinvolte»<sup>22</sup>, complicando quindi la generalizzazione e la connessione con problemi molto più semplici di pratica convenzionale. Per questo, l'imponente opera di Frézier non ebbe una grande diffusione tra architetti, ingegneri o artigiani nel corso del XVIII secolo: ad esempio, nel celebre *Cours d'Architecture*<sup>23</sup> di C. D'Avilier, il curatore dell'edizione del 1760, nella breve sezione dedicata alla stereotomia, oltre a criticare Désargues che «[...] nasconde tutto ciò che vuole insegnare», biasima anche Frézier, le cui elaborazioni egli trova involute e complicate.

<sup>17</sup> Giordano, *Cupole, volte e altre superfici. La genesi e la forma*, pp. 90-92.  
<sup>18</sup> Cfr. Jousse, *Le Secret d'Architecture*; Id., *L'Art de la Charpenterie*.  
<sup>19</sup> Cfr. Derand, *L'Architecture des Voûtes*. Salvatore, *La stereotomia scientifica in Amédée François Frézier*.  
<sup>20</sup> Frézier, *La Théorie et la pratique de la coupe des pierres*, cit., tomo 1, p. 228.  
<sup>21</sup> Perez-Gomez, *Architecture and the crisis of modern Science*, p. 233.  
<sup>22</sup> Ivi, p. 235.  
<sup>23</sup> Cfr. D'Avilier, *Cours d'Architecture. Qui Comprend les Ordres de Vignola*.



11 | Rampa elicoidale, da F. Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*. Strasbourg 1737.

<sup>24</sup> De Chastillon, *Traité des ombres dans le dessin géométral*, in T. Olivier, *Applications de la géométrie descriptive aux ombres, à la perspective, à la gnomonique et aux engrenages*, pp. 5-26.

<sup>25</sup> Loria, *Storia della geometria descrittiva*, cit., p. 95.

<sup>26</sup> Olivier, *Applications de la géométrie descriptive aux ombres, à la perspective à la gnomonique et aux engrenages*, cit., pp. 5-26.

<sup>27</sup> Lambert, *Notes and Comments on the Composition of Terrestrial and Celestial Maps*, p. 1.

<sup>28</sup> Kemp, *La scienza dell'arte*, cit., p. 247.

<sup>29</sup> Cfr. Lambert, *Insignores orbitae cometarum proprietates*. Cfr. anche M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, pp. 185-187.

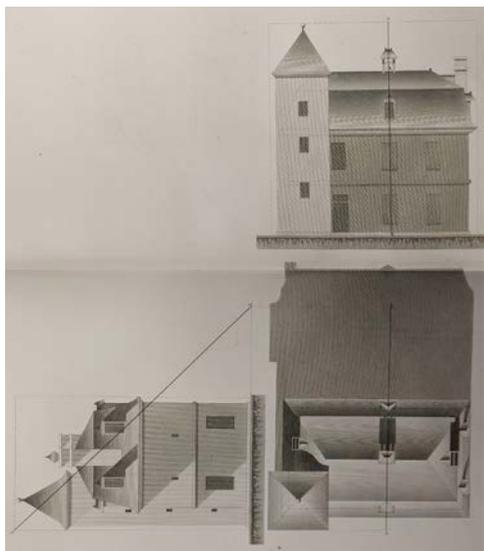
<sup>30</sup> *Ibid.*

Assieme ad importanti opere teoriche, il XVIII secolo è anche un secolo di divulgazione manualistica, e in questo filone va sottolineata l'importanza del *Traité des ombres dans le dessin géométral*<sup>24</sup>, stampato nel 1736 e attribuito a Nicolas-Francois-Antoine de Chastillon. Come rileva il Loria<sup>25</sup> - che dubita su tale attribuzione, preferendo chiamare in gioco un autore anonimo del primo settecento - il testo, redatto sotto gli occhi dello stesso Monge, venne reso pubblico solo mezzo secolo dopo ad opera di Théodore Olivier<sup>26</sup>. Qui vengono utilizzate le proiezioni orizzontali e verticali - e le relative ombre - degli edifici e delle fortificazioni (fig. 12). Egli poi utilizza il termine *perspective*

*cavalière* per una sorta di "preannuncio" dell'assonometria.

Nel XVIII secolo, quindi, assistiamo a notevoli contributi alle teorie geometriche delle proiezioni, in anticipazione a Monge. Tra questi, la figura di Johann Heinrich Lambert (1728-1777) - importante matematico, astronomo e teorico di cartografia - impronta la sua ricerca verso la cartografia che lega alla prospettiva, come si può evincere dalle sue stesse dichiarazioni: «[...] una mappa dovrebbe mantenere la stessa relazione con le regioni, gli emisferi e perfino con tutta la Terra, che hanno i disegni di ingegneria con una casa, un cortile, un giardino, un campo o una foresta. Ma esso [il globo] ha una superficie sferica e non si possono soddisfare simultaneamente tutte le necessità ed è perciò necessario enfatizzare uno o più requisiti particolarmente importanti a spese degli altri»<sup>27</sup>. Lambert continua poi spiegando l'importanza delle proiezioni sia ortografiche (parallele), sia stereografiche, sia generalmente centrali nella realizzazione delle mappe. Tali argomenti si collegano a loro volta «[...] con la sua ricerca nel campo della geometria sferica, in cui divenne rinomato pioniere di concetti non euclidei. Il suo studio di figure, come i triangoli e i rettangoli sulla superficie di una sfera lo portarono a considerare dei tipi di geometria in cui la somma degli angoli inscritti può essere più o meno quella delle figure euclidee di due e quattro angoli retti. Egli dimostrò definitivamente anche l'irrazionalità del rapporto fra il raggio e la circonferenza del cerchio»<sup>28</sup>.

I suoi spiccati interessi per la geometria si palesano anche in un'opera astronomica, un trattato sulle comete dal titolo *Insignores orbitae cometarum proprietates*<sup>29</sup>, che con uno stile puramente geometrico, descrive le numerose proprietà delle coniche, in relazione alle loro generi proiettiva e alla misura dei diversi settori considerati su queste curve, mentre adopera «[...] queste belle scoperte per la determinazione dei movimenti delle comete»<sup>30</sup>. Notevoli anche gli studi fotometrici del Lambert, di cui nel 1760 pubblica ad Augusta un lavoro dal titolo *Photometria, sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*<sup>31</sup> che tratta della proporzionalità tra la quantità della luce ricevuta da una superficie opaca e il coseno dell'angolo di incidenza del raggio luminoso, relazione meglio nota come legge di Lambert<sup>32</sup>. Prosegue poi con molteplici contributi sulla prospet-



12 | Costruzione delle ombre di una casa in proiezioni ortogonali, da Nicolas-Francois-Antoine de Chastillon, Archive de Travaux des élèves de l'école du Génie de Mézières.

tiva, tema affrontato ulteriormente da Brook Taylor e John Hamilton<sup>33</sup>: in tal senso Kemp rileva che gli «[...] interessi matematici nelle opere di Taylor e Hamilton portarono chiaramente verso la geometria proiettiva di Lambert in Germania e verso la geometria descrittiva di Monge in Francia»<sup>34</sup>. Contestualmente a questi studi, si producono quindi disegni di architettura in cui risulta ormai evidente il legame tra pianta e prospetto, legame che acquista totale consapevolezza sia teorica che applicativa grazie alla fondazione, ad opera di Gaspard Monge, di una nuova disciplina, la geometria descrittiva: il Metodo delle Proiezioni Ortogonali conferisce infatti universalità e completezza geometrica ai procedimenti empirici di rappresentazione: la personalità di Monge segna quindi l'avvio alla scientificizzazione dei metodi di rappresentazione. D'accordo con Évelyne Barbin, la nascita della geometria descrittiva da parte di Gaspard Monge è stata associata all'École Polytechnique e in generale alla formazione degli ingegneri. E una migliore comprensione della *Géométrie descriptive* del 1799 - un libro di testo che diventerà un riferimento internazionale - è necessario situare la geometria descrittiva, come vedremo, nell'obiettivo di Monge, negli anni 1793-1795, sulla formazione<sup>35</sup>.

### Gaspard Monge e la geometria descrittiva

Nel secolo XVIII l'evoluzione del disegno di architettura raggiunge valori notevoli sia nell'ambito della documentazione - un riferimento è certamente la "skiagrafia" di Chastillon - sia in quello dei disegni di cantiere, cioè la rappresentazione grafica consona a posatori o apparecchiatori, di cui quanto elaborato da Fiézier si configura come fondamentale. D'accordo con Taton, l'affinamento dei metodi di costruzione, la nascita del macchinismo, il debutto delle grandi industrie, «[...] sottolineano l'urgenza di una rifondazione dei disparati procedimenti grafici utilizzati dai tecnici, tanto che nel dominio teorico, le prime estensioni sistematiche allo spazio della geometria infinitesimale e della geometria cartesiana chiariscono e diffondono i principi di questa sintesi»<sup>36</sup>. In stretta continuità con quanto prefigurato con gli studi stereotomici, fondamentale quindi risulta essere la figura di Gaspard Monge (1746-1818)<sup>37</sup>.

Ammesso alla scuola militare di Mézières dove aveva dato di sé un'impressione estremamente favorevole alle autorità scolastiche, alla fine degli studi viene invitato ad entrare nel corpo docente<sup>38</sup>. Chiamato poi come esaminatore alla Scuola della Marina, viene invitato a scrivere un trattato di matematica ad uso dei candidati, in sostituzione del *Cours de mathématique* di Bézout.

Ma dell'intero progetto apparve a stampa nel 1788 soltanto il *Traité élémentaire de statique*<sup>39</sup>. A Mézières, Monge preparava i suoi studenti agli elementi della geometria descrittiva, la nuova branca della matematica da lui stesso sviluppata e che, pur costituendo l'asse portante dell'insegnamento delle Grandi Scuole, sarà mantenuta segreta per il suo rilevante interesse strategico-militare: «Tuttavia, più che per gli articoli di geometria pubblicati nelle Memorie dell'Académie, prima della Rivoluzione Monge si era guadagnato grande fama negli ambiti parigini per le sue ricerche di chimica e fisica, in particolare per gli esperimenti effettuati con Lavoisier sulla composizione dell'acqua»<sup>40</sup>. Per questo Monge diventa l'artefice e l'animatore della vita dell'École Polytechnique, dove la geometria descrittiva assume un peso particolare nei programmi didattici, con una ricaduta importante per la formazione in Francia di una scuola di geometria all'avanguardia rispetto al resto d'Europa.

Il fondamento della geometria descrittiva, cioè il metodo della doppia proiezione ortogonale - che deriva, come abbiamo visto, dai processi grafici della stereotomia - è semplice: per rappresentare su un piano un oggetto tridimensionale, per esempio una piramide retta, si proietta la figura con raggi proiettanti paralleli ed ortogonali ai due piani a loro volta ortogonali tra loro, indicando le proiezioni dei vertici e degli spigoli. I risultati sono la pianta e l'alzato; ruotando poi il piano verticale (contenente l'alzato) intorno alla retta comune, portandolo a coincidere con quello orizzontale (contenente la pianta), si ottengono le due immagini sul piano del disegno.

Con questo corso di geometria descrittiva, si passa quindi dai procedimenti grafici di origine principalmente idiografica a un corpo di dottrina scientificamente coerente: le diverse fasi di questa evoluzione, proprio attraverso le sue lezioni all'École per il III anno di corso, ci fanno comprendere che la geometria descrittiva «[...] ha due oggetti: il primo, di fornire

<sup>31</sup> Cfr. Lambert, *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*.

<sup>32</sup> De Rosa, *Geometrie dell'ombra. Storia e simbolismo della teoria delle ombre*, p. 115.

<sup>33</sup> Giordano, *La geometria nell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione, Dal secolo dei Lumi all'epoca attuale*, pp. 53-71.

<sup>34</sup> Kemp, *La scienza dell'arte*, cit., p. 171.

<sup>35</sup> Barbin, *Monge's Descriptive Geometry: His Lessons and the Teachings Given by Lacroix and Hachette*, pp. 3-6.

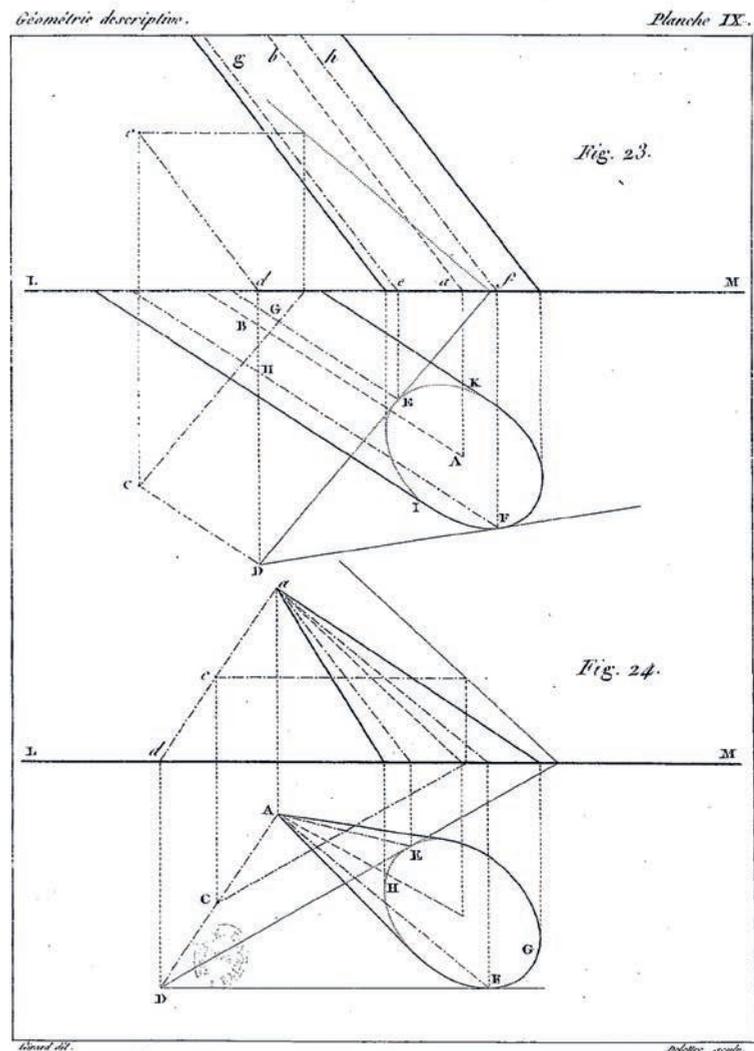
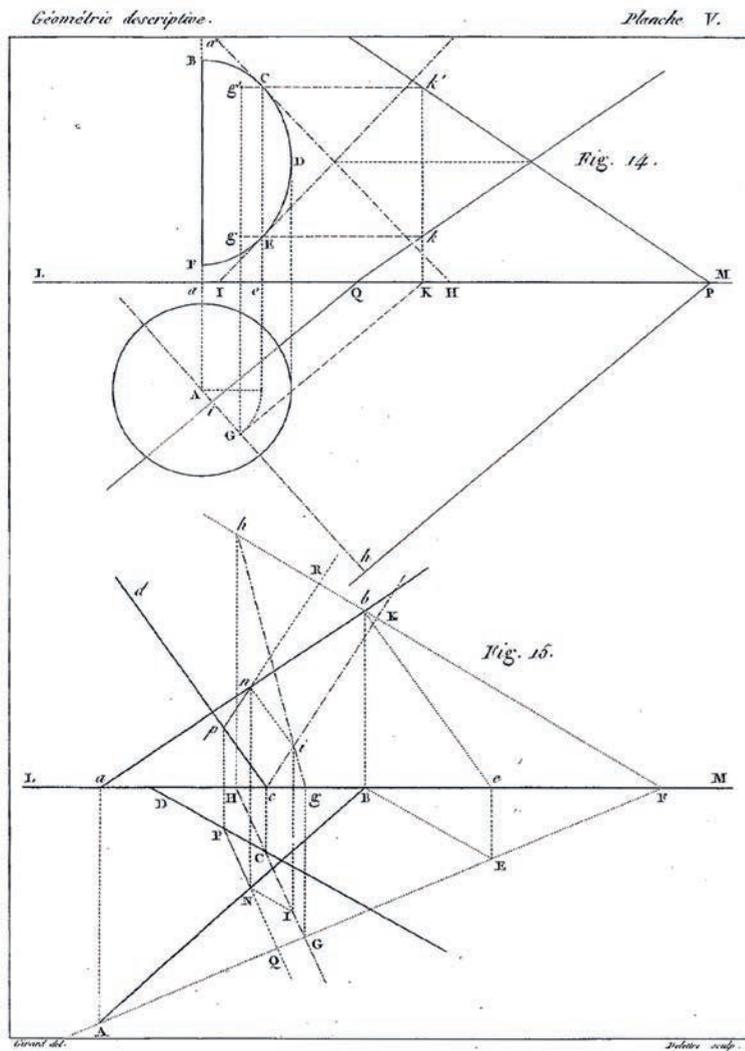
<sup>36</sup> Taton, *L'œuvre scientifique de Monge*, p. 72.

<sup>37</sup> Cfr. Cardone, *Gaspard Monge. Scienziato della Rivoluzione*. Migliari, *Geometria descrittiva*. Andersen, *The Geometry of an Art*.

<sup>38</sup> Sakarovitch, *Epures d'architecture. De la coupe de pierre à la géométrie descriptive*, pp. 220-221.

<sup>39</sup> Cfr. Monge, *Traité élémentaire de statique, à l'usage des Écoles de la Marine*.

<sup>40</sup> Bottazzini, *I "politecnici" francesi*, tomo 1, pp. 19-20.



i metodi per rappresentare su di un foglio da disegno, che non ha che due dimensioni, la lunghezza e la larghezza, tutti i corpi esistenti in natura, che ne hanno tre, lunghezza, larghezza e profondità. Il secondo oggetto è quello di fornire la maniera di riconoscere a seguito di una descrizione esatta la forma dei corpi, e di dedurre tutte le verità che risultano sia dalla loro forma che dalla loro posizione reciproca<sup>41</sup>: questa ci fa riconoscere l'attualità della geometria descrittiva laddove i temi fondamentali e le problematiche della rappresentazione dello spazio vengono sistematizzati in maniera esaustiva. Le lezioni continuano poi con l'esposizione delle convenzioni grafiche per la rappresentazione dei corpi, con la risoluzione di una serie di questioni. I seguenti *topics* sono la base della parte teorica del corso: i piani tangenti alle superfici curve, le linee a doppia curvatura, le applicazioni delle intersezioni delle superfici alla soluzione di problemi diversi e una

introduzione alla geometria differenziale (figg. 13, 14). Infine riserva tre lezioni alla teoria delle ombre e alla prospettiva. Questi argomenti verranno introdotti nella quarta edizione dovuta a Barnabe Brisson (1777-1828) nel 1820. Esistono tuttavia delle memorie sui suddetti argomenti: *Des ombres e De la perspective en general*, scritte nel 1785 e pubblicate nel 1847 nell'opera dell'Olivier<sup>42</sup>. Da quanto prodotto quindi da Monge è possibile evincere il fondamentale *trait d'union* tra le scienze esatte e le arti del disegno. Per questo, l'interesse suscitato dall'utilizzo in ambito stereotomico della doppia proiezione ortogonale, assume – come abbiamo visto – un ruolo dominante per la codifica della geometria descrittiva.

13 | Piano tangente ad una superficie di rotazione passante per un punto dato e distanza tra due rette, da G. Monge, *Géométrie descriptive*, Parigi 1799.

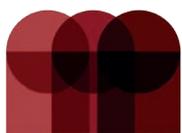
14 | Piano tangente ad un cono e ad un cilindro, da G. Monge, *Géométrie descriptive*, Parigi 1799.

<sup>41</sup> Monge, *Géométrie descriptive*, p. 5.

<sup>42</sup> Cfr. Olivier, *Applications de la géométrie descriptive aux ombres, a la perspective a la gnomonique et aux engrenages*, cit.

## Bibliografia

- E. Amodeo, *La scienza della prospettiva nel secolo XVIII, i nuovi indirizzi scientifici che da essa scaturirono e la ripresa della Geometria descrittiva*, in *Atti della Società Italiana per il progresso della Scienza*, Roma 1934-35.
- É. Barbin, *Monge's Descriptive Geometry: His Lessons and the Teachings Given by Lacroix and Hachette*, In É. Barbin, M. Menghini, K. Volkert (eds.), *Descriptive Geometry, The Spread of a Polytechnic Art. International Studies in the History of Mathematics and its Teaching*, Springer Cham 2019.
- A. Becchi, H. Rousteau-Chambon, J. Sakarovich, Philippe de La Hire (1640-1718). *Between Architecture and Science*, Picard, Paris. 2013.
- J. Calvo López, *Stereotomy: Stone Architecture and the Structure of Thought*, Cham Springer, 2020.
- U. Bottazzini, *I "politecnici" francesi*, in P. Rossi (a cura di), *Storia della scienza moderna e contemporanea - Dall'età romantica alla società industriale*, tomo 1, TEA, Milano 2000.
- V. Cardone, *Gaspard Monge. Scienziato della Rivoluzione*, CUEN, Napoli 1996.
- M. Chasles, *Aperçue historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, Bruxelles 1837 (Ristampa anastatica Sceaux 1989).
- P. Courcier, *De sectione superficiei sphaericae per superficiem sphaericam cylindricam per cylindricam et conicae per conicam*, Divionae 1662.
- J. De La Gournerie, *Recherches sur les surfaces tétraédrales symétriques*, Parigi 1867.
- J. B. de La Rue, *Traité de la coupe de pierres*, Parigi 1728.
- C. D'Aviler, *Cours d'Architecture. Qui Comprend les Ordres de Vignola*, Parigi 1760.
- M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, Bruxelles 1837, Parigi 1986.
- N. F. A. de Chastillon, *Traite des ombres dans le dessin géométral*, in T. Olivier, *Applications de la géométrie descriptive aux ombres, a la perspective, a la gnomonique et aux engrenages*, Parigi 1847.
- F. Derand, *L'Architecture des Voûtes*, Parigi 1643.
- A. De Rosa, *Geometrie dell'ombra. Storia e simbolismo della teoria delle ombre*, CittàStudi Edizioni, Milano 1997.
- A. F. Frezier, *La Théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois, pour la construction des voutes et autre parties des bâtiments civil et militaires, ou Traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture*, Strasbourg 1737.
- A. F. Frezier, *Eléments de stéréotomie à l'usage de l'architecture pour la coupe de pierres*. Strasbourg 1760.
- A. Giordano, *Cupole, volle e altre superfici. La genesi e la forma*, UTET, Torino 1999.
- A. Giordano, *La geometria nell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione, Dal secolo dei Lumi all'epoca attuale*, vol. III, UTET, Torino 2002.
- M. Jousse, *Le Secret d'Architecture*, La Fleche 1642.
- M. Jousse, *L'Art de la Charpenterie*, Parigi 1751.
- M. Kemp, *La scienza dell'arte*, Giunti, Firenze 1994.
- J. H. Lambert, *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*, Augsburg 1760.
- J. H. Lambert, *Insignores orbitae cometarum proprietates*, Augsburg 1761.
- J. H. Lambert, *Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land- und Himmelscharten*, Berlino 1772 (trad. en. *Notes and Comments on the Composition of Terrestrial and Celestial Maps*, Esripress, Michigan 1972).
- G. Loria, *Storia della geometria descrittiva dalle origini ai giorni nostri*, Hoepli, Milano 1921.
- R. Migliari, *Geometria descrittiva*, CittàStudi Edizioni, Novara 2009.
- G. Monge, *Traité élémentaire de statique, à l'usage des Écoles de la Marine*, Parigi 1788.
- G. Monge, *Géométrie descriptive*, Parigi 1799.
- T. Olivier, *Applications de la géométrie descriptive aux ombres, a la perspective a la gnomonique et aux engrenages*, Parigi 1847.
- A. Perez-Gomez, *Architecture and the crisis of modern Science*, Cambridge Massachusetts-Londra 1993.
- J. Sakarovich, *Epures d'architecture. De la coupe de pierre à la géométrie descriptive*, Birkhauser Verlag AG, Basilea - Boston - Berlino 1998.
- M. Salvatore, *La stereotomia scientifica in Amédée François Frézie. Prodromi della geometria descrittiva nella scienza del taglio delle pietre*, Firenze University Press, Firenze 2012.
- J. Saurin, *Démonstration de l'impossibilité de la quadrature indéfinie du cercle. Avec une manière simple de trouver une suite de droites qui approchent de plus d'un arc de cercle proposé, tant en dessus qu'en dessous*, Parigi 1720.
- A. Sgrosso, *La geometria nell'immagine. Storia dei metodi di rappresentazione. Tra Rinascimento e Barocco*, Vol. II, UTET, Torino 2001.
- R. Taton, *L'œuvre scientifique de Monge*, Presses Universitaires de France, Parigi 1951.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025

MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** S. Chiarenza, *L'assonometria tra visualizzazione del pensiero e rappresentazione dello spazio*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 62-71.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3244>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Chiarenza S., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## L'ASSONOMETRIA TRA VISUALIZZAZIONE DEL PENSIERO E RAPPRESENTAZIONE DELLO SPAZIO

*Axonometry Between Visualising Thought and Representing Space*

STEFANO CHIARENZA

San Raffaele Roma Open University  
stefano.chiarenza@uniroma5.it

*The hybridisation of physical and virtual reality, along with the myriad software available today for representing or even sensorially reproducing three-dimensional space, has defined new ways to present and test architectural projects. The validation of design choices increasingly relies on such tools, which, thanks to their ability to create interactions between subjects and space, are becoming integral to decision-making processes in design. However, in a context dominated by hyper-realistic simulation and perspective as the prevailing visual paradigm, axonometry still stands out as a relevant geometric model. By prioritising abstraction and interpretation, it becomes a bridge between thought and representation. In other words, its ability to translate abstract concepts into coherent, analysable, and measurable configurations makes this method a form of thought that transcends a merely illustrative role. It enables the tackling of spatial complexity and contributes to the development of both design and cognitive processes. This essay explores the value of axonometry as a tool for analysing, modelling, and communicating forms, demonstrating how it represents a method that, by privileging the homogeneous space of geometric operations over the psycho-physiological space, allows for the representation and interpretation of reality – even if only in a design phase – as a projection of thought.*

**Keywords:** Axonometry, Architectural Representation, Spatial Abstraction, Geometric Modelling, Cognitive Processes in Design.

### Introduzione

L'architettura, in quanto disciplina della costruzione e dell'immagine, ha sempre oscillato tra la necessità di vedere e quella di comprendere lo spazio. Se la prospettiva rinascimentale ha impresso una svolta decisiva nel modo in cui la realtà è stata osservata e tradotta in forma, simulando i processi fisiologici della visione, l'assonometria ha rappresentato, nel corso della storia, un contrappunto critico, un metodo che ha sempre offerto una visione alternativa, capace di cogliere la struttura delle cose oltre la loro apparenza.

La sua capacità di far visualizzare, attraverso un'unica immagine, le configurazioni di oggetti anche complessi, alludendo alla loro tridimensionalità ma restituendo anche una piena esattezza metrica, ha avvicinato la rappresentazione alla natura stessa delle cose<sup>1</sup>. Con l'affermazione delle tecnologie di-

gitali, il paradigma della rappresentazione architettonica ha subito tuttavia una trasformazione profonda, ridefinendo il rapporto tra immagine e prefigurazione progettuale. La modellazione tridimensionale e il *rendering* immersivo, permettendo di raggiungere una simulazione perfettamente mimetica dello spazio, hanno sottratto al disegno la sua funzione tradizionale di strumento di analisi e di riflessione, riducendolo ad una operazione eminentemente visiva<sup>2</sup>.

Se, come evidenziato da Rowe e Slutzky<sup>3</sup> nel concetto di trasparenza fenomenica, la rappresentazione architettonica è sempre il risultato di scelte selettive e convenzioni visive che condizionano la nostra percezione dello spazio, quella del modello digitale immersivo restituisce in realtà soltanto una "illusione di trasparenza"<sup>4</sup> riflettendo un paradosso culturale più profondo. Il modello, in altri termini, tende a imporsi come una verità autonoma, spesso sottraendosi a ogni verifica critica.

<sup>1</sup> Cfr. Scolari, *Il disegno obliquo. Una storia dell'antiprospectiva*.

<sup>2</sup> Cfr. Lucas, *Drawing Parallels. Knowledge Production in Axonometric, Isometric and Oblique Drawings*.

<sup>3</sup> Cfr. Rowe and Slutzky, *Transparency: Literal and Phenomenal*, pp. 45-54.

<sup>4</sup> Questa espressione si riferisce alla convinzione che un'immagine possa offrire una comprensione diretta e priva di mediazioni della realtà rappresentata. In architettura, specie nella progettazione infografica che dà forma a essa, questo fenomeno si manifesta nella predominanza di modelli visivi persuasivi, che creano l'illusione di uno spazio completamente accessibile e verificabile attraverso la sola visione. Un'altra importante riflessione sulla trasparenza come costruzione culturale proviene da Bruno Latour, che nei suoi studi sulla scienza e sulla tecnologia mette in discussione l'idea che gli strumenti di rappresentazione offrano un accesso diretto e "trasparente" alla realtà. In un suo scritto Latour analizza come gli strumenti scientifici e tecnologici non mostrino mai la realtà "così com'è", ma operino sempre una mediazione. Cfr. Latour, *Pandora's Hope: Essays on the Reality of Science Studies*.



1 | Edmund Atkinson, *Camera Obscura*, in *Id., Natural*. Da E. Atkinson, *Natural Philosophy for general Riders and Young Persons*, Longmans Green and Co., London 1875, p. 384.

Questo concetto può essere applicato anche alla rappresentazione architettonica: un modello digitale, ancorché connotato da estremo realismo, non è una finestra neutrale sulla realtà, ma una costruzione selettiva che enfatizza alcuni aspetti e ne oscura altri. Il concetto di illusione della trasparenza si lega anche alla critica postmoderna alla rappresentazione, in particolare al pensiero di Jean-François Lyotard. Nella *Condizione postmoderna*, Lyotard sottolinea come nel mondo contemporaneo la conoscenza non sia mai immediata, ma sempre condizionata da codici, linguaggi e mediazioni. Egli afferma: "Il postmoderno sfida la grande narrazione della trasparenza, rivelando come ogni rappresentazione sia un atto di costruzione e selezione". Cfr. Lyotard, *La condition postmoderne: Rapport sur le savoir*, p. 67.

<sup>5</sup> Baudrillard, *Il delitto perfetto. La televisione ha ucciso la realtà?*, p. 8.

<sup>6</sup> Cfr. Cándito, *Le proiezioni assonometriche. Dalla prospettiva isometrica all'individuazione dei fondamenti del disegno assonometrico*.

<sup>7</sup> Cfr. tra gli altri autori: Evans, *The Projective Cast: Architecture and Its Three Geometries*.

La sua capacità di restituire una visione immediatamente persuasiva del progetto evidenzia anche i limiti di una rappresentazione che, invece di svelare la struttura dello spazio, ne riproduce una immagine fittizia, fortemente condizionata dalla percezione sensoriale. Come ha osservato Baudrillard «ora l'immagine non può più immaginare il reale perché coincide con esso [...] l'unica suspense che resta consiste nel sapere fino a che punto il mondo possa derealizzarsi prima di soccombere alla sua scarsissima realtà, o viceversa, fin dove possa iperrealizzarsi prima di soccombere sotto troppa realtà (ossia quando divenuto perfettamente reale, divenuto più vero del vero, sarà preda della simulazione totale)»<sup>5</sup>.

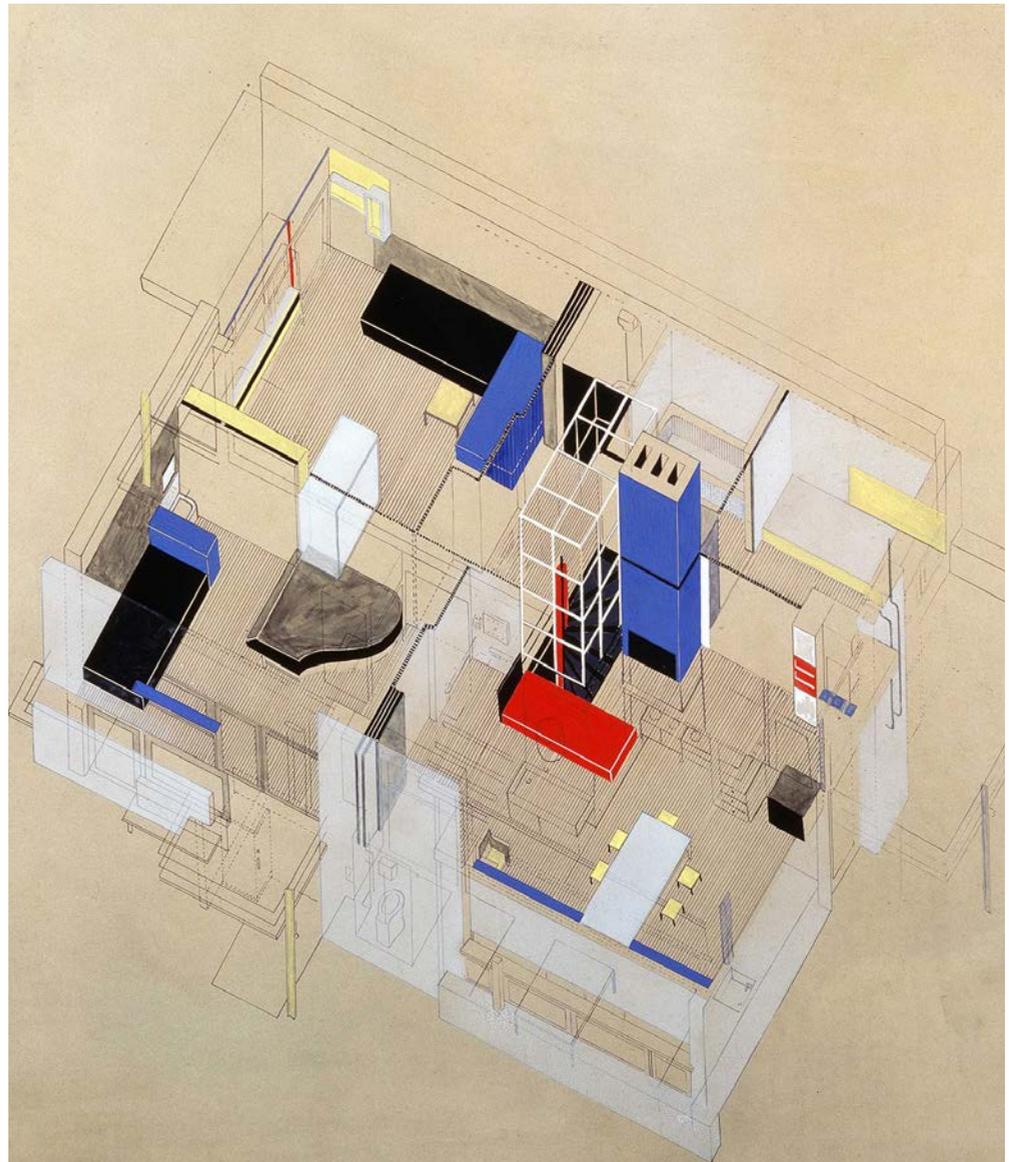
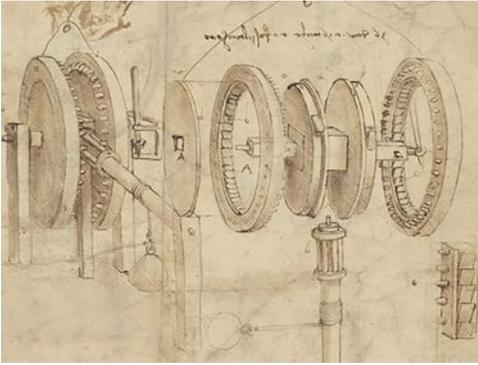
Appare allora opportuno sottolineare come in questo contesto, l'assonometria riemerge come un'alternativa critica alla retorica dell'immagine. A differenza del modello prospettico, che enfatizza l'impatto emotivo, essa mantiene una fun-

zione analitica, scomponendo lo spazio in un sistema di relazioni geometriche astratte<sup>6</sup>. Un'opportunità per recuperare una dimensione teorica e critica del rappresentare, restituendo al disegno dell'architettura la sua complessità concettuale.

### **Rappresentazione architettonica e simulazione digitale: il ruolo delle geometrie visive nella costruzione dello spazio**

Il complesso sistema di pensiero visivo sintetizzato nell'architettura, si fonda su un delicato equilibrio tra rappresentazione e costruzione in cui il disegno, lungi dall'essere un semplice mezzo descrittivo, costituisce uno strumento di conoscenza e al tempo stesso di prefigurazione dello spazio<sup>7</sup>. Va inoltre considerato come ogni sistema di rappresentazione non possa mai perseguire una descrizione neutra.

In quanto strumento interpretativo, il disegno condiziona, in effetti, la lettura



2 | Leonardo Da Vinci, Schizzo di una gru per sollevare pesi, Codice Atlantico, 1478, (Milano, Biblioteca Ambrosiana, foglio 8v-b).

3 | Zaha Hadid Studio, Alphadome, Seoul, South Korea, render di TMWR.

4 | Gerrit Rietveld, Rietveld Schröderarchief, (Utrecht, Centraal Museum inv. nr. 004 A 072).

dell'esistente o la concezione stessa del progetto, determinandone non soltanto il linguaggio ma anche le possibilità espressive. In altri termini l'interpretazione, insita nel concetto stesso di rappresentazione, appartiene analiticamente all'oggetto rappresentato sia esso reale o progettato. Considerazione, quest'ultima, che incide profondamente sul rapporto tra costruito grafico e oggetto. Non si tratta ovviamente solo di una questione legata ad aspetti tecnici, ma di un problema che investe la costruzione stessa del soggetto osservatore. Il critico d'arte e saggista statunitense Jonathan Crary ha sottolineato come, fino alla modernità preindustriale, la ricerca filosofico-scientifica di una oggettività della visione fosse regolata dal modello della *camera obscura* (fig. 1), un dispositivo che non era solo un apparato ottico, ma un paradigma di conoscenza che organizzava la percezione secondo una logica di separazione tra osservatore e realtà, modellando l'idea

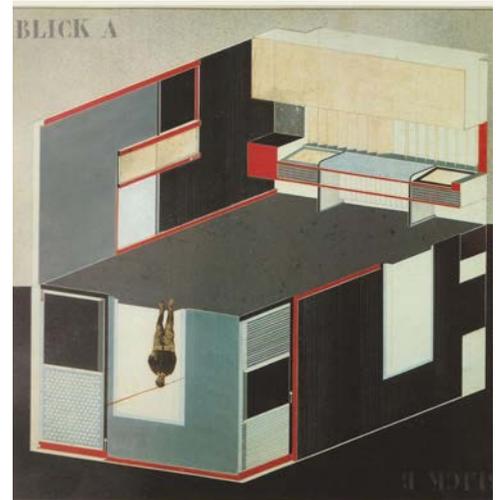
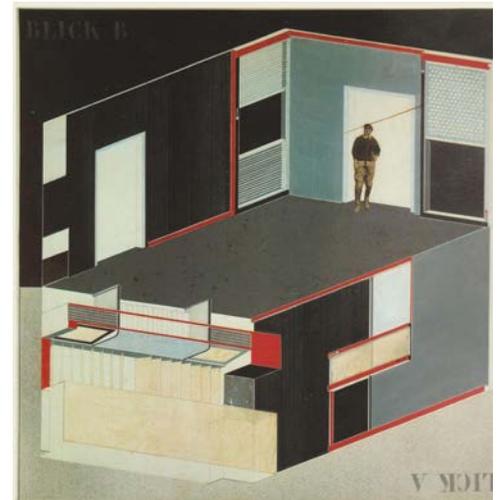
della visione come un processo passivo e oggettivo seppur legato, paradossalmente, alla centralità dell'osservatore<sup>8</sup>. Contrappunto forse alla pratica artistica e visionaria, si potrebbe dire, della prospettiva lineare in una sorta di tentativo di oggettivazione della soggettività. La prospettiva in larga misura, infatti, ha definito per secoli il linguaggio visivo occidentale, traducendo lo spazio in una costruzione geometrica fondata su continuità e gerarchia. Una visione basata sul primato della razionalità e sulla centralità dell'osservatore, che ha spinto Panofsky a parlare di una vera e propria "forma simbolica"<sup>9</sup> per un metodo che, con la sua struttura monocentrica, era la traduzione grafica di un modo preciso di conoscere e interpretare la realtà: un mondo misurabile, ordinato, in cui l'osservatore occupava una posizione privilegiata, dominando lo spazio attraverso la razionalità dello sguardo. Indipendentemente dalla modalità grafica adottata, i metodi di rappresenta-

<sup>8</sup> Cfr. Crary, *Techniques of the Observer: On Vision and Modernity in the Nineteenth Century*.

<sup>9</sup> Cfr. Panofsky, *La prospettiva come "forma simbolica" e altri scritti*.



“ *L'assonometria [...] non si oppone alla tecnologia, ma ne corregge gli eccessi, restituendo al progetto la sua dimensione teorica e costruttiva.* ”



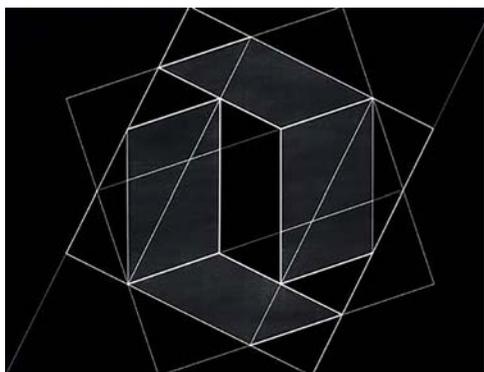
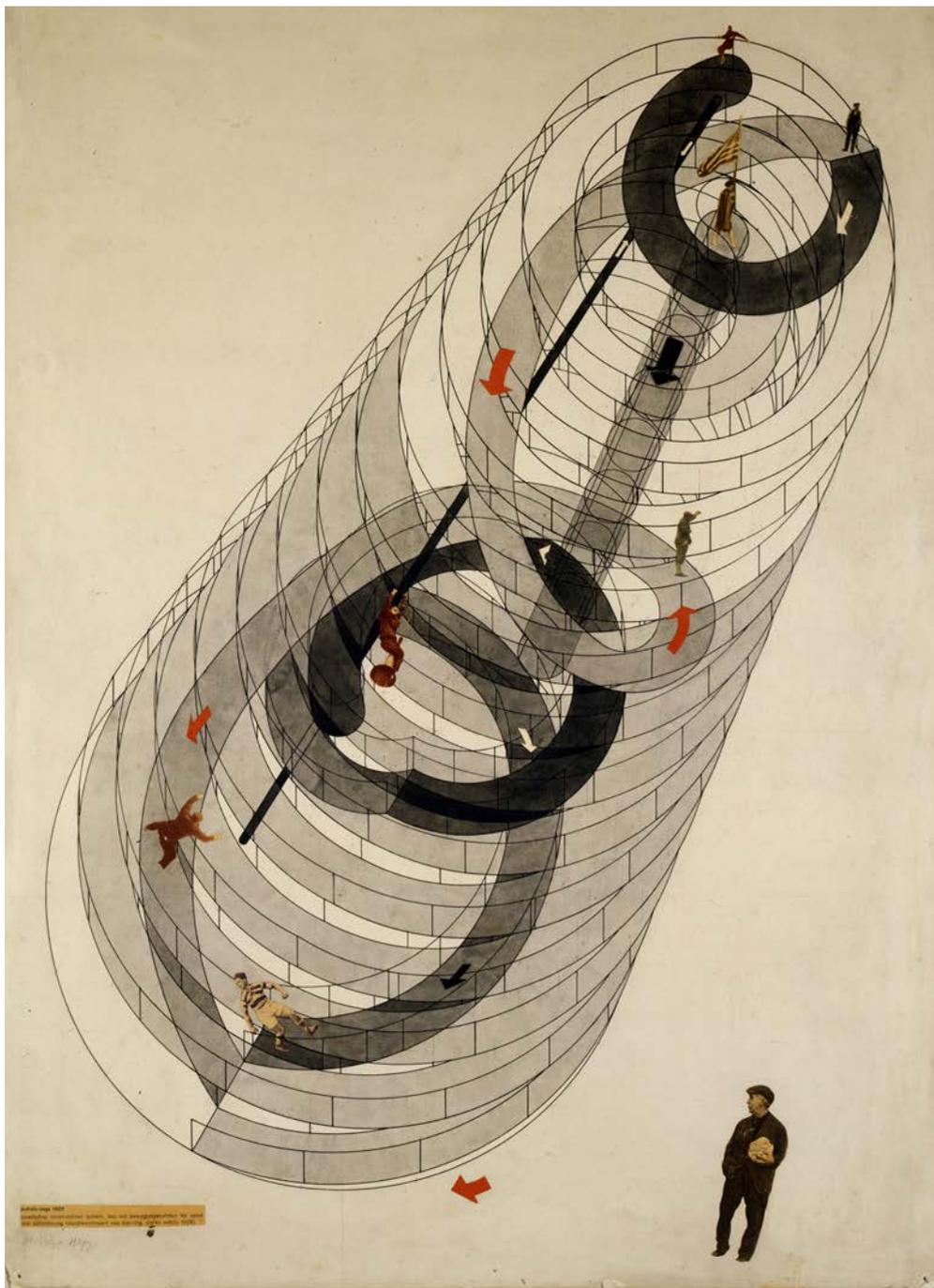
zione si sono consolidati nel tempo attraverso processi evolutivi che ne hanno affinato le convenzioni. Le proiezioni ortogonali, assonometriche e prospettiche, nella loro forma canonica, derivano da un lungo percorso di adattamento tra astrazione teorica e percezione visiva, mutuando principi sia dall'esperienza fenomenica della luce sia da esigenze pratiche di comunicazione del progetto. Ognuno di questi metodi presuppone l'esistenza di un osservatore, che può essere considerato sia fisicamente presente sia idealmente costruito, singolo o multiplo, e intorno al quale si articolano le regole di costruzione delle immagini<sup>10</sup> (fig. 2). Tuttavia, il soggetto che osserva e decodifica tali rappresentazioni è sempre vincolato a una percezione prospettica della realtà, rendendo il processo stesso intrinsecamente contraddittorio. In altre parole, se le immagini prodotte rispettano rigorose regole geometriche, a chi sono realmente destinate?

Questa riflessione apre interrogativi sulla natura stessa dell'osservatore, che possiede una propria struttura percettiva e proiettiva, talvolta in contrasto con quella dell'immagine rappresentata. In molte rappresentazioni architettoniche, infatti, coesistono più regimi scopici, con modalità visive di diversa natura e intensità: da un lato, un punto di vista ancorato alla posizione dell'osservatore fisico e, dall'altro, un sistema astratto che organizza lo spazio secondo logiche geometriche indipendenti dall'esperienza immediata. Questi aspetti hanno suscitato numerosi dibattiti teorici, incentrati sul confronto tra giustezza ottica ed esattezza metrica, tra fedeltà percettiva e coerenza geometrica. Alla luce di queste considerazioni, la rappresentazione architettonica, oggi sempre più influenzata dalla simulazione digitale, introduce nuove complessità. Gli strumenti virtuali e i software di modellazione non solo ampliano le possibilità espressive, ma trasformano la

5 | Cinque artisti dell'Accademia di Pittura attivi alla corte Qing: Chen Mei, Sun Hu, Jin Kun, Dai Hong, Cheng Zhidao. Da *A Special Exhibition of Paintings on "Up the River During Qingming"* in the Museum Collection, (Taipei, National Palace Museum).

6 | El Lissitzky, *Cabinet of Abstraction*, 1927, (Hannover, Sprengel Museum). Image © bpk/BE&W.

<sup>10</sup> Cfr. De Rosa, *Il disegno e la rappresentazione: lezioni dall'architettura contemporanea*.



stessa relazione tra osservatore e spazio rappresentato, ridefinendo il concetto di realtà visiva e il ruolo dell'osservatore nei processi ideativi e configurativi.

Se la prospettiva e l'assonometria hanno imposto, rispettivamente, una visione centralizzata e una lettura analitica dello spazio, i modelli digitali contemporanei superano questa dicotomia, trasformando la rappresentazione in un'interfaccia fluida e interattiva.

Il progetto non è più soltanto rappresentato, ma diviene *esperito* in tempo reale, in un processo in cui l'osservatore abbandona il suo ruolo di soggetto esterno, divenendo parte attiva della configurazione spaziale stessa.

Si pensi anche, ad esempio, al Building Information Modeling (BIM) in cui il modello si identifica con una costruzione virtuale complessa, in cui dati geometrici, materici e strutturali si combinano in un unico sistema<sup>11</sup>. La rappresentazione, in tal senso, non si limita a descrivere l'architettura, ma diventa un vero e proprio ambiente operativo, in cui il progetto prende forma, viene simulato e verificato in tempo reale.

Sembra allora che la distanza tra pensiero e costruzione, tra rappresentazione e realtà vada progressivamente riducendosi fino a svanire, inaugurando un nuovo approccio esperienziale in cui l'architettura è concepita e al contempo addirittura abitata già nella fase della sua ideazione. Se è allora vero che «la rappresentazione è il segno sensibile di una lontananza che separa il mondo della descrizione da quello dell'esperienza»<sup>12</sup> la simulazione digitale sembra aver annullato questa distanza critica. Una tensione interpretativa attenuata se non sostituita da un'illusione di presenza che elimina ogni mediazione, facendo coincidere immagine e realtà.

In questo contesto, l'assonometria riemerge come un'alternativa critica alla retorica dell'immagine. A differenza del modello digitale che enfatizza l'impatto emotivo, essa mantiene una funzione analitica. Scomponendo lo spazio in un sistema di relazioni geometriche astratte permette di recuperare la dimensione teorica e critica della rappresentazione, restituendo all'architettura la sua complessità concettuale (fig. 3).

### L'assonometria e la capacità astrattiva: il disegno come forma del pensiero

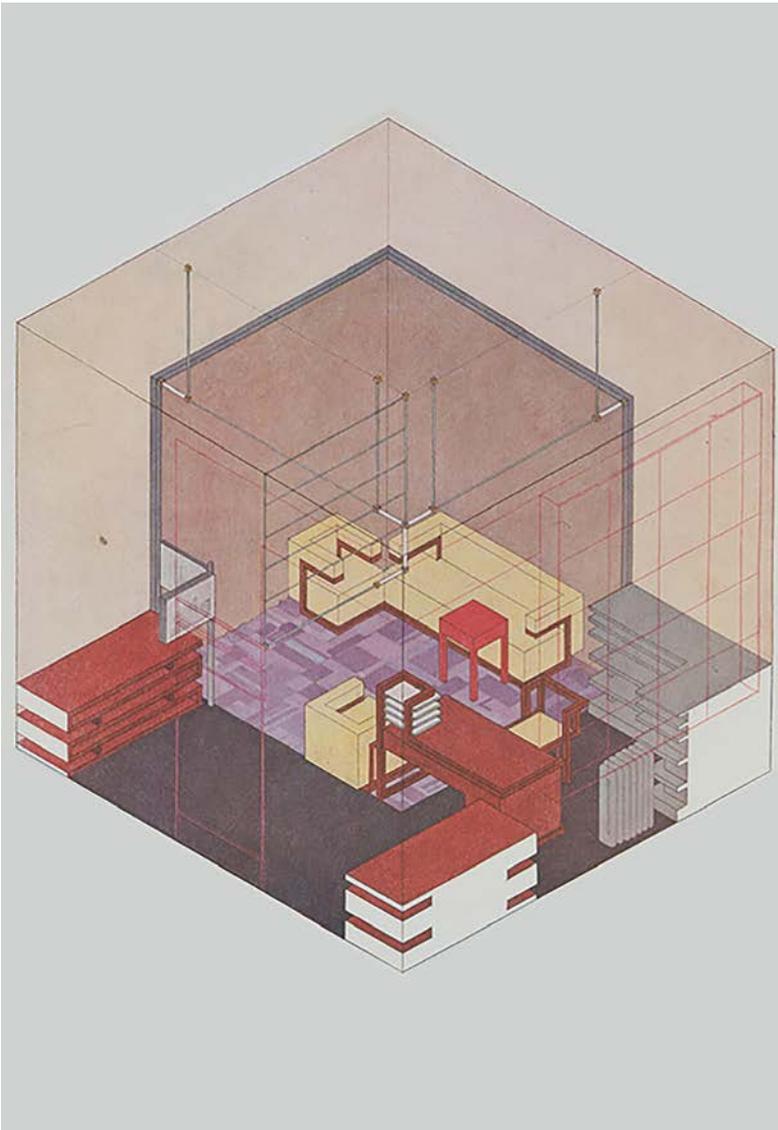
Nel panorama dei metodi di rappresentazione dello spazio, l'assonometria si distingue per uno statuto ambiguo, che la colloca al confine tra descrizione e costruzione teorica. Essa non si limita a restituire la tridimensionalità di un oggetto, ma opera una vera e propria riformulazione del reale, traducendo la materia in struttura e la visione in sistema. È possibile considerarla come un linguaggio della sintesi, capace di ridurre la complessità visiva a un principio di ordine e di misura.

Massimo Scolari, nel suo celebre saggio *Il disegno obliquo: una storia dell'anti-prospettiva*<sup>13</sup> la considera addirittura una forma di pensiero, un modello che consente di accedere alla struttura interna

<sup>11</sup> Carpo, *The second digital turn: design beyond intelligence*, pp. 140-142.

<sup>12</sup> De Rosa, *Il disegno e la rappresentazione*, cit., p. 2.

<sup>13</sup> Cfr. Scolari, *Il disegno obliquo*, cit.



7 | László Moholy-Nagy, *Kinetisch Konstruktives System: Bau mit Bewegungsbahnen für Spiel und Beförderung (Sistema costruttivo cinetico: struttura con parti mobili per gioco e trasporto)*, collage, 1922, Moholy-Nagy Foundation.

8 | Josef Albers, *Structural constellation transformation of a scheme*, n. 12, 1950, Josef and Anni Albers Foundation.

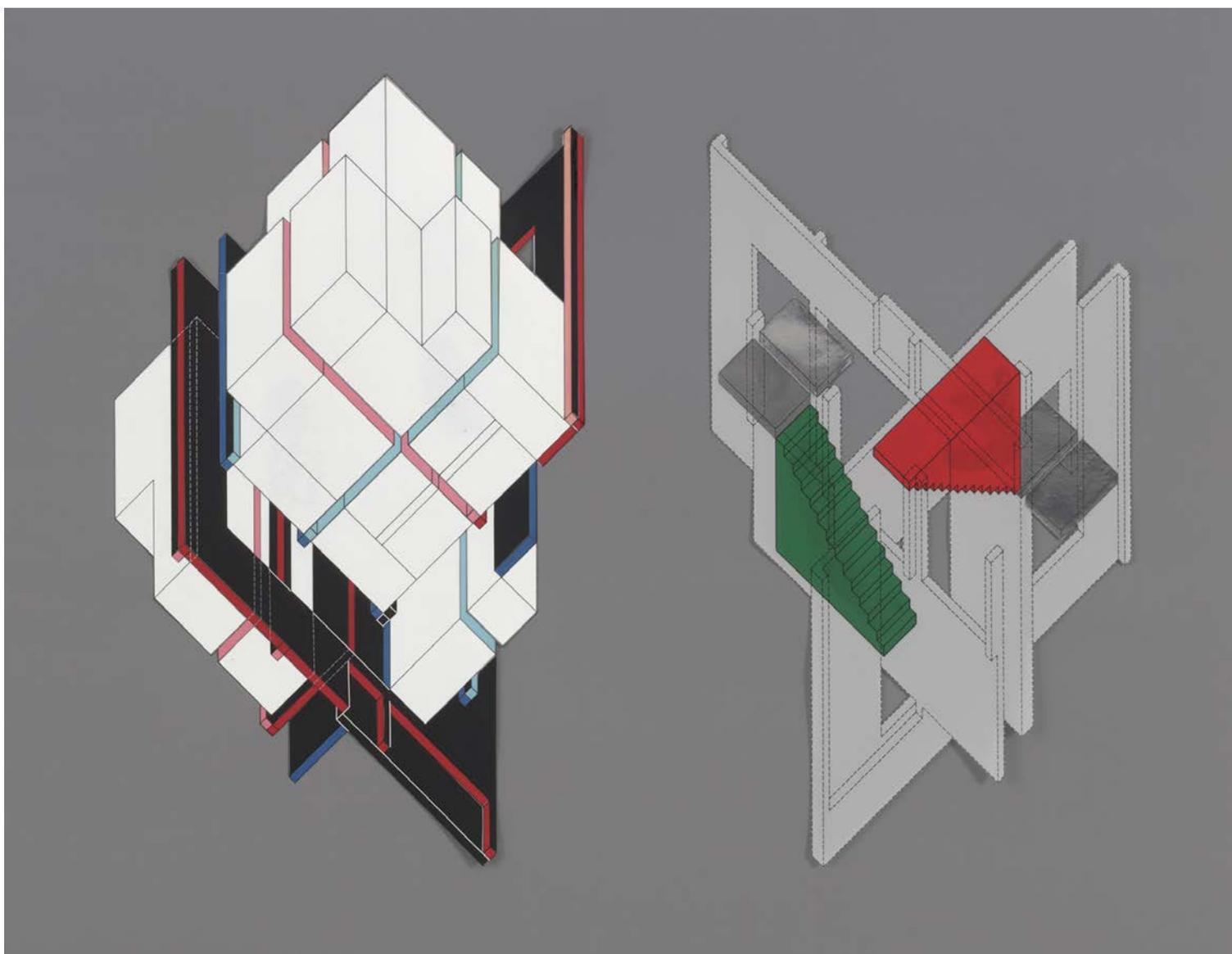
9 | *Isometrie des Direktorenzimmers im Bauhaus Weimar, Progetto di Walter Gropius, disegno di Herbert Bayer*, 1923.

10 | *Axonometric projection in color, Private House*, Theo van Doesburg, 1923.

delle cose senza il filtro dell'apparenza fenomenica e, si potrebbe dire, con una specifica vocazione all'astrazione. Mentre la prospettiva vincola lo spazio a un punto di vista determinato, costruendo una narrazione visiva che si organizza attorno a un centro di vista proprio nello spazio finito, simulando, in una monocola sintesi, il processo proiettivo della visione fisiologica seppur ricondotta al supporto bidimensionale, l'assonometria dissolve ogni gerarchia ottica e restituisce le configurazioni nella loro pura dimensione geometrica. È un metodo che non si rivolge all'occhio, ma all'intelletto; non costruisce un'immagine, ma un sistema (fig. 4). L'infinitamente lontano del centro di proiezione improprio rompe il mondo finito dello spazio euclideo «[...] generando un pluri-universo in cui le convenzioni spaziali fra l'alto e il basso, la destra e la sinistra si dissolvono come quelle temporali fra il prima e il dopo»<sup>14</sup> in una costruzione geometrica spesso palindroma o reversibile.

Se, come notava Migliari, «l'infinito di certo esiste ma non si offre ai nostri occhi bensì al nostro intelletto»<sup>15</sup>, è proprio l'assonometria a disvelarlo e non nel disegno ma «dentro di noi»<sup>16</sup>. L'assonometria, quindi, non registra lo spazio, ma lo analizza e lo ordina. Questo consente inevitabilmente di accostarla a quella tradizione di pensiero che, da Platone in poi, ha sempre opposto la struttura al fenomeno, l'essenza all'apparenza, l'*eidōs* all'*eidolon*. Ed è ciò che l'ha resa cara alle culture orientali (fig. 5) e a quelle pre-prospettive o anti-prospettive. Non è un caso che El Lissitzky, nelle sue ricerche sulla *Pangeometria*, abbia visto in essa lo strumento per una nuova visione spaziale, in grado di superare i limiti imposti dalla prospettiva rinascimentale. Per Lissitzky, infatti, la prospettiva "chiude" lo spazio all'interno di un cono ottico, mentre l'assonometria lo espande, spingendone il vertice all'infinito in modo da rendere lo spazio continuo, aperto, bistabile<sup>17</sup>.

<sup>14</sup> De Rosa, *Il disegno e la rappresentazione*, cit., p. 3.  
<sup>15</sup> Migliari, *La prospettiva e l'infinito*, p. 35.  
<sup>16</sup> *Ibid.*  
<sup>17</sup> Bois, *El Lissitzky: Radical Reversibility* pp. 160-181.



Questa reversibilità è il segno di una concezione dello spazio non più legata all'esperienza visiva dell'uomo, ma alla logica autonoma delle forme. El Lissitzky considera l'assonometria non solo un metodo per rappresentare lo spazio ma anche un modo di percepirlo (fig. 6). Secondo l'artista russo, sovvertendo la certezza interpretativa della rappresentazione prospettica, essa introduce un'ambiguità di base nella comprensione visiva che costringe l'osservatore a prendere continue decisioni su come interpretare ciò che vede. Come notato dallo storico e critico d'arte Yve-Alain Bois «questo [...] è importante perché rivela come Lissitzky sia passato da una semplice intensificazione dell'effetto più/meno insito nell'assonometria, al concetto di reversibilità radicale. Voleva distruggere la certezza dello spettatore e la consueta posizione di osservazione [...] manifestazione plastica della filosofia razionalista della coscienza (la filosofia borghese del

soggetto che Lissitzky associa alla prospettiva monoculare)»<sup>18</sup>.

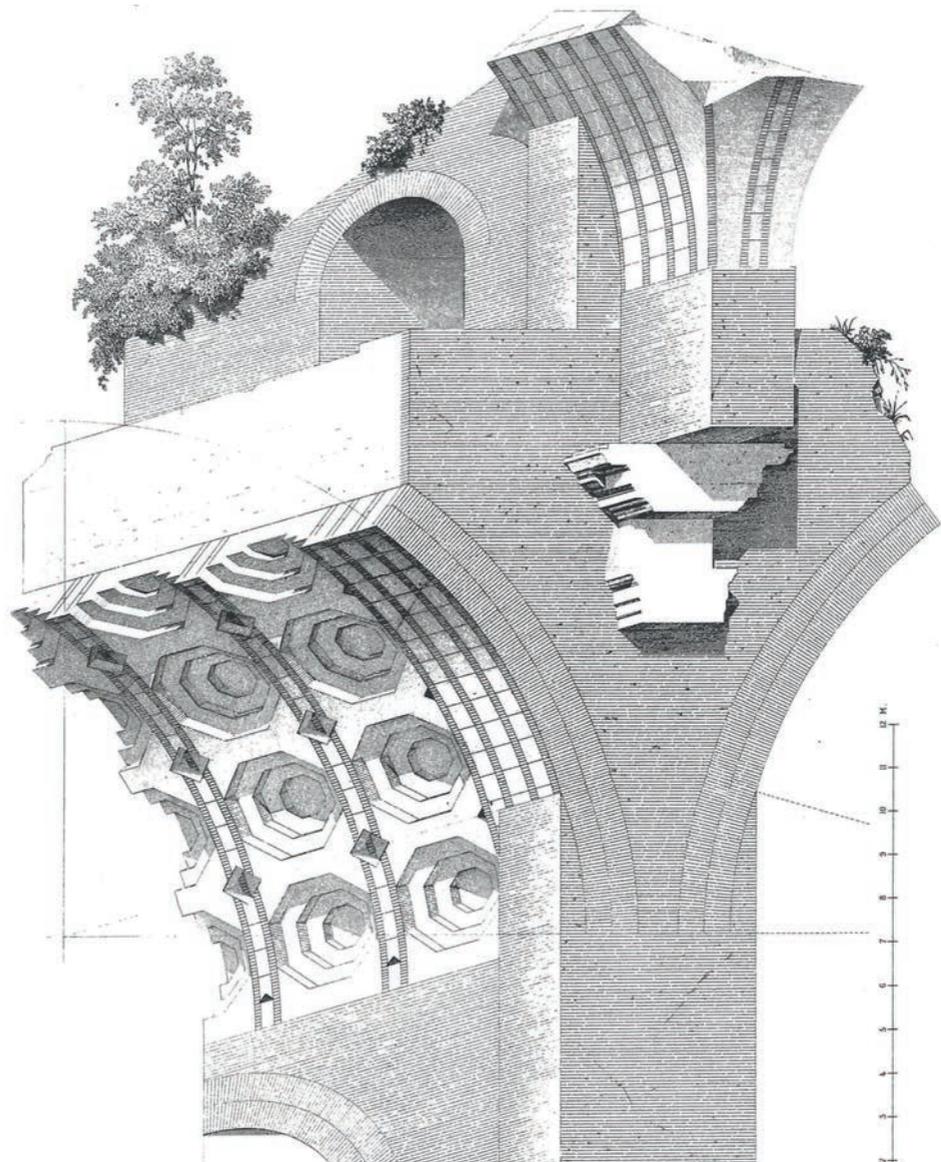
Non deve sorprendere che l'assonometria abbia avuto uno spazio determinante nei movimenti modernisti del Bauhaus e di De Stijl, benché architetti e artisti abbiano adottato e sperimentato questo metodo in modi diversi<sup>19</sup>, ma con l'analogo intento di affermare un'idea di architettura che non fosse più il risultato di un processo di mimesi, ma di una costruzione di senso, un gioco intellettuale (figg. 7-8).

Ma se gli artisti del Bauhaus inizialmente adottarono una proiezione isometrica, ancora in parte vincolata a una concezione "naturale" dello spazio, in seguito si va affermando la proiezione militare, più astratta e radicale. In essa, la costruzione tridimensionale del reale non è più subordinata alla percezione dell'osservatore, ma si organizza secondo una logica propria, indipendente dall'esperienza sensibile (figg. 9, 10).

<sup>11</sup> | Peter Eisenman, *House VI, Cornwall, Connecticut (Fourteen Transformations [axonometric])*, 1972-1975, New York, MoMA collection.

<sup>18</sup> Ivi, p. 174. Nel testo: «this [...] is important because it reveals how Lissitzky moved from a simple intensification of the plus/minus effect inherent to axonometry to the concept of radical reversibility. He wanted to destroy the spectator's certainty and the usual viewing position [...] the plastic manifestation of the rationalist philosophy of conscience (the bourgeois philosophy of the subject that Lissitzky associates with the monocular perspective)» (trad. it. a cura dell'autore).

<sup>19</sup> Kato, *Axonometry and New Design of Bauhaus*, pp. 76-78.



12 | Auguste Choisy, *Basilica di Costantino*, da *L'Art de bâtir chez les romains*, Ducher et Compagnie, Paris 1873.

<sup>20</sup> Cfr. Farrah, *The Technology of Axonometry in 1960s Britain: Kenneth Frampton and Peter Eisenman*.

<sup>21</sup> Cfr. Choisy, *Note sur le mode de présentation des documents graphiques*, in *Histoire de l'Architecture*, ed. 1943. Nel testo: «Les documents graphiques, quelquefois simplifiés par la suppression de détails superflus sont, pour le plus grand nombre, présentés en projection axonométrique, système qui a la clarté de la perspective et se prête à des mesures immédiates. Dans ce système, une seule image mouvementée et animée comme l'édifice lui-même, tient lieu de la figuration abstraite, fractionnée par plan, coupe et élévation. Le lecteur a sous les yeux, à la fois, le plan, l'extérieur de l'édifice, sa coupe et ses dispositions intérieures. Toutes ces figures sont accompagnées d'échelle». (trad. it. a cura dell'autore). Queste note sono presenti solo nelle edizioni successive alla prima.

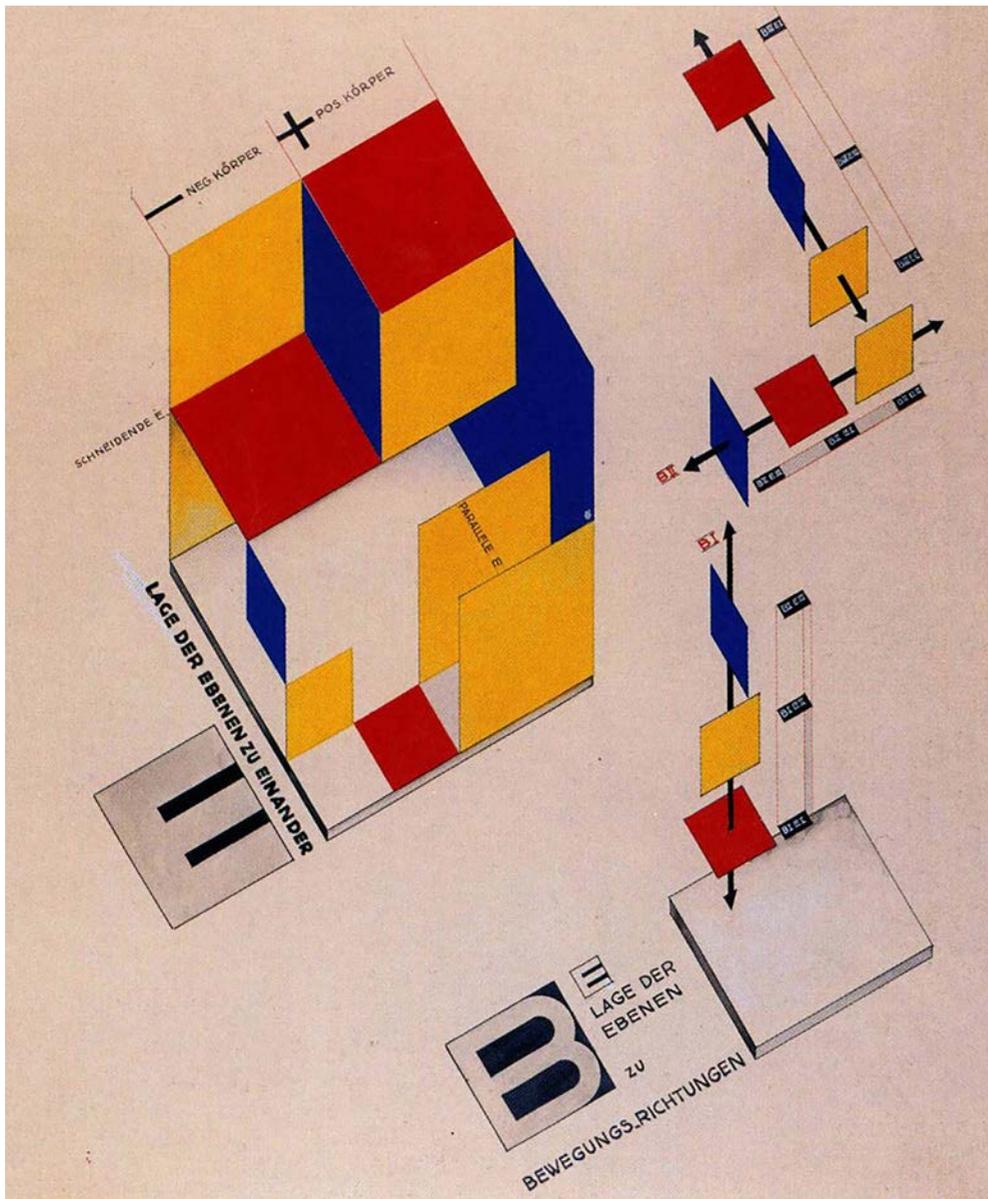
<sup>22</sup> Cfr. Bryon, *Measuring the qualities of Choisy's oblique and axonometric projections*, pp. 31-61.

<sup>23</sup> Stephen, Frampton, Carapetian, *British buildings 1960-1964*.

È la stessa ragione per cui Peter Eisenman, negli anni Sessanta, adoterà l'assonometria come strumento analitico per scomporre e ricostruire le forme architettoniche al di fuori di qualsiasi retorica visiva<sup>20</sup> (fig. 11).

Che il disegno assonometrico fosse in senso più profondo un atto di conoscenza era già stato intuito da Auguste Choisy quando, nella sua *Histoire de l'Architecture*, la utilizzò non come semplice strumento illustrativo, ma come metodo di indagine. Nelle note introduttive egli scrive: «I documenti grafici, talvolta semplificati mediante l'eliminazione di dettagli superflui, sono per la maggior parte presentati in proiezione assonometrica, un sistema che possiede la chiarezza della prospettiva e si presta a misurazioni immediate. In questo sistema, un'unica immagine, dinamica e vivace come l'edificio stesso, sostituisce la rappresentazione astratta, suddivisa in pianta, sezione ed elevato.

Il lettore ha sotto gli occhi, contemporaneamente, la pianta, l'esterno dell'edificio, la sua sezione e le disposizioni interne. Tutte queste figure sono accompagnate da una scala»<sup>21</sup> (fig. 12). Ed infatti le sue tavole non rappresentano semplicemente l'immagine degli edifici. Ne svelano la logica interna, ne rendono visibile la struttura stessa della costruzione. Com'è stato sottolineato, l'uso delle proiezioni parallele da parte di Choisy era una scelta consapevole, mirata a eliminare ogni interferenza visiva e a restituire l'architettura nella sua forma più essenziale<sup>22</sup>. In questo appare più come un dispositivo di astrazione che permette di cogliere il principio costruttivo di uno spazio senza che l'immagine ne condizioni la lettura (fig. 13). Principi che si rafforzano con l'evoluzione degli strumenti di rappresentazione, tanto che oggi, in un'epoca dominata dalla simulazione digitale e dall'iperrealismo visivo, il valore dell'assonometria emerge con ancora maggiore evidenza.



13 | Joost Schmidt, Mechanical stage design, 1925.

La capacità di questo modello geometrico di farsi strumento di analisi e di concettualizzazione ne fa un metodo essenziale per ripensare il ruolo del disegno nell'architettura contemporanea. Come sottolinea Frampton<sup>23</sup>, l'assonometria non è un linguaggio del passato, ma un principio che continua a interrogare il nostro modo di concepire lo spazio. Essa non si oppone alla tecnologia, ma ne corregge gli eccessi, restituendo al progetto la sua dimensione teorica e costruttiva.

### Conclusioni

Nel contesto delle rinnovate e affascinanti strade aperte dalle nuove tecnologie l'assonometria appare un metodo ancora denso di possibilità e in grado di interessare relazioni inaspettate con la rappresentazione digitale.

La sua capacità di visualizzare lo spazio, se non addirittura di ricodificarlo, rendendolo accessibile a una lettura analitica e operativa, rendono l'assonometria uno strumento di pensiero dal grande appeal culturale. Il suo valore non risiede nella mera restituzione formale, ma nella capacità di smontare e riorganizzare la complessità spaziale, trasformando l'atto del disegno in un processo di indagine e di costruzione teorica.

Proprio per questa sua natura, essa non è mai stata vincolata a una sola epoca o disciplina, ma ha attraversato campi del sapere diversi, adattandosi alle esigenze della progettazione, del design, della speculazione teorica. È nel rigore delle sue proiezioni parallele che trova il suo tratto distintivo: un metodo che non si esaurisce nella descrizione dell'esistente, ma si estende alla formulazione di scenari possibili. Questo le conferisce un ruolo insostituibile, non come alternativa alla

prospettiva, ma come codice autonomo con una propria grammatica e una propria sintassi, capace di rivelare strutture e relazioni altrimenti inaccessibili.

La sua persistenza nel tempo dimostra che il valore di un metodo di rappresentazione non si misura sulla sua fedeltà alla percezione, ma sulla sua efficacia nel trasmettere conoscenza. L'assonometria non impone un punto di vista, non illude, non inganna. Essa ordina, chiarisce, rende intellegibile. E forse è proprio in questa sua distanza dal dato fenomenico che risiede la sua capacità più profonda: quella di restituire lo spazio alla sua essenza più pura, liberandolo dalle convenzioni dello sguardo per restituirlo alla logica della costruzione.

## Bibliografia

- Y-A. Bois, *El Lissitzky: Radical Reversibility*, in *Art in America*, LXXVI, 1988, 4, pp. 160-181.
- J. Boudrillard, *Il delitto perfetto. La televisione ha ucciso la realtà?*, Cortina, Milano 1996.
- H. Bryon, *Measuring the qualities of Choisy's oblique and axonometric projections*, in J. Giron, S. Huerta (eds.), *Auguste Choisy (1841-1909). L'architecture et l'art de bâtir. Actes del Simposio Internacional celebrado en Madrid, 19-20 de noviembre de 2009*, Instituto Juan de Herrera, Madrid 2009, pp. 31-61.
- C. Cándito, *Le proiezioni assonometriche. Dalla prospettiva isometrica all'individuazione dei fondamenti del disegno assonometrico*, Alinea Editrice, Firenze 2003.
- M. Carpo, *The second digital turn: design beyond intelligence*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts – London 2017.
- A. Choisy, *Histoire de l'Architecture*, Tome Premier, Libraire Georges Baranger, Paris 1943.
- J. Crary, *Techniques of the Observer: On Vision and Modernity in the Nineteenth Century*, The MIT Press, Cambridge Massachusetts – London 1990.
- A. De Rosa, *Il disegno e la rappresentazione: lezioni dall'architettura contemporanea*, in *Rivista di estetica*, LI, 2011, 47.
- R. Evans, *The Projective Cast: Architecture and Its Three Geometries*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts – London 1995.
- S. Farrah, *The Technology of Axonometry in 1960s Britain: Kenneth Frampton and Peter Eisenman*, in M. Dudding, C. McDonald, J. Merwood-Salisbury (eds.), *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Society of Architectural Historians of Australia and New Zealand, Historiographies of Technology and Architecture*, Wellington, Society of Architectural Historians of Australia and New Zealand (SAHANZ), New Zealand 2018. p. 174-187.
- M. Kato, *Axonometry and New Design of Bauhaus*, in *Journal for Geometry and Graphics*, XXI, 2007, 1, pp. 73-82.
- B. Latour, *Pandora's Hope: Essays on the Reality of Science Studies*, Harvard University Press, Harvard 1999.
- R. Lucas, *Drawing Parallels. Knowledge Production in Axonometric, Isometric and Oblique Drawings*, Routledge, London and New York 2019.
- J.-F. Lyotard, *La condition postmoderne: Rapport sur le savoir*. Éditions de Minuit, Paris 1979.
- R. Migliari, *La prospettiva e l'infinito*, in *Disegnare, idee immagini*, 1995, 11, pp. 25-36.
- E. Panofsky, *La prospettiva come "forma simbolica" e altri scritti*, Feltrinelli, Milano 1961.
- C. Rowe, R. Slutzky, *Transparency: Literal and Phenomenal*, in *Perspecta*, VIII, 1963, The MIT Press, pp. 45-54.
- M. Scolari, *Il disegno obliquo. Una storia dell'antiprospectiva*, Marsilio, Venezia 2005.
- D. Stephen, K. Frampton, M. Carapetian, *British buildings 1960-1964, by Douglas Stephen, Kenneth Frampton and Michael Carapetian*, Adam & Charles Black, London 1965.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** J.A. Barrera, R. Narváez Rodríguez, *Reframing Descriptive Geometry in the Digital Era*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 72-79.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3355>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Barrera J.A., Narváez Rodríguez R., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## REFRAMING DESCRIPTIVE GEOMETRY IN THE DIGITAL ERA

JOSÉ ANTONIO BARRERA, ROBERTO NARVÁEZ RODRÍGUEZ

University of Seville

Corresponding author: [barrera@us.es](mailto:barrera@us.es)

*The relationship between descriptive geometry and architecture is undergoing a significant transformation, driven by both the increasing complexity of contemporary architectural demands and the evolution of digital tools. Each technological era – from traditional descriptive geometry through 2D CAD, 3D modelling, computational design, to emerging AI approaches – has fundamentally altered the way geometry is accessed, conceptualised, and manipulated. These transformations have led to the development of new cognitive frameworks for spatial thinking. This article examines this transformation through two complementary analyses. First, it investigates how different technological eras have redefined the medium through which architects engage with geometry, focusing on how these shifts in medium have transformed cognitive mechanisms from projection-based reasoning to algorithm-based thinking and, more recently, to natural language interaction. Second, the article identifies descriptive geometry's evolving roles in contemporary architectural practice, research, and education, revealing both invariant principles that persist regardless of technological mediums and new geometric competencies required by contemporary architectural challenges. The analysis demonstrates that descriptive geometry represents not a fixed operational methodology but an evolving framework for spatial reasoning that transcends specific technological implementations. This contributes to the ongoing dialogue about geometric literacy in the computational age.*

**Keywords:** *Descriptive Geometry, Architecture, Graphic Expression, Geometric Thinking, Digital Tools.*

### Descriptive Geometry at the Crossroads of Architectural Evolution

Architecture practitioners had been employing projection techniques to solve spatial problems long before Monge's systematization<sup>1</sup>. The historical evolution of these methods reflects architecture's continuous negotiation with available media, where descriptive geometry methods evolved in response to changing conceptualizations of space across architectural history<sup>2</sup>. Descriptive geometry thus represents a continuous trajectory of geometric thinking that extends beyond Monge's formalization<sup>3</sup>. Monge himself acknowledged this historical continuity while articulating the discipline's dual objective: to establish methods for representing three-dimensional bodies on two-dimensional surfaces and to deduce spatial truths from these exact constructions<sup>4</sup>. This formulation reveals two pervasive features of any geometric

tool that significantly influence architectural practice: the representational medium (paper in descriptive geometry) and the methods developed specifically to overcome the inherent limitations of that medium. This interdependence between medium and method constitutes a fundamental dynamic in the evolution of architectural representation and thinking. This relationship not only highlights the adaptability of geometric tools but also emphasizes their role in shaping the theoretical and practical frameworks of architectural design. Contemporary architecture faces challenges of unprecedented complexity – including sustainability imperatives, urban metabolism optimization, performance-based design requirements, and digital fabrication – that redefine the geometric problems architects must address<sup>5</sup>. The technological paradigm has shifted from representational systems attempting to overcome two-dimensional limitations to compu-

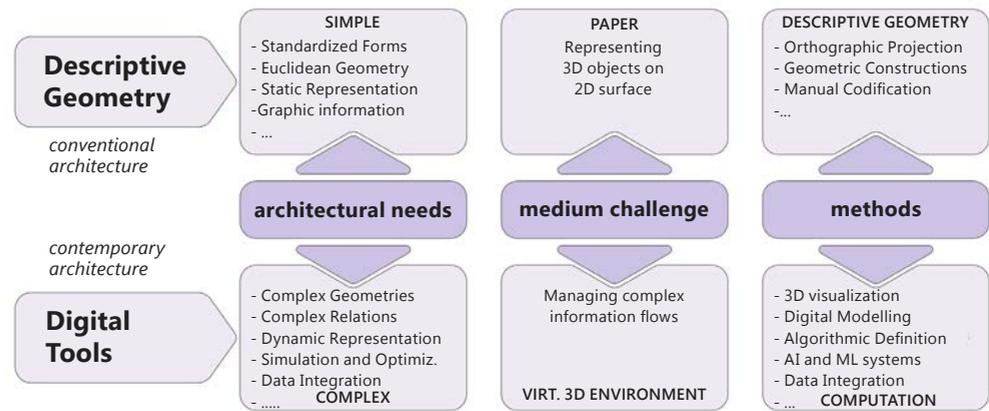
<sup>1</sup> Taton, *L'œuvre scientifique de Monge*.

<sup>2</sup> Evans, *The projective cast: architecture and its three geometries*; Pérez-gómez, *Questions of representation: the poetic origin of architecture*, pp. 217-225.

<sup>3</sup> Migliari, *Descriptive Geometry: From its Past to its Future*, pp. 555-571.

<sup>4</sup> Monge, *Géométrie Descriptive - Leçons données aux Écoles normales, l'An 3 de la République*.

<sup>5</sup> Cfr. Carl, *Urban Density and Block Metabolism*, p. 852; Hensel, *Data-driven design for Architecture and Environment Integration Convergence of data-integrated workflows for understanding and designing environments*.



“*Descriptive geometry’s transformation across technological eras, analysing how different media redefine both geometric tools and architectural thinking.*”

1 | *Architectural needs, medium challenges, and methods. Contrasts between conventional architecture (Descriptive Geometry) versus contemporary architecture (Digital Tools).*

tational environments where geometry is directly manipulated, analysed, and optimised in a virtual three-dimensional space<sup>6</sup>. This transformation raises critical questions about the contemporary relevance of descriptive geometry, as its foundational premise has been technologically redefined<sup>7</sup> (fig. 1). This article examines descriptive geometry’s transformation across technological eras, analysing how different media redefine both geometric tools and architectural thinking. The evolution from 2D drafting through 3D modelling to algorithmic design and emerging AI applications has progressively abstracted geometry from direct manipulation, creating new conceptual frameworks for spatial thinking<sup>8</sup>. Through examination of scientific literature and contemporary practice, we identify both persistent principles that transcend technological shifts and the new geometric competencies required by current architectural demands.

### The Evolution of the Medium: How Technology Reshapes Geometric Tools and Thinking

The medium through which architects engage with geometry plays a fundamental role in shaping both conceptual frameworks and design methodologies. Each technological transition – from manual drafting to computational design and, more recently, AI-assisted processes – reconfigures the cognitive, operational, and epistemological dimensions of geometric practice. This section examines these technological transitions not merely as instrumental developments but as paradigmatic shifts that reshape how architects conceptualize, operate, and even manage geometric information. The analysis foregrounds the reciprocal relationship between representational media and architectural

thinking, demonstrating how each technological medium simultaneously enables new geometric possibilities while imposing specific constraints and conceptual frameworks that shape architectural cognition and practice<sup>9</sup>.

#### Pre-Digital Era: Projection as Conceptual Framework

The pre-digital era of architectural geometry was characterised by a fundamental cognitive framework predicated on projection, both as a technical procedure and as a conceptual apparatus. This projection-based conceptual framework necessitated sophisticated mental operations of spatial visualization, requiring architects to engage in multiple cognitive processes of a continuous cycle of mental codification and decodification between two-dimensional representations and three-dimensional spatial concepts for each geometric operation<sup>10</sup>.

This translation process’s cognitive load shaped architectural practice through analytical decomposition and sequential reasoning<sup>11</sup>, establishing an epistemological distance between cognitive processes and architectural objects<sup>12</sup>. Architects necessarily operated in a reflective conversation through mediated representational systems, creating geometric reasoning modes bound to projection-based techniques’ constraints and affordances<sup>13</sup>.

#### 2D CAD Era: The first digital transition

The transition to 2D CAD systems represented a nuanced technological evolution in architectural representation. While fundamentally preserving the cognitive process of translating between two-dimensional and three-dimensional conceptions, these systems introduced critical advancements. Early CAD implementations primarily functioned as digital analog to traditional drafting prac-

<sup>6</sup> Johnson, *Sketchpad III. Three-Dimensional Graphical Communication with a Digital Computer*.

<sup>7</sup> Carpo, *The Digital Turn in Architecture 1992-2012*.

<sup>8</sup> Carpo, *The Second Digital Turn: Design beyond Intelligence*; Menges & Ahlquist, *Computational Design Thinking: Computation Design Thinking*.

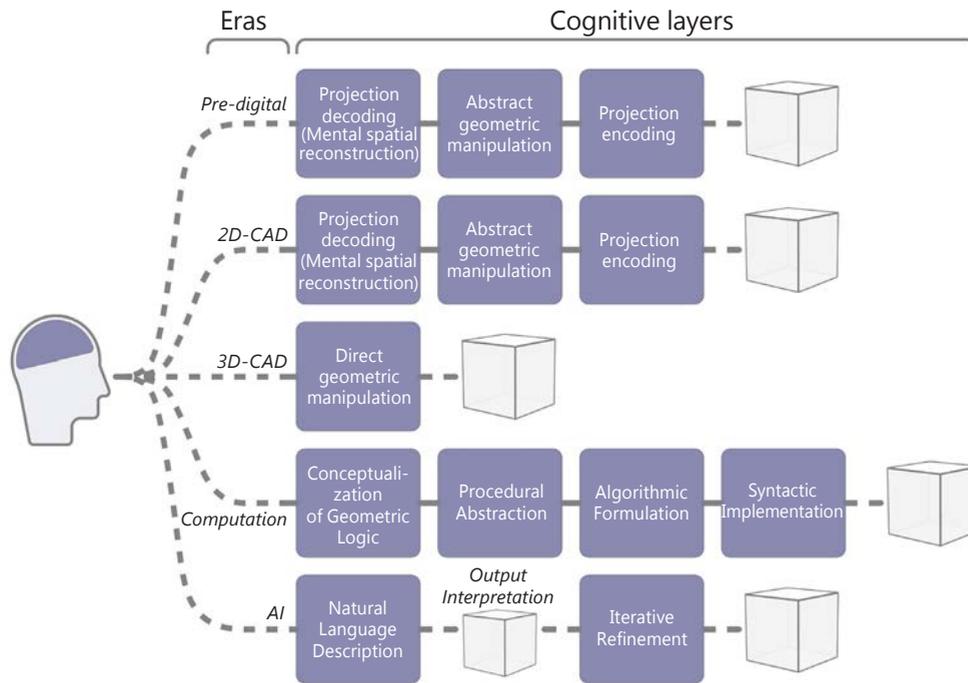
<sup>9</sup> Cfr. Oxman, *Theory and design in the first digital age*, pp. 229-265.

<sup>10</sup> Akin et al., *Problem structuring in architectural design*.

<sup>11</sup> Akin, *Psychology of Architectural Design*.

<sup>12</sup> Oxman, *The thinking eye: visual re-cognition in design emergence*, pp. 135-164

<sup>13</sup> Evans, *The projective cast: architecture and its three geometries*, cit.



2 | Cognitive layers across technological eras: how architects access and manipulate geometric objects. More layers represent a greater epistemological distance between the architect's mind and geometry, with the 3D modelling era providing the most direct access.

tics, replicating established representational conventions<sup>14</sup>, and maintaining the existing epistemological distance while altering their material substrate.

Critically, 2D CAD systems significantly enhanced geometric practice through increased precision, productivity and manipulability, allowing new constructions beyond straight edge and compass limitations<sup>15</sup>. These capabilities subtly reconfigured representation and conception, expanding geometric possibilities while preserving fundamental projection-based cognitive frameworks<sup>16</sup>.

### 3D Modeling Era: Liberation from projection as a conceptual device

The emergence of 3D modelling systems marked a fundamental epistemological shift in architectural geometry, radically transforming the relationship between conception and representation. Unlike previous paradigms that required constructing three-dimensional understanding from two-dimensional projections, 3D modelling established a digital environment for direct spatial manipulation of geometry, eliminating the traditional codification-decodification cycle, introducing a new cognitive framework and reducing the epistemological distance between conception and representation<sup>17</sup>.

This approach facilitated novel explorations of geometric complexity<sup>18</sup>, and provided a continuous spatial reasoning approach that fundamentally altered ar-

chitectural thinking<sup>19</sup>. Building Information Modeling (BIM) further expanded this transformation, converting geometric models from mere representations to comprehensive information systems that connect conceptualization, analysis, and fabrication through integrated digital structures<sup>20</sup>.

### Computational Design Era:

#### From objects to processes

The Computational Design Era marks a fundamental shift from the direct manipulation of geometric objects in 3D virtual environments (computerization) to the automation of design tasks through algorithmic processes (computation)<sup>21</sup>. Architects now articulate rule-based systems that generate geometry rather than directly manipulating form.

This transition establishes algorithms as a new cognitive medium, introducing a representational language rooted in programming<sup>22</sup>. This shift demands an unprecedented level of abstraction and rationalization in architectural thinking. Designers must engage with geometry through multiple layers: from direct manipulation to parametric relationships to algorithmic processes<sup>23</sup>. The practice transforms from visually-mediated to one increasingly governed by mathematical and algorithmic formulations<sup>24</sup> (fig. 2).

This transformation establishes a cognitive framework of procedural thinking and mathematical formalism. Paradoxically, while reducing the distance between conception and geometric outcome – both virtual and physical – it increases the epistemological distance through greater levels of abstraction in accessing geometric potentialities<sup>25</sup>.

### Emerging AI Era: From explicit to implicit geometric definition

The integration of artificial intelligence into architectural design marks another fundamental epistemological transformation in geometric operation. This paradigm shift reconfigures the cognitive medium through which geometry is accessed, transitioning from explicit algorithmic definition to implicit generation through machine learning systems.

AI introduces a natural language interface to geometric manipulation<sup>26</sup>, allowing communication with geometry through descriptive terms rather than formal mathematical articulations in an abstract programming language.

<sup>14</sup> Bhavnani et al., *CAD usage in an architectural office: From observations to active assistance*, pp. 243-255.

<sup>15</sup> Barrera-Vera, *Elicon*.

<sup>16</sup> Eastman, *Architectural CAD: a ten year assessment of the state of the art*, pp. 289-292.

<sup>17</sup> Kolarevic, *Architecture in the Digital Age: Design and Manufacturing*.

<sup>18</sup> Aish & Noakes, *Architecture without numbers—CAAD based on a 3D modelling system*, pp. 321-328.

<sup>19</sup> Woodbury, *Strategies for Interactive Design Systems*.

<sup>20</sup> Eastman, *Building Product Models: Computer Environments, Supporting Design and Construction*.

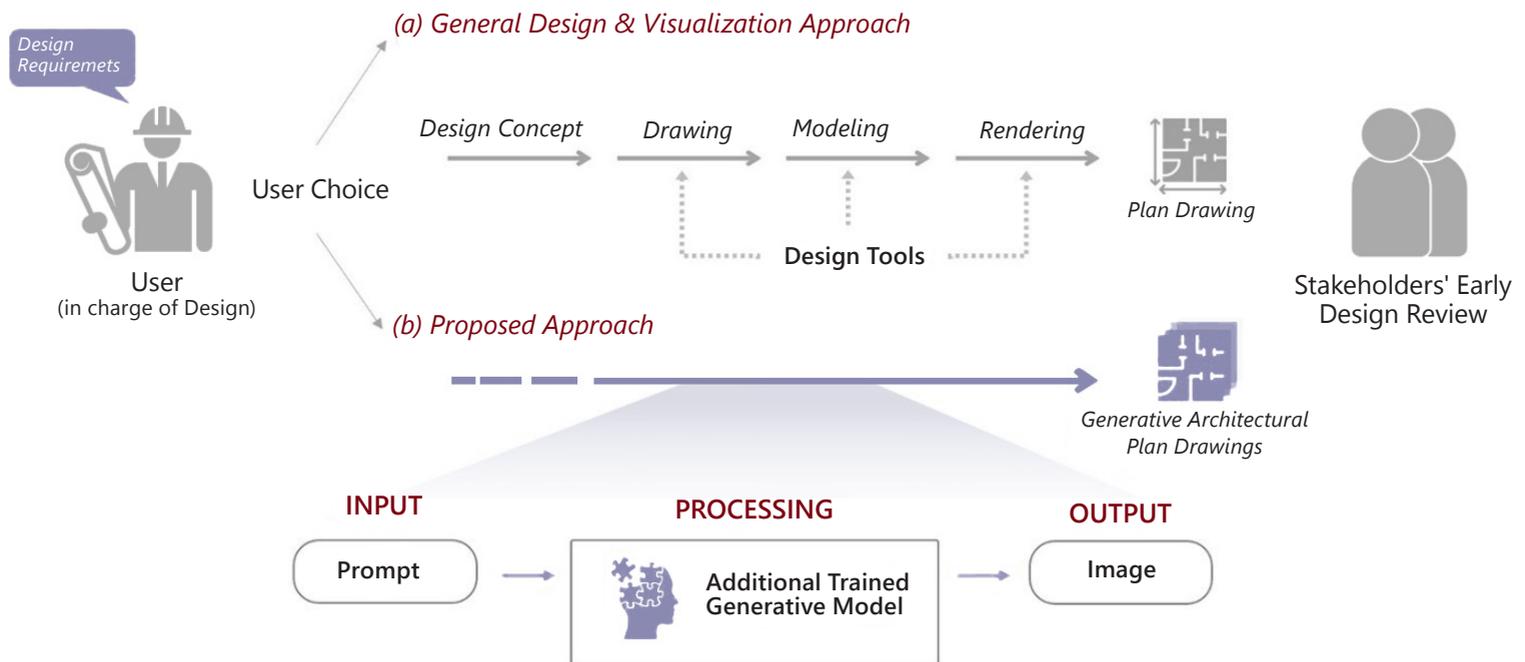
<sup>21</sup> Cfr. Terzidis, *Algorithmic Architecture*.

<sup>22</sup> Aish, *DesignScript: Scalable Tools for Design Computation*, pp. 87-95; Aish, *First Build Your Tools*, pp. 39-49.

<sup>23</sup> Woodbury, *Elements of Parametric Design*.

<sup>24</sup> Menges & Ahlquist, *Computational Design Thinking: Computation Design Thinking*, cit.

<sup>25</sup> Oxman, *Thinking difference: Theories and models of parametric design thinking*.



3 | General design and visualization approach and generative approach according to Dai Shuyao.

This transformation alters the epistemological structure of geometric practice by positioning machine cognition as an interpretive intermediary between designer intention and geometric manifestation, establishing a collaboration between human intent and machine interpretation<sup>27</sup>.

AI systems again reduce the epistemological distance through intuitive interfaces<sup>28</sup>, Geometric knowledge must now be reformulated through linguistic strategies rather than direct geometric specification. This reconfiguration transforms architectural geometric cognition into a distributed cognitive system where expertise is negotiated between human and machine intelligence through iterative processes of prompt formulation, generation, and evaluation<sup>29</sup>.

### The New Roles of Descriptive Geometry in Contemporary Architecture

The previous persistent negotiation between technological disruption and disciplinary continuity establishes a theoretical framework for examining descriptive geometry's contemporary roles. This analysis necessitates differentiation between three interconnected domains; practice, research, and education, as each engages with geometric principles through distinct epistemological frameworks, operational contexts, and developmental trajectories, reveal-

ing unique aspects of descriptive geometry's evolving relevance. By analysing descriptive geometry's relationship to contemporary architectural challenges through this tripartite structure, we can identify both the enduring conceptual foundations that transcend particular technological implementations and the emergent geometric competencies necessitated by contemporary architectural demands.

#### *In Architectural Practice: From direct application to conceptual foundation*

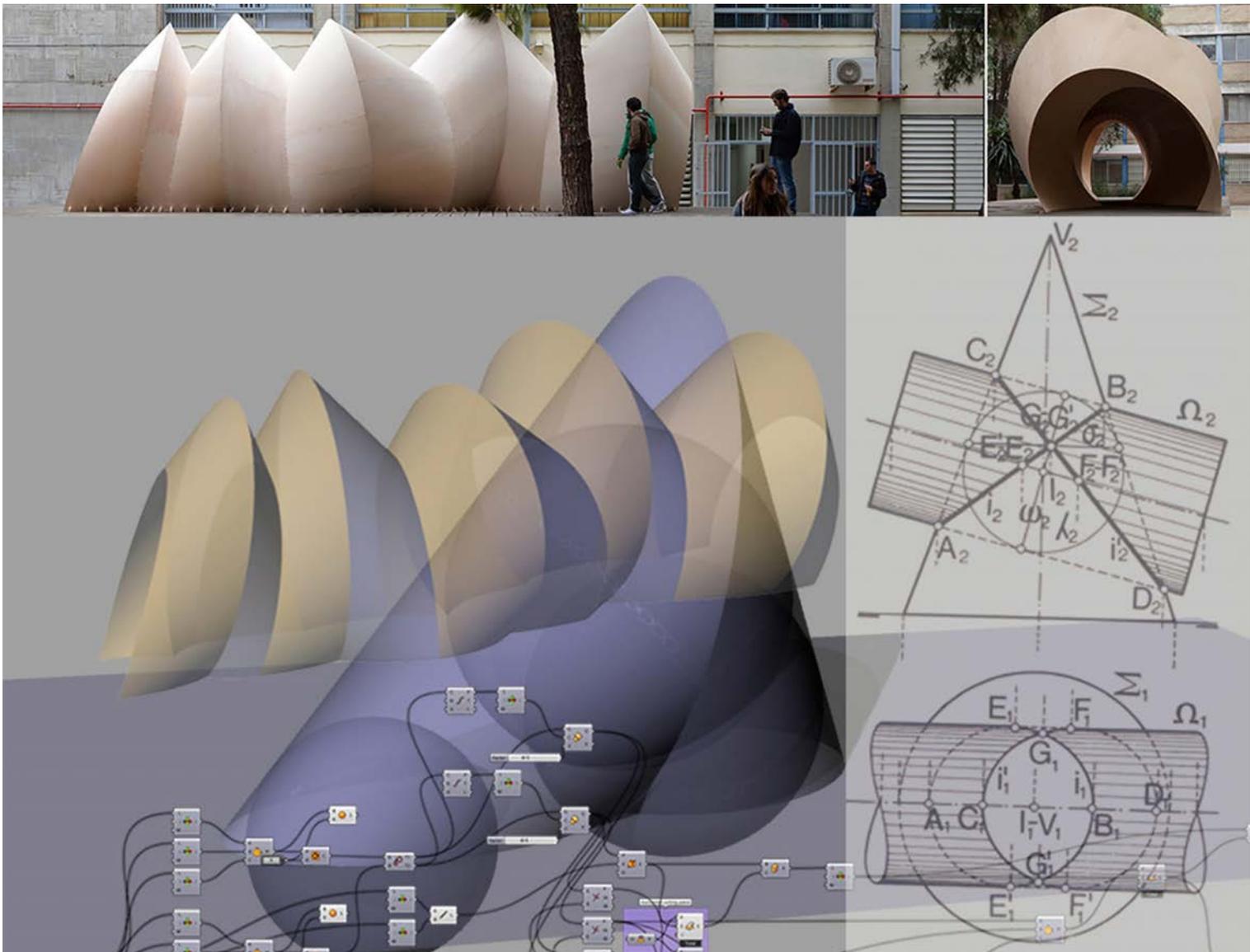
The direct application of traditional descriptive geometry methods has often become obsolete in professional workflows, primarily due to inherent limitations in its mediating apparatus. Examining Monge's original objectives – representation and analysis of three-dimensional forms – reveals significant shortcomings when applied to contemporary architectural demands. The representational function of descriptive geometry has been effectively superseded by three-dimensional digital environments that eliminate the need for codification-decodification processes between dimensions. For instance, Building Information Modeling frameworks establish geometric consistency across representations while simultaneously integrating non-geometric data attributes that traditional projective methods cannot accommodate<sup>30</sup>.

<sup>26</sup> Li et al., *Generative AI for Architectural Design: A Literature Review*, pp. 1-32.

<sup>27</sup> Weber et al., *Designing successful Human-AI Collaboration for Creative-Problem Solving in Architectural Design*.

<sup>28</sup> Choi et al., *Generative architectural plan drawings for early design decisions: data grounding and additional training for specific use cases*.

<sup>29</sup> Shuyao et al., *Towards Human-AI Collaborative Architectural Concept Design via Semantic AI*, pp. 68-82.



4 | Photographs of *The Caterpillar Gallery*. Bottom: images of the algorithmic design process in *Grasshopper* for *Rhinoceros 3D* and the representation, in one single multiview orthography projection, of two classic *Descriptive Geometry* theorems applied in the project.

Similarly, the analytical function, deducing spatial truths through geometric construction, has been transformed through computational analysis tools that provide quantitative assessment across multiple performance criteria simultaneously<sup>31</sup>. Despite this technological supersession, fundamental geometric reasoning persists as an essential conceptual foundation within computational workflows. Traditional geometric operations have been transformed rather than abandoned; intersections, developments, and projection operations remain fundamental components within computational processes, albeit reconceptualised through digital processes<sup>32</sup>. This transformation represents an operational continuity through technological disruption, where established geometric literacy remains essential while its implementing mechanisms are radically reconfigured<sup>33</sup> evolving towards a computational geometric reasoning where

traditional principles inform algorithmic processes within digital environments<sup>34</sup>.

However, projection-based representations maintain limited yet significant roles in contemporary practice, primarily in two contexts: (1) documentation of existing conditions where historical plans constitute primary information sources, particularly in heritage-related projects<sup>35</sup>; and (2) regulatory compliance processes requiring standardised orthographic documentation. These contexts necessitate bidirectional exchange between digital systems and projection-based representations, creating hybrid geometric workflows where practitioners must systematically translate between computational models and conventional projection methods to navigate practical, legal, and historical constraints<sup>36</sup>.

<sup>30</sup> Schiavi et al., *BIM data flow architecture with AR/VR technologies: Use cases in architecture, engineering and construction*.

<sup>31</sup> Oxman, *Digital architecture as a challenge for design pedagogy: theory, knowledge, models and medium*, pp. 99-120.

<sup>32</sup> Pottmann et al., *Architectural geometry*, pp. 145-164.

<sup>33</sup> Kolarevic, *Architecture in the Digital Age: Design and Manufacturing*, cit.

<sup>34</sup> Peters, *Computation works: The building of algorithmic thought*.

<sup>35</sup> Martínez-Moya, *Metodología de recuperación gráfica de las portadas del Palacio Condal de Oliva*.

<sup>36</sup> Kernighan, *Extracting geometric information from architectural drawings*.

<sup>37</sup> Gonzalez Quintal, Martín Pastor, *Monge Surfaces. Generation, Discretisation and Application in Architecture*.



*In Architectural Research:*

*New frontiers for geometric exploration*

Within architectural research contexts, descriptive geometry has undergone significant conceptual expansion beyond its traditional operational applications. Contemporary scholarship reveals at least three distinct trajectories where descriptive geometry principles remain instrumental despite technological transformation.

Historical architectural research represents the first trajectory, where researchers investigating primary historical documents – stereotomy and masonry treatises, architectural manuscripts, construction manuals, or builders’ drawings – must necessarily develop expertise in period-specific descriptive geometry methodologies to extract meaningful insights. The interpretation of these historical documents requires operational fluency with projection-based representational systems that governed architectural conception and materialisation during their respective periods.

Computational reinterpretation of classical descriptive geometry principles constitutes a second significant trajectory in contemporary research. Through algorithmic reformulation of traditional theorems and principles, the following examples demonstrate the enduring relevance of these principles within computational design frameworks<sup>37</sup>. The Caterpillar Gallery (fig.4), which implements Monge’s theorem on quadric surfaces to

generate complex spatial configurations through developable conical surfaces<sup>38</sup>; and The Archimedean Pavilion (fig. 5), which employs a projective interpretation of Archimedes’ theorem to enable the discretization of parabolic domes<sup>39</sup>. These cases demonstrate how the role of geometric reasoning in computational workflows and geometrically-informed algorithms significantly optimize computational processes by leveraging two-dimensional projective properties to define three-dimensional complex forms, thereby reducing algorithmic complexity while simultaneously enhancing structural performance, material efficiency, and fabrication feasibility within contemporary architectural production. The third trajectory, although representing relatively isolated occurrences within the broader literature, demonstrates the remarkable adaptability of descriptive geometry principles across diverse research domains beyond conventional architectural applications. This interdisciplinary expansion includes innovative “reverse descriptive geometry” methodology, which reconstructs 3D masonry structures from 2D images; application of high-dimensional descriptive geometry to neural network pattern recognition systems; and theoretical framework of “Generalised Descriptive Geometry” (GDG) for constructively imaging abstract mathematical objects through algorithmic translations<sup>40</sup>.

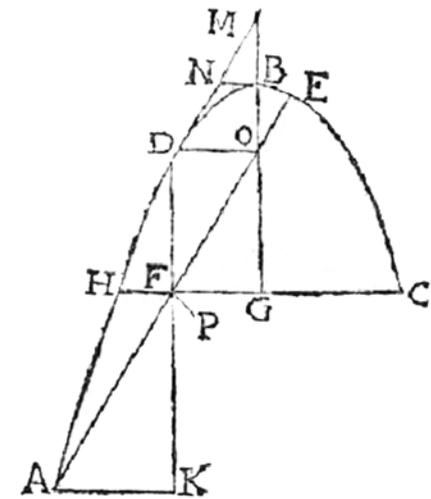
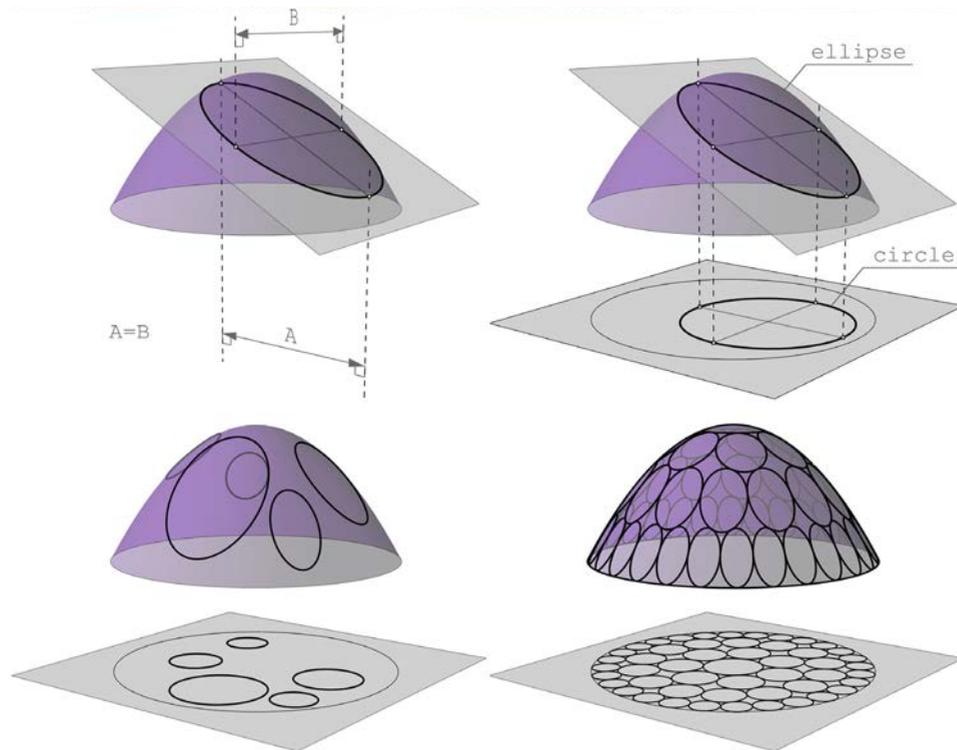


5 | Photographs of The Archimedean Pavilion.

<sup>38</sup> Narvaez-Rodriguez, Martin-Pastor, *From Descriptive Geometry to Architectural Geometry: Contributions by Classic Authors to the New Paradigm*.

<sup>39</sup> Cfr. Narváez-Rodríguez et al., *Lightweight Conical Components for Rotational Parabolic Domes: Geometric Definition, Structural Behaviour, Optimisation and Digital Fabrication*, pp. 378-397; Martín-Pastor, Narvaez-Rodriguez. *New Properties About the Intersection of Rotational Quadratic Surfaces and Their Applications in Architecture*; Narváez-Rodríguez et al., *Lightweight Conical Components for Rotational Parabolic Domes: Geometric Definition, Structural Behaviour, Optimisation and Digital Fabrication* cit., pp. 378-397.

<sup>40</sup> Schreiber, *Generalized Descriptive Geometry*.



6 | Projective interpretation of Archimedes' proposition for discretising the paraboloid's surface with planar elliptical faces stemming from a circle-packing algorithm. On the right: Archimedes' proposition in Archimedes-Maurolico: *De conoidibus et sphaeroidibus figuris Inventorum. Liber secundus, Proposition XII, Palermo 1685.*

#### *In Architectural Education:*

##### *New Competences for New Demands*

Contemporary architectural education must negotiate the complex interface between enduring geometric principles and rapidly evolving technological paradigms. Analysis of the fundamental epistemological transformations documented in previous sections could reveal three essential competency clusters for geometric education in the computational era:

- First, students require proficiency in Creating Geometric Models, Simulations and Algorithmic Definitions in Digital Environments, encompassing the construction of basic geometric elements, analysis of interactions between them, generation of composite objects, application of transformations, modeling of complex surfaces with embedded fabrication parameters, and extraction of geometric information from complex assemblies. This competency cluster adapts traditional descriptive geometry operations to computational frameworks while maintaining conceptual continuity.

- Second, and most critically for future practice as the competencies in the first cluster become increasingly automated by artificial intelligence systems, students must develop capabilities for Managing Flows of Information Between Physical and Digital Environments. This emergent competency domain involves understanding and translating geometric information across diverse representa-

tional systems, evaluating fabrication processes, and effectively communicating geometric information through multiple platforms, including human and artificial intelligence interactions. This cluster represents a fundamental evolution beyond traditional descriptive geometry, addressing the increasingly permeable boundary between digital conception and physical materialization.

- Third, students continue to require competency in Interpreting and Generating Orthographic Projections with Precision, though now contextualised within computational workflows. This maintains connection with historical representational conventions while acknowledging their reconfigured role within contemporary practice.

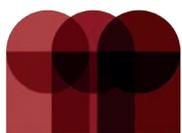
#### **Conclusion: Towards a New Understanding of Descriptive Geometry**

This analysis reveals that descriptive geometry's transformation across technological eras represents neither obsolescence nor unchanged continuity, but rather a fundamental reconceptualization of its principles within evolving architectural paradigms. The persistent cognitive operations of descriptive geometry – spatial visualization, geometric reasoning, and analytical decomposition – remain essential, even as their implementing mechanisms evolve from

projection-based systems to computational frameworks. Contemporary practice demonstrates that while traditional applications have diminished, the underlying conceptual foundations inform emerging computational methodologies across practice, research, and education. This reconceptualization necessitates redefining descriptive geometry not as a fixed operational methodology, but as an evolving framework for spatial reasoning that transcends particular technological implementations. Future research should further examine how geometric competencies transfer across technological transitions, particularly as AI systems introduce new cognitive interfaces to geometric operation. Ultimately, descriptive geometry's enduring relevance lies not in its historical techniques but in its conceptual apparatus for navigating the increasingly complex relationship between architectural conception and materialization.

## Bibliography

- M. Abu-Haifa, S. J. Lee, *Image-based 3D modeling-to-simulation of single-wythe masonry structure via reverse descriptive geometry*, in *Journal of Building Engineering*, LXXVI, 2023.
- R. Aish, *DesignScript: Scalable Tools for Design Computation*, in *Computation and Performance*, II, 2013, pp. 87-95.
- R. Aish, *First Build Your Tools*, in B. Peters, T. Peters (eds.), *Inside Smartgeometry: Expanding the Architectural Possibilities of Computational Design*, Wiley, 2013, pp. 39-49.
- R. Aish, P. Noakes, *Architecture without numbers – CAAD based on a 3D modelling system*, in *Computer-Aided Design*, XVI, 1984, 6, pp. 321-328.
- Ö. Akin, *Psychology of Architectural Design*, Pion Limited, London 1986.
- Ö. Akin, B. Dave, S. Pithavadian, *Problem structuring in architectural design*, in *Engineering Problem Solving*, 1987.
- J. A. Barrera-Vera, *Elicon (1.0)*, Dept. of Graphic Engineering, University of Seville, Seville 1995.
- S. K. Bhavnani et al., *CAD usage in an architectural office: From observations to active assistance*, in *Automation in Construction*, V, 1996, 3, pp. 243-255.
- P. Carl, *Urban Density and Block Metabolism*, in K. Steemers, S. Yannas (eds.), *Architecture, City, Environment: Proceedings of PLEA 2000*, James & James, London 2000, p. 852.
- M. Carpo, *The Digital Turn in Architecture 1992-2012*, John Wiley & Sons, Chichester 2013.
- M. Carpo, *The Second Digital Turn: Design beyond Intelligence*, MIT Press, Cambridge 2018.
- S. Choi, *Generative architectural plan drawings for early design decisions: data grounding and additional training for specific use cases*, in *AEDM*, Taylor & Francis, 2024.
- C. M. Eastman, *Architectural CAD: a ten year assessment of the state of the art*, in *Computer-Aided Design*, XXI, 1989, 5, pp. 289-292.
- C. M. Eastman, *Building Product Models: Computer Environments*, Supporting Design and Construction, CRC Press, Boca Raton 1999.
- R. Evans, *The Projective Cast: Architecture and Its Three Geometries*, MIT Press, Cambridge 1995.
- F. Gonzalez Quintial, A. Martin Pastor, *Monge Surfaces. Generation, Discretisation and Application in Architecture*, in *Nexus XXVI*, 2024, pp. 811-828.
- D. S. Hensel, J. Tyc, M. Hensel, *Data-driven design for Architecture and Environment Integration: Convergence of data-integrated workflows for understanding and designing environments*, in *Spool*, IX, 2022, 1.
- T. E. Johnson, *Sketchpad III. Three-Dimensional Graphical Communication with a Digital Computer*, MIT Press, Cambridge 1963.
- B. W. Kernighan, C. J. Van Wyk, *Extracting geometric information from architectural drawings*, in M. C. Lin, D. Manocha (eds.), *Applied Computational Geometry Towards Geometric Engineering*, Springer, Berlin 1996.
- B. Kolarevic, *Architecture in the Digital Age: Design and Manufacturing*, Spon Press - Taylor & Francis, London 2003.
- C. Li et al., *Generative AI for Architectural Design: A Literature Review*, ArXiv, 2024, pp. 1-32.
- J. Á. Martínez Moya, A. Soler Estrela, *Metodología de recuperación gráfica de las portadas del Palacio Condal de Oliva*, in *EGE*, VIII, 2014.
- A. Martín-Pastor, R. Narvaez-Rodríguez, *New Properties About the Intersection of Rotational Quadratic Surfaces and Their Applications in Architecture*, in *Nexus*, XXI, 2019, 1.
- A. Menges, S. Ahlquist, *Computational Design Thinking: Computation Design Thinking*, Wiley, Chichester 2011.
- R. Migliari, *Descriptive Geometry: From its Past to its Future*, in *Nexus Network Journal*, XIV, 2012, 3, pp. 555-571.
- N. M. Matter, N. Gado, *Artificial Intelligence in Architecture: Integration into Architectural Design Process*, in *Engineering Research Journal*, CLXXXI, 2024, 2.
- G. Monge, *Géométrie Descriptive - Leçons données aux Écoles normales, l'An 3 de la République*, Impr. de Baudouin, Paris 1798.
- R. Narvaez-Rodríguez, J. A. Barrera-Vera, *Lightweight Conical Components for Rotational Parabolic Domes: Geometric Definition, Structural Behaviour, Optimisation and Digital Fabrication*, in S. Adriaenssens, et al. (eds.), *Advances in Architectural Geometry*, Zürich 2016, pp. 378-397.
- R. Narvaez-Rodríguez, A. Martin-Pastor, M. Aguilar-Alejandre, *The Caterpillar Gallery: Quadratic Surface Theorems, Parametric Design and Digital Fabrication*, in P. Block, et al. (eds.), *Advances in Architectural Geometry*, 2015, pp. 309-322.
- R. Oxman, *The thinking eye: visual re-cognition in design emergence*, in *Design Studies*, XXIII, 2002, 2, pp. 135-164.
- R. Oxman, *Theory and design in the first digital age*, in *Design Studies*, XXVII, 2006, 3, pp. 229-265.
- R. Oxman, *Digital architecture as a challenge for design pedagogy: theory, knowledge, models and medium*, in *Design Studies*, XXIX, 2008, 2, pp. 99-120.
- R. Oxman, *Thinking difference: Theories and models of parametric design thinking*, in *Design Studies*, LII, 2017.
- A. Pérez-Gómez, *Questions of representation: the poetic origin of architecture*, in *Architectural Research Quarterly*, IX, 2005, pp. 217-225.
- B. Peters, *Computation works: The building of algorithmic thought*, in *Architectural Design*, LXXXIII, 2013, 2, pp. 8-14.
- H. Pottmann et al., *Architectural geometry*, in *Computers and Graphics*, XLVII, 2015, pp. 145-164.
- D. Shuyao et al., *Towards Human-AI Collaborative Architectural Concept Design via Semantic AI*, in M. Turrin, C. Andriotis, A. Rafiee (eds.), *Computer-Aided Architectural Design. INTERCONNECTIONS: Co-computing Beyond Boundaries*, Springer Nature, Cham 2023, pp. 68-82.
- B. Schiavi, V. Havard, K. Beddiar, D. Baudry, *BIM data flow architecture with AR/VR technologies: Use cases in architecture, engineering and construction*, in *Automation in Construction*, CXXXIV, 2022.
- P. Schreiber, *Generalized Descriptive Geometry*, in *Journal for Geometry and Graphics*, VI, 2002, 1.
- W. Shoujue, L. Jiangliang, *Geometrical learning, descriptive geometry, and biomimetic pattern recognition*, in *Neurocomputing*, LXVII, 2005, 1-4 (Supplement), pp. 9-28.
- R. Taton, *L'œuvre scientifique de Monge*, Presses Universitaires de France, Paris 1951.
- K. Terzidis, *Algorithmic Architecture*, Architectural Press - Elsevier, Oxford 2006.
- S. Weber, H. Klein, B. Kordyaka, D. Siemon, B. Niehaves, *Designing successful Human-AI Collaboration for Creative-Problem Solving in Architectural Design*, in *ICIS*, 2024.
- R. Woodbury, *Strategies for Interactive Design Systems*, Carnegie Mellon University Research Showcase, Pittsburgh 1986, 26.
- R. Woodbury, *Elements of Parametric Design*, Routledge - Taylor & Francis Group, London-New York 2010.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** B. Aterini, *Aterino Aterini. La geometria per l'architettura*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 80-87.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3247>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Aterini B., this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## ATERINO ATERINI. LA GEOMETRIA PER L'ARCHITETTURA

*Aterino Aterino. The Geometry for the Architecture*

BARBARA ATERINI

University of Florence  
barbara.aterini@unifi.it

*Aterino Aterini (1921-2022) after his master's studies and some years spent as an elementary school teacher, he graduated from the art high school and obtained a degree in architecture in Florence. He joined Nello Baroni's studio and carried out an intense professional activity. In 1958 he became a professor at the University of Florence obtaining the chair of descriptive geometry, reaching retirement in 1991. From the beginning of his academic career he worked to make accessible to architects a subject that until then was considered the prerogative of mathematicians. He carried out original research in the field of projective geometry, in particular on homologies, seeking the biunivocal correspondence between real objects and their representation, defining basic concepts that still today regulate drawing as well as the survey of architecture. A scholar of architectural space and its representation, he solves for the first time the metric and perpendicularity problems in the axonometric method, which gave rise to the publication "Perpendicularity in axonometry", an important work that has brought a new piece to the study of Axonometry. This is followed by 'Metric problems in Axonometry'. His research also focuses on the geometric construction of architectural structures, in this sense he addresses the relationships between Geometry and Structures, a theme to which he dedicates himself with passion and continues with the study of specific problems of the Geometry of Reticular Domes, exemplified in the monograph "On the geometry of reticular domes". In his work he has always privileged and explored the theme of possible interactions between the rigor of the discipline itself and the more general experiences in the field of architecture.*

**Keywords:** Projective Geometry, Descriptive Geometry, Homology, Axonometry, Reticular Domes Modelling, Cognitive Processes in Design.

<sup>1</sup> Nello Baroni (Firenze 1906-1958) studia a Firenze presso le Scuole Tecniche e dal 1922 presso il Liceo Artistico. Nel 1927 si iscrive alla Regia Scuola Superiore di Architettura di Firenze, dove è allievo di Raffaello Brizzi e di Giovanni Michelucci. Nel dicembre 1932 partecipa quale membro del Gruppo Toscano, in collaborazione con Pier Niccolò Berardi, Italo Gamberini, Sarre Guarnieri, Leonardo Lusanna e Giovanni Michelucci, al Concorso per il nuovo Fabbricato viaggiatori della Stazione di Firenze Santa Maria Novella (progetto risultato vincitore nel febbraio 1933). Il 25 gennaio 1933 si laurea con il massimo dei voti, con la tesi del progetto per l'Aeroporto di Firenze e nel mese successivo viene nominato assistente di Brunetto Chiamonti alla Cattedra di Applicazioni della geometria descrittiva e Scenografia della Scuola di Architettura di Firenze, incarico annualmente confermato fino al 1945. Nel 1947 sostiene l'esame per l'abilitazione alla libera docenza e diviene professore incaricato alla Cattedra di Applicazioni della Geometria Descrittiva presso la Facoltà di Architettura di Firenze.

<sup>2</sup> Maurizio Tempestini (Firenze 1908-1960) studia all'Istituto d'Arte di Porta Romana a Firenze, e consegue nel 1929 il Diploma in Decorazione Industriale. Agli anni 1930-1932 risalgono alcuni bozzetti di costumi per spettacoli teatrali. Intensa fu infatti la sua attività nel campo della scenografia teatrale. La prima opera nota risulta essere l'arredamento di Casa Vallecchi a Firenze

Fin da giovane la passione per il disegno caratterizza la sua vita; al liceo artistico di Firenze disegna con varie tecniche affrontando con successo tutti i temi proposti, dai paesaggi alle figure umane, ma la sua passione è la rappresentazione dell'architettura, tanto che si aggira per la città realizzando scorci prospettici dei monumenti (fig. 2). Una passione che non lo abbandonerà mai ed ha portato il suo lavoro a catturare anche edifici e paesaggi che non esistono più, rendendo ancora una volta la rappresentazione veicolo di conoscenza del patrimonio passato.

### L'attività professionale

Studente iscritto alla Facoltà di Architettura di Firenze durante la Seconda guerra mondiale (1940-1945), prima di intraprendere gli studi viene arruolato e trascorre anni sul fronte jugoslavo come sottotenente dell'Esercito Italiano.

Al suo ritorno inizia l'università e si laurea in Architettura nel 1952 con una tesi su un edificio scolastico da realizzare nella zona di Gavinana, a Firenze.

Dopo la laurea è chiamato dal suo relatore, il prof. Nello Baroni<sup>1</sup>, a far parte del suo studio ove conosce Maurizio Tempestini<sup>2</sup> e Pietro Porcinai<sup>3</sup> con i quali Baroni aveva fondato nel 1940 lo studio, diventato presto un vivace punto di riferimento della vita culturale fiorentina, entrando in contatto con le famiglie importanti dell'imprenditoria che diventeranno loro committenti.

Nel 1946 lo studio Baroni di Lungarno Corsini 6 si evolve con la creazione della OP, Organizzazione Professionisti per la Sintesi nel Lavoro, che si pone come scopo quello di raggiungere una sintesi perfetta tra le diverse discipline, architettura, arredamento e arte del giardino. Negli anni del Dopoguerra Baroni, su incarico della Soprintendenza ai monumenti di Firenze, cura consolidamenti e restauri di molti edifici danneggiati.

Realizza il nuovo Ponte della Vittoria a Firenze (1945-1946) vincendo un concorso in collaborazione con Lando Bartoli, Mario Focacci, Italo Gamberini, Carlo Maggiora. Si occupa anche di urbanistica e redige il nuovo Piano Regolatore di Prato (1946-54). Nell'ambito dell'architettura cinematografica e teatrale esegue importanti interventi, così come per conto dell'Università di Firenze, si occupa del riordinamento dell'ex-Convento di Santa Apollonia, della nuova sede delle Facoltà di Giurisprudenza e Scienze Politiche in Via Laura (1949-56), della sistemazione dell'Aula Magna e della Sala del Preside per la Facoltà di Architettura nell'ex-Convento di Santa Maria degli Angeli (1951). Aterini si trova così a lavorare in questo contesto dove l'esperienza progettuale legata ai suoi studi sulle scuole<sup>4</sup> si arricchisce e si amplia grazie a progetti importanti come, fra gli altri, il Cinema Capitol in via de' Castellani a Firenze (1953-1957) in collaborazione con Tempestini, il restauro del Teatro Metastasio a Prato (1954-1958), la ricostruzione della torre campanaria di Badia a Settimo (1956-1957), il complesso -Piscina, Bar, Ristorante, Dancing- de Le Panteraie a Montecatini Terme (PT) (1950-56), e sempre a Montecatini, in collaborazione con Porcinai, l'Hotel Croce di Malta in Via della Torretta 3 (1954-57) e l'Hotel La Pace in Viale IV Novembre 18 (1954-57).

Sono gli anni in cui la costa davanti alle Alpi Apuane, da Massa al Cinquale, è il luogo di vacanza più in voga e gli architetti si trovano a realizzare ville in pineta che rappresentano il luogo del riposo per gli intellettuali. Nel 1955 Aterini progetta e realizza Villa Tempestini a Ronchi (MS) in Via dei Fichi-Via degli Ontani, in collaborazione con lo stesso Tempestini; la villa concepita per la villeggiatura è «un interessante esempio di architettura organica», come è stato osservato<sup>5</sup>.

Nel 1958 muore Nello Baroni a soli 51 anni e Aterini segue i progetti dello studio rimasti da completare, portando a compimento tutte le opere in corso per i seguenti due anni.

Nel 1960 costruisce Villa Passigli a Ronchi (MS) in Via dei Fortini, per la famiglia fiorentina Passigli, editori e musicisti; un corpo edilizio articolato intorno alla zona del soggiorno in diretta relazione con l'esterno, caratterizzato da un'ampia parete vetrata che guarda il giardino a sud-ovest. Si tratta dell'ultimo progetto con la collaborazione di Tempestini che muore poco dopo.

Nel 1958-60 Aterini lavora, in collaborazione con Porcinai, alla Villa Il Palagio (Villa Ferragamo), a Fiesole (FI), in Via Benedetto da Majano 26.

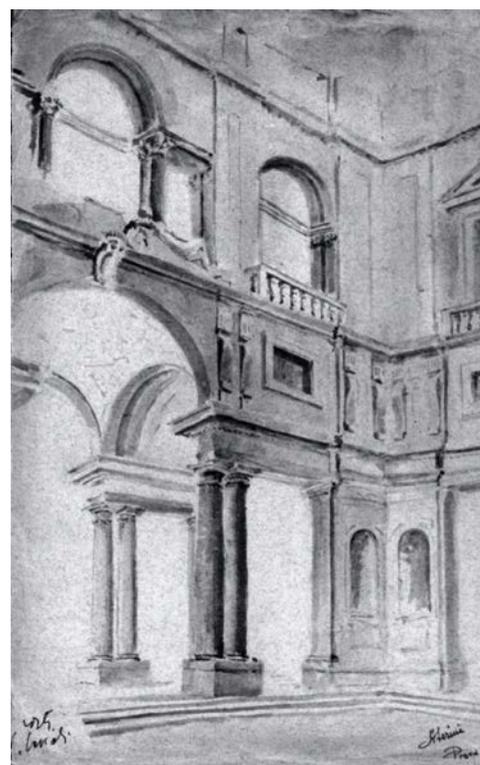
Questo lavoro lo fa conoscere ed apprezzare dalla famiglia Ferragamo che lo chiama per il restauro e l'allestimento del negozio di via Tornabuoni a Firenze e, negli anni successivi, per i molti negozi sparsi nel modo (da New York a Londra, Parigi, Zurigo, Roma, Capri, ecc.), nonché per le ville e altre proprietà della famiglia; un sodalizio che termina solo quando sceglierà, da professore, il tempo pieno all'università.

Osservando le sue opere si nota la passione per la geometria, nella continua ricerca di forme articolate che emerge dalle sue architetture.

Nell'ambito della professione sperimenta continuamente, con attenzione rivolta ai nuovi materiali e nell'ottica della prefabbricazione, che inizia a diffondersi proprio alla fine degli anni Cinquanta. Così pensa di realizzare costruzioni in pannelli prefabbricati di cemento armato, isolanti e antisismici che "inventa". Brevettata l'idea e fonda la società STEI<sup>6</sup> con sede a Selvapiana (Rufina, Firenze) dove, nel cantiere, vengono preparati questi pannelli particolari, gettati nelle cassa-forme e cotti ad alte temperature, per supportare progetti di architetture sempre differenti.

Il successo di questi edifici è legato alla robustezza e al comfort: i pannelli isolano dalla temperatura esterna e dai rumori e vengono utilizzati per le pareti esterne, interne e per le coperture. Inoltre riducono i tempi di costruzione per la veloce messa in opera (vengono portati con i camion e montati con la gru rendendoli solidali uno all'altro).

Vista la robustezza e la qualità delle architetture realizzate con questo sistema decide di costruire la propria villetta per le vacanze sull'appennino toscano a circa 900 metri s.l.m. Il triangolo, figura indeformabile per eccellenza, caratterizza la scelta progettuale della casa in montagna che realizza tra il 1970 ed il 1972. Al piano terra si trovano la cucina, la camera degli ospiti, un bagno e la sala, mentre al primo piano sono presenti due camere, lo studio, il bagno e l'antibagno. L'interno è arricchito da una scala con rampa elicoidale e da un camino circolare che in realtà è una stufa a legna di maiolica, rotonda, realizzata con mattonelle modelate cotte e dipinte da lui stesso. (fig. 3)

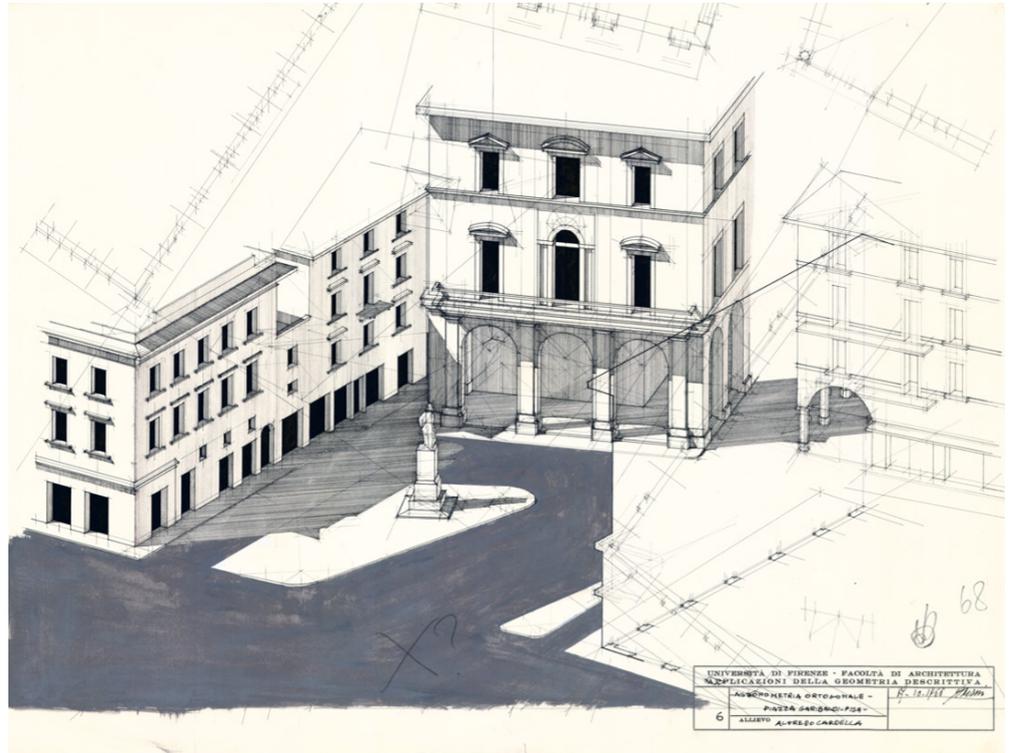
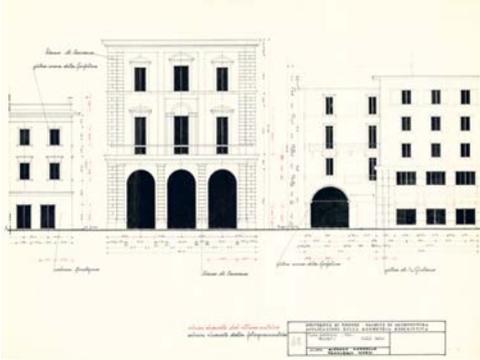


1 | Aterino Aterini nella sua stanza nella Facoltà di Architettura di Firenze (anni Ottanta).

2 | Uno scorcio di Firenze in prospettiva del giovane Aterino Aterini.

(1931-1932), per la quale eseguì anche le decorazioni murali. Nella prima metà degli anni '30 disegnò oggetti d'arredo per le Ceramiche Cantagalli di Firenze e per le Vetriere Cappellini e Seguso di Murano. Nel 1934 fu incaricato, in collaborazione con Gatteschi e Poggiolo, della trasformazione esterna del Palazzo delle Esposizioni al Parterre di San Gallo a Firenze, in occasione della Mostra dei Littoriali. Negli stessi anni prese parte anche ad altre importanti manifestazioni espositive.

3 | Pietro Porcinai (Fiesole 1910-1986) perito agrario è stato architetto del paesaggio. Ha lavorato in Belgio ed in Germania (1928-1929), ha conosciuto i più importanti architetti europei



3 | La villetta per le vacanze sull'appennino toscano realizzata con pannelli prefabbricati di cemento armato.

4 | Assonometria del rilievo di Piazza Garibaldi a Pisa.

5 | Prospetto di piazza Garibaldi con le misure ricavate dalla restituzione prospettica.

### L'attività scientifica in ambito universitario

Subito dopo la laurea viene chiamato a collaborare con la Facoltà di Architettura dell'Università degli Studi di Firenze come "addetto alle esercitazioni" e comincia occupandosi proprio di geometria descrittiva.

Nel 1958 diventa professore, ottenendo la Cattedra di Geometria Descrittiva, successivamente insegna anche Applicazioni della geometria descrittiva fino alla pensione nel 1991.

Fin dall'inizio della carriera accademica si impegna per rendere accessibile agli architetti una materia ritenuta fino a quel momento appannaggio dei matematici. Si occupa dei metodi di rappresentazione guardandoli in un'ottica più ampia, rispetto all'insegnamento portato avanti fino a quel momento proprio dai matematici<sup>7</sup>.

Così lavora per mettere in chiaro che i metodi di rappresentazione non sono indipendenti uno dall'altro ma discendenti tutti da un unico concetto proiettivo; determinando un salto culturale notevolissimo. Quell'unico processo proiettivo, generatore di tutti i metodi, sta alla base di tutta la rappresentazione, perciò, in seguito alle sue ricerche, oggi possiamo dire che la geometria proiettiva ha la capacità di amalgamare tutti i metodi della geometria descrittiva: certe corrispondenze biunivoche così come i concetti di

proiezione possono essere applicati indifferentemente all'uno o all'altro metodo.

Inoltre svolge studi originali nell'ambito della geometria proiettiva, in particolare sulle omologie, ricercando la corrispondenza biunivoca fra gli oggetti reali e la loro rappresentazione, in tal modo definisce concetti base che ancora oggi regolano il disegno così come il rilievo dell'architettura.

Proprio grazie a questi studi si occupa di Rilievi fotogrammetrici, applicando i concetti della restituzione prospettica, intesa come operazione inversa della proiezione centrale, dato che una fotografia può essere sempre considerata come prospettiva dell'oggetto rappresentato e, come sappiamo, la prospettiva è una particolare proiezione centrale. Le misure ricavate grazie agli opportuni ribaltamenti ed alla corrispondenza biunivoca che così si veniva a creare permettevano di eseguire gli elaborati di rilievo in proiezioni ortogonali sui piani di proiezione (piante e prospetti), ma -una volta acquisite le misure- si rappresentavano le architetture anche in assonometria. (figg. 4-5).

D'altra parte è doveroso ricordare che proprio le omologie sono alla base anche dei moderni software di raddrizzamento bi e tridimensionale delle immagini fotografiche nel rilievo dell'architettura.

Grazie agli studi sull'omologia, cioè sulla corrispondenza biunivoca che si stabilisce fra un piano nello spazio ed il suo ribaltamento sul foglio da disegno, necessario

del giardino. Ha collaborato saltuariamente con la rivista *Domus* diretta da Gio Ponti (1937). Difensore del patrimonio naturale e del paesaggio si è battuto a lungo per l'insegnamento del verde, del paesaggio e del giardino in Italia dove era costretto a registrare il massimo disinteresse delle scuole di ogni ordine e grado e persino delle università.

<sup>4</sup> Il tema degli edifici scolastici è ricorrente nel suo lavoro professionale tanto che negli anni Sessanta realizzerà le scuole di Vicchio del Mugello e poi le scuole di Predazzo in Trentino.

<sup>5</sup> Cfr. M. Nocchi, *La villeggiatura elitaria. Ville sulla costa apuana a Ronchi e Poveromo 1900-1970*, in *Casabella-Continuità*, pp. 68, 70, 74.

<sup>6</sup> Con gli architetti Enzo Ciardetti, Leone Trenti, Pilade Gazzini

<sup>7</sup> Come Luigi Campedelli (1903-1978) matematico italiano, rappresentante della scuola di geometria algebrica.

<sup>8</sup> Ugo Saccardi (Firenze 1922-2011) architetto e professore di Applicazioni della Geometria Descrittiva.

<sup>9</sup> Frei Paul Otto (Chemnitz, 1925 -2015) architetto e ingegnere tedesco.

<sup>10</sup> Il progetto del tetto e dell'intero complesso olimpico fu il risultato di un concorso indetto dalla città di Monaco nel 1967. Il progetto vincitore fu quello dell'architetto tedesco Günter Behnisch e dell'ingegnere civile tedesco Frei Otto.

<sup>11</sup> Valerio Sestini (Firenze 1935-2013), Frido Chiostrì (Firenze 1921-2019), Biagio Furiozzi.

<sup>12</sup> Attualmente nell'edificio è ospitato al piano terreno il Museo delle Dolomiti

per rendere il piano stesso accessibile, elabora la soluzione di problemi di misura in assonometria, ricerca che si palesa nella pubblicazione: *Problemi metrici in Assonometria*. In questo lavoro sono stati affrontati problemi metrici nelle proiezioni assonometriche senza far ricorso alle unità di misura sugli assi cartesiani, ma misurando gli enti geometrici direttamente sul quadro, dopo averli resi accessibili con un ribaltamento del piano cui appartengono ed usando la corrispondenza biunivoca, cioè l'omologia, che intercede fra la proiezione assonometrica ed il ribaltamento del piano sul quadro.

Quindi con un concetto "nuovo" che svincola l'assonometria dagli assi cartesiani, ma in realtà facendo riferimento all'idea fondamentale che per misurare su un piano occorre ribaltare il piano stesso. Il concetto, semplice per un architetto che oltre alle conoscenze deve possedere una buona dose di pratica, si rifà alle operazioni fondamentali della geometria proiettiva. Il merito di queste ricerche di Aterini sta proprio nel fatto di avere semplificato i problemi metrici in assonometria e di averli portati alla pari di quelli degli altri metodi di rappresentazione.

Un'altra importante ricerca è stata quella, sempre in assonometria, esplicitata nella pubblicazione *La perpendicolarità in assonometria*. Questo lavoro sintetizza uno studio specifico condotto con lo scopo di determinare le condizioni di perpendicolarità fra retta e piano, tra piani e tra rette nelle proiezioni assonometriche, facendo però ricorso all'antipolarità rispetto ad una circonferenza.

Le esemplificazioni presentate in tale lavoro portano i concetti espressi su un piano applicativo, mostrando, con estrema chiarezza, come si possa rappresentare su un piano lo spazio tridimensionale in modo rigoroso. Per dirla con le parole di Ugo Saccardi<sup>8</sup>: «il risultato di tale lavoro è stato notevolissimo sia sul piano concettuale ed astratto che su quello applicativo. Infatti noi sappiamo che i problemi sulla perpendicolarità possono essere risolti come un qualsiasi problema metrico ma ogni caso richiede una propria particolare soluzione che, quindi, non è generalizzabile.

Nel presente lavoro si sono, invece, generalizzate le condizioni di perpendicolarità in assonometria obliqua e si è mostrato, inoltre, come tali condizioni si semplifichino notevolmente quando si passa all'assonometria ortogonale ed all'assonometria cavaliera».



6 | Aterino Aterini nel 2008 al Convegno 'La Geometria fra Didattica e Ricerca' organizzato a Firenze.

7 | La Casa del Turismo e dell'Artigianato a Predazzo in val di Fiemme (Trento).

Questo lavoro rappresenta perciò un più preciso e sostanziale contributo scientifico che chiude e puntualizza il concetto di perpendicolarità anche nelle proiezioni assonometriche; argomento, come ripetuto, ignorato in moltissimi testi, fortunati o no, di geometria descrittiva.

Una ricerca, dunque, importante che fa sì che l'assonometria si ponga a tutti gli effetti fra i metodi di rappresentazione della geometria descrittiva. (fig. 5)

Non è cosa facile sintetizzare quaranta anni di ricerche e studi legati in particolare alla geometria, ma anche all'architettura, elaborati in centinaia di appunti grafici e matematici (per la verifica analitica).

Fra tutti possiamo citare i suoi studi sul cubottaedro, la ricerca sull'ottaedro tronco, la trasformazione di poliedri regolari e la trasformazione di solidi mediante rotazione.

Gli studi sui poliedri e sulle loro possibili aggregazioni permettono di individuare valide forme geometriche per strutture di copertura.

Un tema che ha appassionato anche i suoi studenti tanto che alcuni laureandi hanno realizzato, sotto la sua guida, interessanti tesi innovative su tensostrutture derivate da questi.

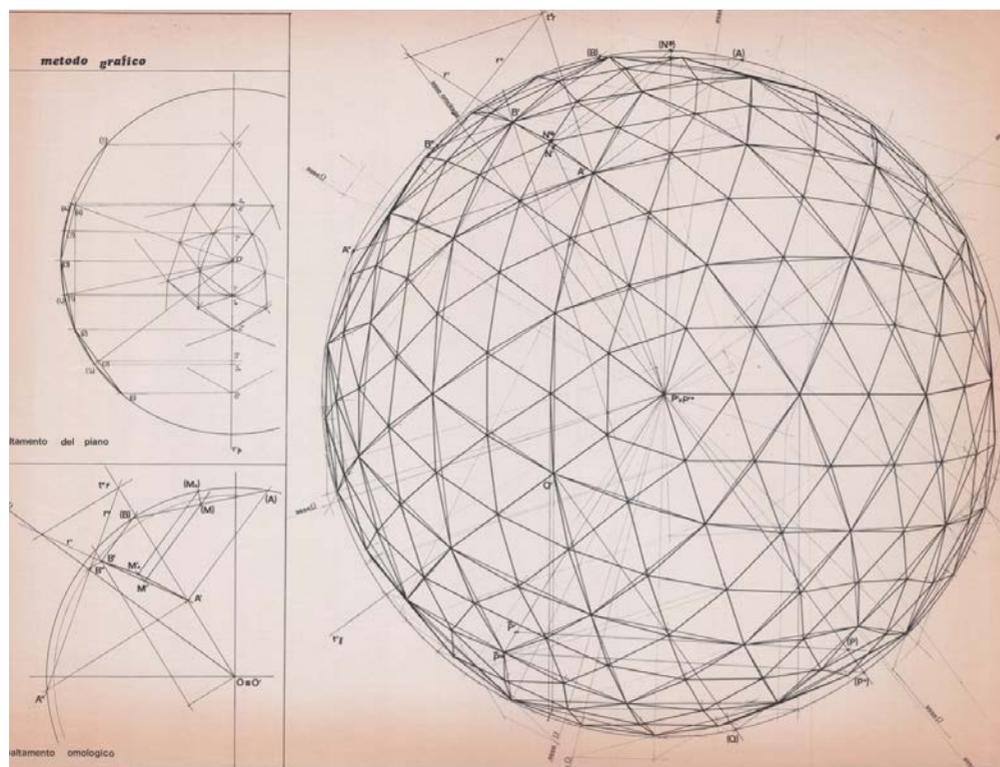
Non dimentichiamo che siamo in un momento importante per le tensostrutture, le costruzioni realizzate in tal senso appaiono di estremo interesse. Permettono di coprire grandi aree di forma anche complessa, minimizzando i materiali impiegati che sono utilizzati in modo efficiente, cioè solo a tensione e compressione.

Grazie a supporti puntuali, su edifici esistenti o attraverso pali strallati, è possibi-

le tensionare una membrana che, per la forma "doppio curvata", è stabile rispetto agli agenti atmosferici (vento e neve) e permette di coprire luci di dimensioni importanti con costi molto ridotti rispetto alle costruzioni tradizionali. Pensiamo alle tensostrutture progettate da Frei Otto<sup>9</sup> per coprire gli impianti sportivi realizzati in occasione dei Giochi Olimpici di Monaco di Baviera del 1972<sup>10</sup> che furono, fra l'altro, oggetto di un viaggio studio per gli studenti della facoltà di Architettura di Firenze organizzato da Aterini con i colleghi di tecnologia<sup>11</sup> nel 1983 perché – come loro dicevano – «toccare con mano le forme che si studiano è molto istruttivo ed interessante». Gli studi sui poliedri ed i loro assemblaggi portano la ricerca verso lo studio di grigliati determinati da aggregazioni di poliedri regolari e semi-regolari per realizzare coperture con grandi luci utilizzando strutture spaziali. Tali strutture permettono la prefabbricazione e la standardizzazione degli elementi costitutivi che semplifica molto i lavori di costruzione, offrendo una maggiore rapidità di esecuzione. Inoltre una struttura spaziale di questo tipo permette una distribuzione ottimale dei carichi.

Relativamente a questo tema possiamo fare una riflessione: per Aterini la geometria è legata in maniera indissolubile alla realtà delle costruzioni. Tanto che, durante i suoi studi, pensa e progetta un nodo sperimentale -che poi breveta- per realizzare una copertura con un grigliato spaziale a tre dimensioni.

Realizza tale copertura nel progetto della Casa del Turismo e dell'Artigia-



nato<sup>12</sup> in Trentino, più precisamente a Predazzo in val di Fiemme (figg. 7, 8). Questo grigliato di notevoli dimensioni ha permesso di lasciare libero da pilastri lo spazio sottostante ove ha trovato collocazione anche la biblioteca del luogo. Gli studi sui poliedri ed i loro assemblaggi sono integrati dalla ricerca sui Gusci, cioè quelle superficie capaci di portare carichi per compressione, taglio e trazione. I gusci sono strutture con spessore minimo resistenti per forma che permettono di realizzare coperture curve ed altre strutture.

Il comportamento di un guscio dipende dalle sue caratteristiche geometriche, cioè dalla sua curvatura.

Si occupa, inoltre, di superfici di rotazione, cioè quelle generate da una curva che ruota intorno ad una retta. Facendo ruotare una conica intorno ad un suo asse di simmetria si ottengono superficie a doppia curvatura come l'ellissoide, e nel caso particolare la sfera, il paraboloido, il paraboloido iperbolico, l'iperboloido a due falde. La forma più semplice del guscio a doppia curvatura è proprio la sfera che ha proprietà particolari, tra queste:

- i punti delle sfere sono equidistanti da un punto fisso
  - i profili e le sezioni piane sono cerchi
  - le linee geodetiche sono curve chiuse (definite come più brevi, linee frontali, linee più rette possibili).
- Esse sono linee di minima curvatura, quindi sulla sfera sono i suoi cerchi massimi)

- la sfera ha la minore area tra i solidi di uguale volume ed il massimo volume tra quelli di uguale area.

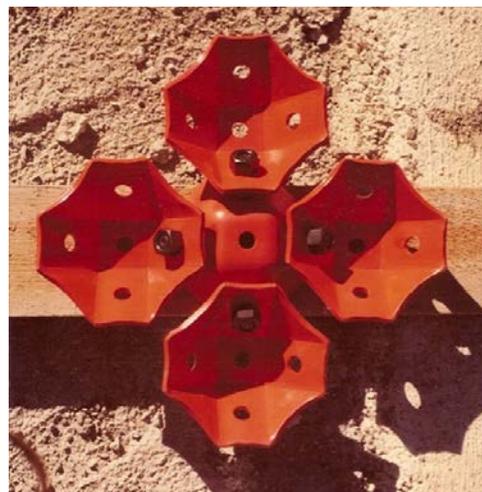
- la sfera possiede curvatura media costante.

Proprio la sfera è il principale riferimento per la ricerca sulle cupole, argomento che lo ha visto impegnato con grande entusiasmo. Non a caso il collega Frido Chiostrì<sup>13</sup> lo ha rappresentato in una delle caricature che amava disegnare durante i consigli di Facoltà con una cupola in mano chiamandolo il 'prof. Monge' (fig. 10).

### Gli studi sulle cupole

Nella seconda metà del Novecento gli studi sulle cupole geodetiche costituite da nodi e aste di acciaio hanno avuto una certa fortuna anche dal punto di vista architettonico. Le cupole sono state pensate spesso come composte da un reticolo strutturale (cupola a nervatura), a sostegno o di un materiale di copertura, o di una struttura secondaria che a sua volta sorregge il tetto. Aterini dimostra come, nello studio della geometria delle cupole, i reticoli più interessanti siano quelli triangolari e quelli esagonali ed elabora soluzioni innovative per migliorare l'uniformità distributiva di punti sulla superficie sferica.

Nell'ambito di questa ricerca non perde mai di vista le applicazioni alle strutture reali.



8 | Il nodo della struttura di copertura ideato e poi usato nella struttura reticolare studiata per la casa del Turismo di Predazzo.

9 | Studio su una cupola reticolare.

I riferimenti a cui attinge sono, fra gli altri, le prime opere in calcestruzzo armato, come la copertura della sala del Centenario a Breslavia realizzata da Max Berg<sup>14</sup> nel 1913. In altri casi che Aterini studia durante la sua ricerca, il manto superficiale collabora strettamente con le nervature per portare i carichi: certe volte il guscio è la struttura portante che ha necessità della collaborazione di nervature, dato il piccolo rapporto fra spessore e luce libera. Le realizzazioni in calcestruzzo armato sono particolarmente interessanti, basti ricordare il Palazzetto dello sport a Roma realizzato da Pier Luigi Nervi nel 1957. Coperto con una calotta sferica di diametro interno di 60 metri, è formato da elementi prefabbricati a losanga, accostati in modo da realizzare, con le nervature gettate in opera contemporaneamente alla soletta sull'estradosso, un reticolo a due direzioni, fino ad una fascia intorno alla lanterna, dove due reticoli si identificano con i meridiani. Il concetto della collaborazione fra reticolo e manto è stato usato solo raramente nelle strutture in acciaio. Certo è che sono sufficienti i due esempi realizzati da B. Fuller<sup>15</sup> per indicare nuovi orizzonti ai progettisti. Uno di questi esempi è la cupola costruita a Baton Rouge in Louisiana nel 1959 con diametro di 115 m, per l'officina regionale della Union Tank Car Co.

La struttura è composta da un traliccio esterno a maglie esagonali in tubi di ac-

ciaio e da una copertura interna formata da 321 pannelli in lamiera a forma di piramidi esagonali. I pannelli sono saldati tra loro e collegati mediante tiranti e puntoni al traliccio tubolare esterno collaborando con il traliccio a sopportare i carichi.

Esempi di cupola a traliccio in acciaio risalgono ai primi del 1800 come dimostra la copertura del mercato del grano a Parigi realizzata nel 1811.

Le prime cupole realizzate con capriate radiali, il cui estradosso curvilineo e l'intradosso rettilineo corrispondente ad una corda della calotta, erano una via di mezzo fra la struttura a cupola ed il traliccio di travi. Dalla ricerca emerge che con nervature radiali sono state realizzate innumerevoli cupole: le nervature sono curvilinee, seguono i meridiani e sono collegate da elementi orizzontali che formano poligoni in corrispondenza dei paralleli. Il parallelo agli appoggi costituisce una cerchiatura in modo da assorbire le spinte orizzontali e, in questo caso, la cupola può essere appoggiata su un muro o su semplici pilastri. Per irrigidire questo tipo di strutture in modo da garantirne la resistenza per qualsiasi tipo di carico, dissimmetrico, vento, sisma, ecc. J.W.Schwedler<sup>16</sup> ideò un sistema di controventi da applicare alla struttura e cioè diagonali dei trapezi creati fra due nervature meridiane e fra due nervature parallele. L'ingegnere tedesco costruì la prima cupola per coprire un gasometro a Berlino con una luce di 40 metri ed una freccia di soli 4 metri. Quella di luce maggiore, 60 metri, fu costruita a Vienna nel 1874. Un tipo di cupola simile è la cupola Zimmermann che ha come caratteristica la riduzione graduale dei vertici verso il cervello. Queste hanno destato molto interesse perché sono staticamente determinate se le aste sono incernierate. Possono essere appoggiate su muri anche sottili, con l'accorgimento di avere nodi sferici nei vertici e di ancorare le aste dell'anello di base a metà della propria lunghezza, in modo da esercitare gli sforzi sui muri in direzione del loro asse longitudinale, così da evitare spinte normali alle pareti stesse che possono avere quindi altezze rilevanti.

Fra le cupole possiamo distinguere ancora le cupole lamellari, costituite da lamelle di legno o di ferro o altro materiale, unite fra loro in opera a formare losanghe.

Le costruzioni in acciaio sono realizzate, di solito, con travi reticolari di lunghezza notevole e con la curvatura del guscio cui appartengono; le cupole reticolari

formate da reticoli curvi o da reticoli di aste rettilinee unite in un nodo. Queste potrebbero essere chiamate anche *cupole poliedriche*.

Le cupole reticolari, in genere, considerandone i nodi si possono guardare come un reticolo di punti distribuiti in maniera uniforme sulla loro superficie.

La ricerca su tali strutture si sintetizza nella pubblicazione *Sulla geometria delle cupole reticolari*. L'argomento delle cupole reticolari rappresenta, proprio negli anni Settanta nell'ambito dell'architettura, uno degli aspetti più significativi e caratterizzanti delle nuove ricerche tecnologiche e spaziali. Gli esempi riportati nel volume -solo alcuni degli innumerevoli studi svolti dall'autore sull'argomento- cercano, cogliendo il momento progettuale e di costruzione geometrica, di chiarire i temi strutturali e costruttivi tramite chiari esempi grafici (fig. 9).

L'autore analizza la costruzione spaziale e tecnologica di tutta una serie di realizzazioni partendo dai presupposti di costruzione geometrica quale generatore comune delle cupole reticolari.

La genesi spaziale di un solido è quella definita da operazioni geometriche effettuate su basi concettualmente elementari che permettono di definirlo. Si può definire il solido cupola geodetica e perciò chiarire la sua geometria, in modo semplice e convenzionale, suddividendo in triangoli le facce di un poliedro regolare e proiettando così i vertici ottenuti dal centro della sfera circoscritta al solido sulla superficie della stessa. In altri termini si definisce cupola geodetica un poliedro i cui vertici giacciono tutti sulla superficie di una sfera. Le facce di questo poliedro sono triangoli essendo questa la più semplice suddivisione di una superficie e la trama che offre più resistenza anche con giunti elastici.

La sfera racchiude il volume maggiore con la superficie minore ed ha forma più resistente a pressioni interne e radiali. Inoltre ha sempre avuto dal punto di vista filosofico un significato cosmologico nella sua perfezione. Avendo quindi una cupola maggiore interesse tanto più si avvicina alla superficie curva occorre andare oltre i cosiddetti solidi regolari e semi-regolari i quali presentano uno scarso numero di facce.

Questa necessità di ulteriori suddivisioni dei solidi fondamentali va a discapito degli elementi che si ottengono.

Aterini si è posto quindi il problema di stabilire quali debbano essere le opera-



10 | La caricatura realizzata dall'amico e collega Frido Chiostri nel 1980.

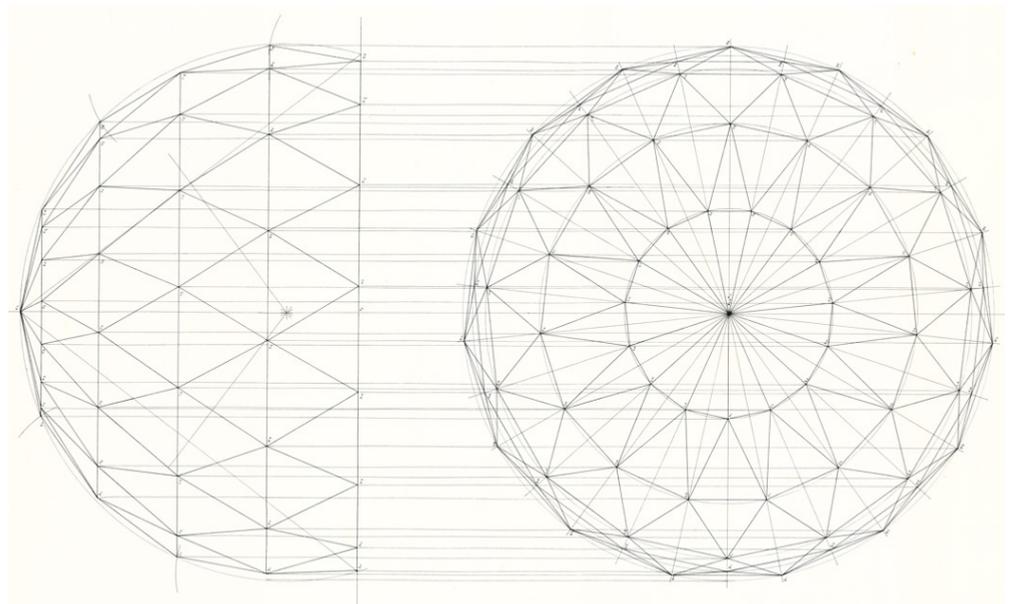
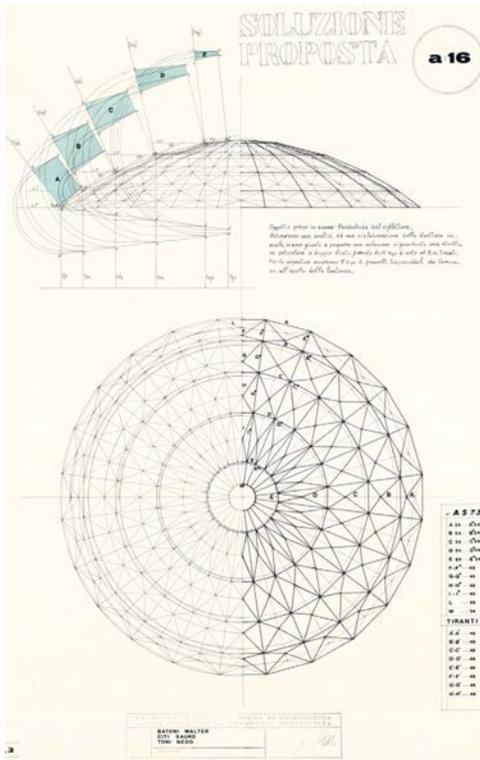
“ [...] i problemi sulla perpendicolarità possono essere risolti come un qualsiasi problema metrico.

<sup>13</sup> Frido Chiostri, architetto e professore di Tecnologia dell'Architettura presso la Facoltà di Architettura dell'Università degli Studi di Firenze. Sotto lo pseudonimo "Il Patanzo della Masaica" pubblica nel 1981 una raccolta di caricature dal titolo "Facoltà nostra. Divertimento in F... minore per penna e china"

<sup>14</sup> Max Paul Eduard Berg (1870-1947) architetto tedesco.

<sup>15</sup> Richard Buckminster Fuller (1895-1983) inventore, architetto, designer, filosofo, scrittore e conduttore televisivo statunitense, fu professore alla Southern Illinois University. Accettò un incarico al Black Mountain College in North Carolina e lì sviluppò il concetto di cupola geodetica. Progettò il primo edificio a cupola, estremamente leggero, ma "in grado di sostenere il proprio peso", senza apparenti utilizzi pratici. Il Governo capì l'importanza del progetto e assunse Fuller per costruire cupole per installazioni dell'esercito. Vennero costruite migliaia di queste cupole in pochi anni.

<sup>16</sup> Johann Wilhelm Schwedler (Berlino 1823, -1894) ingegnere civile e funzionario pubblico tedesco, ha progettato molti ponti ed edifici pubblici e ha inventato la capriata di Schwedler e la cupola di Schwedler. È autore del teorema di Schwedler, una formula che definisce la relazione tra forza di taglio e momento flettente.



11 | Rielaborazione della struttura dell'antenna Sinfonie a Bodon, Francia. Viene proposta una struttura reticolare con 16 tipi di aste ed 8 tiranti.

12 | La cupola che forma la voliera di Roma è costituita da un reticolo a tre direzioni ed è impostata su una base a pentadecagono regolare. Risulta formata da 9 tipi di triangoli.

zioni per ottenere una suddivisione del poliedro iniziale il più razionale possibile, ossia quella che associa:

- il maggior numero di facce (con il numero di facce infinito si ottiene la sfera)
- il minor numero di lunghezza di spigoli diversi (solo i solidi fondamentali hanno gli spigoli uguali)
- la maggiore omogeneità fra le diverse componenti, per ovvi motivi statici, tecnologici ed economici (fig. 12).

Attraverso questa ricerca ha così individuato come solido di partenza il poliedro semi-regolare snub-dodecaedro costituito da 80 facce triangolari e 12 pentagonali che, oltre ad avere un aspetto abbastanza teso alla forma sferica, presenta la particolarità di poter avere un elevato grado di regolarità nelle facce semplicemente proiettando i centri dei pentagoni sulla sfera circoscritta, ottenendo così da ogni faccia pentagonale, 5 triangoli isosceli.

## Conclusioni

Lo studio delle forme geometriche e la loro composizione tridimensionale ha sempre costituito l'interesse primario di Aterino Aterini, che ha legato tutto ciò indissolubilmente all'architettura. Nelle sue ricerche ha sempre pensato sia alla forma che alla stabilità strutturale della costruzione.

Il fascino delle cupole e l'utilizzo di superfici rigate è sempre stato finalizzato all'analisi delle architetture come anche al progetto. La sua convinzione era che lo studente doveva leggere e comprendere da subito le forme architettoniche fino ad arrivare a dominarle. Non a caso è stato relatore di innumerevoli tesi che si sono occupate di realizzare grigliati tridimensionali innovativi. La passione per la geometria è sempre stata ispirazione sia nella ricerca scientifica che nella professione, nel corso dei 69 anni di iscrizione all'Albo degli Architetti di Firenze, ove ha realizzato progetti di edifici scolastici, ville, abitazioni e i negozi Ferragamo nel mondo. I suoi studi si sono sempre concretizzati in opere ideate, progettate e poi realizzate nel corso degli anni della professione.

Inoltre la grande abilità nel disegno gli ha permesso di produrre centinaia di appunti su gli argomenti che più lo hanno interessato.

Il grande lavoro di ricerca sul tema delle cupole gli ha permesso di idearne nuove con l'intento di realizzare strutture ottimizzate dal punto di vista della realizzazione in cantiere.

Grazie a questi studi negli anni Novanta è stato contattato da un imprenditore piemontese, che si occupava di giochi per ragazzi, al fine di realizzare un mapamondo da costruire – quindi una cupola – composto da triangoli, utilizzando il minimo possibile di pezzi differenti. In tale occasione ha studiato e fatto realizzare una interessante sfera che è diventata un gioco in vendita al pubblico. A tale proposito chi scrive ricorda che non ha voluto percepire alcun guadagno perché (parole sue) «mi sono divertito ad inventare questa struttura costituita da aste e triangoli combinati fra loro».

Nel suo lavoro ha sempre privilegiato ed approfondito il tema delle possibili interazioni tra il rigore della disciplina stessa e le esperienze più generali nel campo dell'architettura.

## Bibliografia

---

A. Aterini, *Sulla geometria delle cupole reticolari*, Uniedit, Firenze 1976.

A. Aterini, *La perpendicolarità in assonometria*, Alinea editrice, Firenze 1980.

A. Aterini, *Problemi metrici in Assonometria*, Alinea editrice, Firenze 1981.

A. Aterini, R. Corazzi, U. Saccardi, *Geometria e Strutture*, Alinea editrice, Firenze 1990.

B. Aterini, *Introduzione ai metodi di rappresentazione della geometria descrittiva*, Alinea editrice, Firenze 2009.

L. Campedelli, *Lezioni di geometria descrittiva*, Vol. II, p. I, Cedam, Padova 1950.

O. Chisini, G. Masotti Biggioggero, *Lezioni di geometria descrittiva*, Libreria Editrice Politecnica, Milano 1946.

D. Hilbert, S.Cohn Vossen, *Geometria intuitiva*, Boringhieri, Torino 1974.

Z.S. Makowski, *Strutture spaziali in acciaio*, n.3, UISAA, Ufficio Italiano Sviluppo Applicazioni Acciaio, Milano 1967.

P. Matildi, C. Foti, A. Sollazzo, *Tensostrutture e sistemi reticolari spaziali*, Italsider 1971.

M. Nocchi, *La villeggiatura elitaria. Ville sulla costa apuana a Ronchi e Poveromo 1900-1970*, in *Casabella Continuità*, 909, 2020.

M. Nocchi, S.Nicoli, *Le ville di Ronchi e Poveromo: architettura e società 1900-1970*, Pisa 2020.

F. Otto, *Tensostrutture*, UISAA, Ufficio Italiano Sviluppo Applicazioni Acciaio, Milano 1972.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** B. Polimeni, M. Richardson, O. Peacock, *Exploring Geometric Transformation Procedures Through Physical Models and Holography*, in *TRIBELON*, II, 2025, 3, pp. 88-99.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3364>

**Received:** March, 2025

**Accepted:** April, 2025

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Polimeni B., Richardson M., Peacock O. this is an open access peer-reviewed article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## EXPLORING GEOMETRIC TRANSFORMATION PROCEDURES THROUGH PHYSICAL MODELS AND HOLOGRAPHY

BENIAMINO POLIMENI, MARTIN RICHARDSON, OLIVER PEACOCK

University of Hertfordshire, HOLOBEAM TECHNOLOGIES INC, De Montfort University  
Corresponding author: [b.polimeni@herts.ac.uk](mailto:b.polimeni@herts.ac.uk)

*The combination of digital and traditional methodologies in visualisation is an integral aspect of architectural and design practice. This integration is particularly evident in the generation of forms and shapes, from initial conception to realisation, facilitating the interplay of diverse fields. These hybrid methods involve volumetric transformations grounded in geometric principles, defining tools for generating and analysing shapes by incorporating 3d modelling and advanced manufacturing techniques.*

*This paper critically reflects on the relationship between geometry and form development by exploring the geometrical transformations of regular polyhedra. Using operative design as a tool for spatial formation, a catalogue of shapes is generated to examine how their combination can inform potential design processes. The physical and geometric qualities of the objects produced are analysed using 3D-printed models, complemented by traditional holographic representations. In particular, optical holography is employed as a visualisation medium, offering dynamic and immersive perspectives and revealing the complexity of geometric forms, engaging the viewer in a multidimensional experience.*

*This research highlights the fundamental role of geometry in architecture and design, encouraging the development of a structured framework of geometric principles and operations. This framework is designed to support iterative and dynamic design processes, enhancing the understanding of spatial relationships and serving as a heuristic tool for addressing the challenges of spatial complexity*

**Keywords:** : Geometric Principles, Form Generation, Hybrid Visualisation, Regular Polyhedra, Holography.

### Introduction

From hands-on design work to academic research, the way in which space is conceptualised by manipulating and transforming shapes and surfaces has produced many original ideas. These ideas have been extensively applied across various fields, fostering dynamic collaborations among designers, architects, scientists, and artists and resulting in multiple explorations, with geometry as a crucial tool in modelling and fabricating artistic and design pieces. These works transform geometric principles into tangible, real-world objects, continually pushing applied design boundaries and contributing to developing an effective relationship between the disciplines of representation and those of design. Building on this perspective, this paper examines how a predefined set of geometrical transformations of solids

and their combinations can be used to develop a systematic design procedure. By employing the five regular polyhedra as case studies, this investigation aims to establish a set of three-dimensional forms through reproducible guidelines, beginning with fundamental shapes and progressing towards the design of sculptural objects.

Three theoretical approaches to spatial definition emerged in recent decades and inspired our paper. The first line is centred on the interaction between mathematics and the visual sciences, as explored by artists, scholars, and designers who have created three-dimensional design pieces, defining how shapes can be described through numerical relationships.

An example of this methodology is the work of Bathsheba Grossman<sup>1</sup>, who creates mathematical sculptures using computer-aided design and 3D modelling (Fig. 1).

<sup>1</sup> Grossman, *Pure Math.*



1 | K. Curtis, *Bathsheba Grossman Sculptures*, image from: <https://www.flickr.com/photos/cassidy/506419373>.

2 | A. Kudless, *Spore Lamp, Matsys*, image from: <https://www.matsys.design/spore-lamps#0>

Grossman's works, produced in various materials, including steel and bronze, push beyond conventional fabrication methods. George Hart<sup>2</sup> reinterprets classical three-dimensional forms and their potential transformations by employing a similar process. His artworks utilise materials such as paper, wood, plastic, and even creations of everyday household objects. Harriet and David Brisson<sup>3</sup> have instead explored the relationship between art and science through the concept of hypergraphics – a term describing n-dimensional geometries examined beyond traditional image-making techniques. Their research in geometry includes mathematical models, stereographic projections, and physical sculptures, expanding the visual representation of higher-dimensional forms.

The relationship between geometry and human motion is, instead, the key element that Daniela Berthold explores through Platonic solids, particularly the icosahedron. Inspired by Rudolf Laban's theories, Berthold's research organises movement within geometric frameworks, influencing posture, alignment, and spatial awareness. Three-dimensional modelling and fabrication techniques facilitate the creation of "movement infrastructures" that integrate motion sequences with geometric constructions. A diverse methodology relies on computational and algorithmic design<sup>4</sup>, and it is exemplified by the work of scholars such

as Marjan Colletti and Andrew Kudless (Fig. 2). Colletti<sup>5</sup> explores the relationship between geometry and digital design, emphasising hybrid methodologies, which merge post-digitality and studies on materiality. Kudless<sup>6</sup>, on the other hand, investigates geometry as a product of the relationship between form and growth. His research employs digital fabrication, generative modelling, and coding to explore structural form-finding and craftsmanship.

Michael Hansmeyer<sup>7</sup> furtherly expands this discourse using algorithms to generate and fabricate architectural forms. Particularly relevant are the works investigating how subdivision and recursive transformations can produce unique, nature-inspired forms and continuously evolving architectural configurations. Finally, a third approach is employed by Anthony Di Mari and Nora Yoo, who propose a systematic spatial creation method in their books *Operative Design*<sup>8</sup> and *Conditional Design*<sup>9</sup>, describing transformation techniques applied to basic geometric solids. Their work presents an extensive catalogue of "spatial verbs", such as extrude, nest, carve, interlock, and fold, illustrating diverse methods for manipulating volumes, encouraging form generation as an evolving and interactive process rather than a predetermined or static outcome. Similarly, Joseph Choma presents a related perspective in *Études for Architects*<sup>10</sup>, in which

<sup>2</sup> Hart, *Geometric Sculpture*.

<sup>3</sup> Brisson, *Visualization in Art and Science*, p. 257.

<sup>4</sup> Caetano, Santos, Leitão, *Computational design in architecture: Defining parametric, generative, and algorithmic design*, pp. 287-300.

<sup>5</sup> Cfr. Colletti, *Digital poetics: An open theory of design-research in architecture*.

<sup>6</sup> Cfr. Kudless, *Drawing Codes*.

<sup>7</sup> Hansmeyer, *Computational Architecture: Platonic Solids*.

<sup>8</sup> Cfr. Di Mari, Yoo, *Operative design*.

<sup>9</sup> Cfr. Di Mari, Yoo, *Conditional design*.

<sup>10</sup> Cfr. Choma, *Études for Architects*.

fundamental geometric shapes are the primary basis for pedagogical exercises. These exercises promote computational thinking and introduce design as an iterative, reflective, and exploratory process, enabling architects to engage critically with form, space, and structure through systematic experimentation.

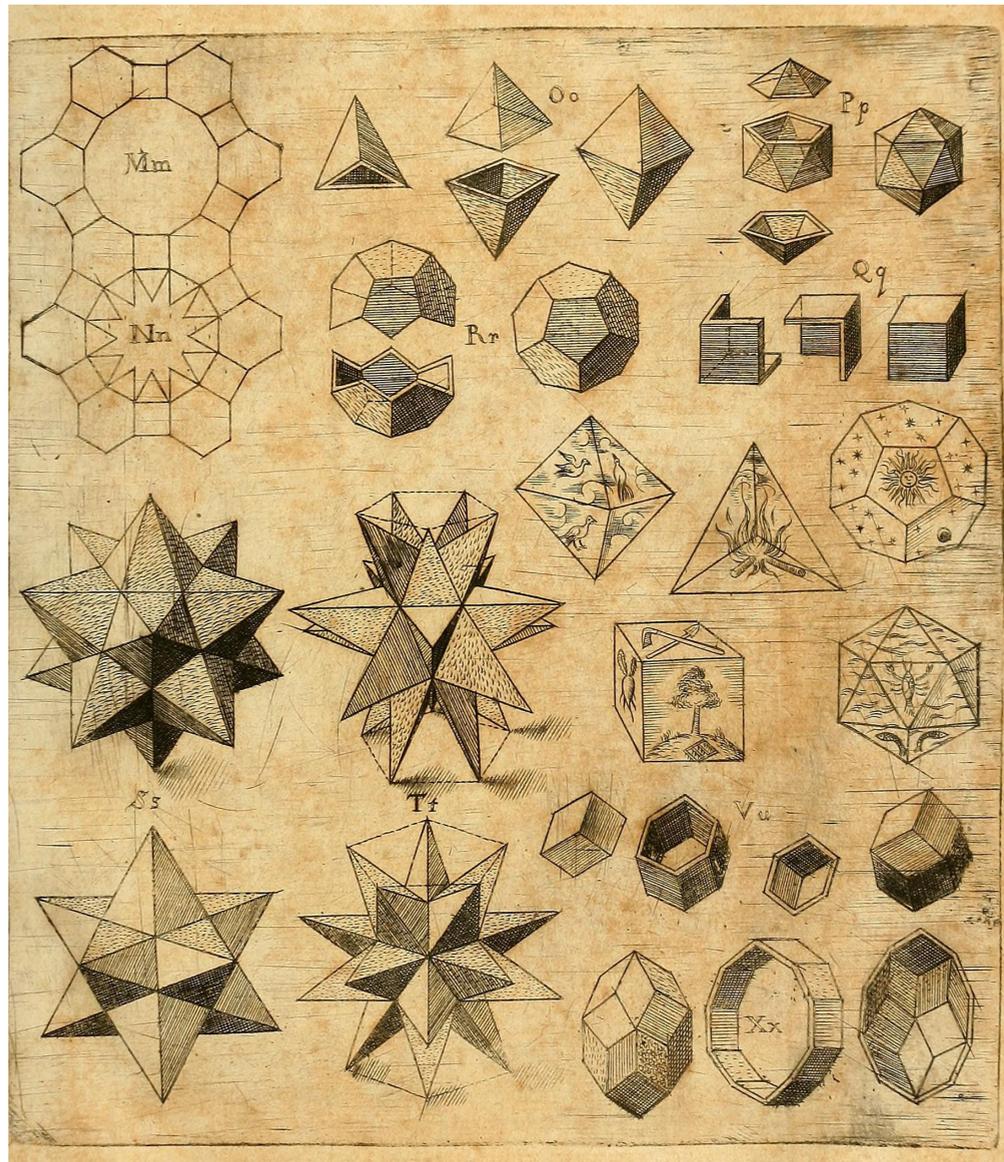
Regardless of their differing methods, these experiences contribute to the broader geometric exploration proposed in this study, which integrates operative design and surface transformation, outlining a process that begins with regular convex polyhedra and generates a series of sculptural objects. These objects are fabricated using 3D printing and later reproduced through holography to establish a methodological framework that facilitates studying interactions between geometry and design while evaluating various representational techniques.

### Regular Polyhedra From Plato to Parametric Design

For millennia, people have been fascinated by geometric shapes and solid forms, particularly those with balanced proportions and symmetry. Throughout history, scientists, artists, and architects have drawn inspiration from these structures, with Regular Polyhedra holding a special place among them. The Pythagoreans were among the first to investigate the properties of these shapes, which later became known as Platonic solids<sup>11</sup>.

Plato provided the first systematic description of these figures in his philosophical dialogue *Timaeus*, where he explored their mathematical and cosmic significance. Regular Convex polyhedra are defined as convex three-dimensional shapes composed entirely of congruent regular polygonal faces, with the same number of faces meeting at each vertex (Table 1). There are five Platonic solids, each distinguished by the type of polygonal face that composes them. The tetrahedron, octahedron, and icosahedron are all constructed from equilateral triangular faces, the cube is formed from square faces, and the dodecahedron consists of pentagonal faces (Table 1).

Plato attributed each of the four classical elements – earth, air, water, and fire – to a corresponding Platonic solid, establishing a symbolic relationship between geometry and the physical world. The cube was linked to earth for its stability, the octahedron to air because of its light-



ness, the icosahedron to water for its fluidity, and the tetrahedron to fire for its sharp, energetic structure. The fifth and final solid, the dodecahedron, was said to represent the cosmos itself<sup>12</sup>.

Before the ancient Greeks, several earlier civilisations exhibited an understanding of these geometric forms through artefacts and symbolic representations. Archaeological findings suggest that Neolithic societies possessed knowledge of Regular Polyhedra. One of the most remarkable discoveries is a collection of intricately carved stone polyhedral objects unearthed in Scotland, dating back to approximately 2000 BC<sup>13</sup>. These artefacts, typically produced from stone or clay, exhibit symmetrical characteristics resembling Platonic solids, reflecting an early recognition of geometric principles and a refined appreciation for mathematical regularity.

3 | J. Kepler, *Harminices Mundi*, Page with illustrations, image from: [https://en.wikipedia.org/wiki/Harmonice\\_Mundi#/media/File:Ioanniskeplerih00kepl\\_0081.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Harmonice_Mundi#/media/File:Ioanniskeplerih00kepl_0081.jpg).

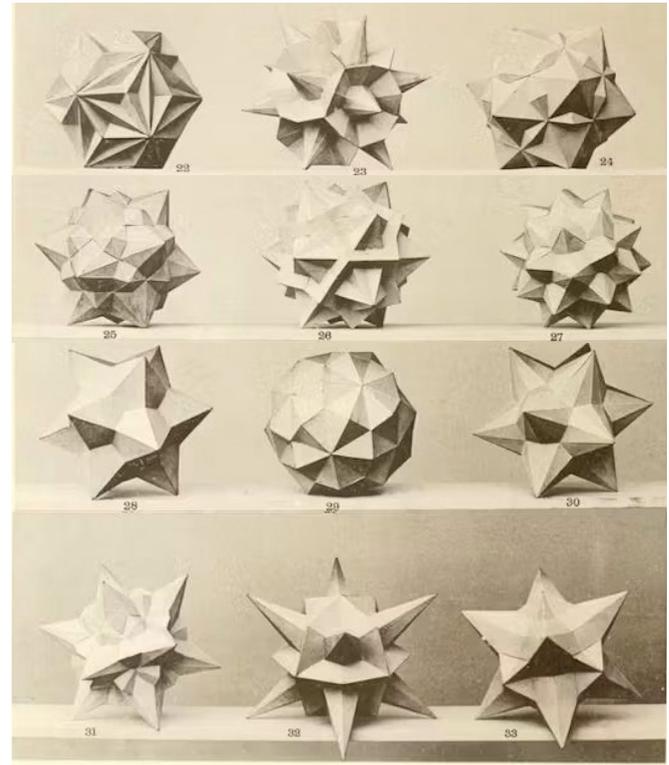
Regular Polyhedra	Faces (F)	Vertices (V)	Edges (E)
Tetrahedron	4	4	6
Cube	6	8	12
Octahedron	8	6	12
Dodecahedron	12	20	30
Icosahedron	20	12	30

Table 1 | Number of faces (F), vertices (V), and edges (E) associated with Regular Polyhedra.

<sup>11</sup> Cfr. Calter, *The Platonic Solids*.

<sup>12</sup> Emmer, *Art and Mathematics: The Platonic Solids*, p. 277.

<sup>13</sup> Marshall, *Carved stone balls*, pp. 4-72.



4 | M. C. Escher, *Gravitation*, lithograph and water-colour, image from: [https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitation\\_%28M.\\_C.\\_Escher%29#/media/File:Gravitation.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitation_%28M._C._Escher%29#/media/File:Gravitation.jpg)

5 | M. Brückner, *Max Brückner's Collection of Polyhedral Models (1900)*, image from: <https://publicdomainreview.org/collection/max-bruckner-s-collection-of-polyhedral-models-1900/>

The interplay between geometric forms and scientific inquiry drove many graphical and visual explorations published between the 16th and 17th centuries. Renaissance scholars deeply studied perspective and its applications to regular solids. One of the most influential works on the subject was *De Divina Proportione* (1509)<sup>14</sup>, authored by the Italian mathematician Luca Pacioli. This treatise discusses the mathematical principles underlying artistic beauty and features 60 plates illustrating Platonic solids and other unique polyhedra Leonardo da Vinci drew. His meticulous sketches are among the earliest known depictions of skeletal solids, making it possible to distinguish their front and back structures clearly.

Another significant contribution to the geometric representation of Polyhedra was *Perspectiva Corporum Regularium* (Perspective of Regular Solids), published in 1568 by the German goldsmith and printmaker Wenzel Jamnitzer. This remarkable study presents 120 variations of forms inspired by Platonic solids, exploring how they could be transformed through rotation, truncation, and combination. Jamnitzer's engravings illustrate an impressive array of three-dimensional objects that demonstrate the potential of these solids as fundamental building blocks of artistic and scientific endeavours. His work, exemplified in the *Geometric Study*, was influential in shaping

future studies on geometric transformation. Johannes Kepler's book *Harmonices Mundi* (The Harmony of the World), published in 1619, explored mathematical relationships in nature<sup>15</sup> (Fig. 3), particularly those involving geometry, music, and astronomy. A significant part of this work is Kepler's attempt to relate the Platonic solids to the structure of the cosmos, building on ideas initially proposed by Plato. The volume features geometric illustrations, including truncated solids tiling, stellation of Polyhedra and drawings of the regular polyhedra and their transformations.

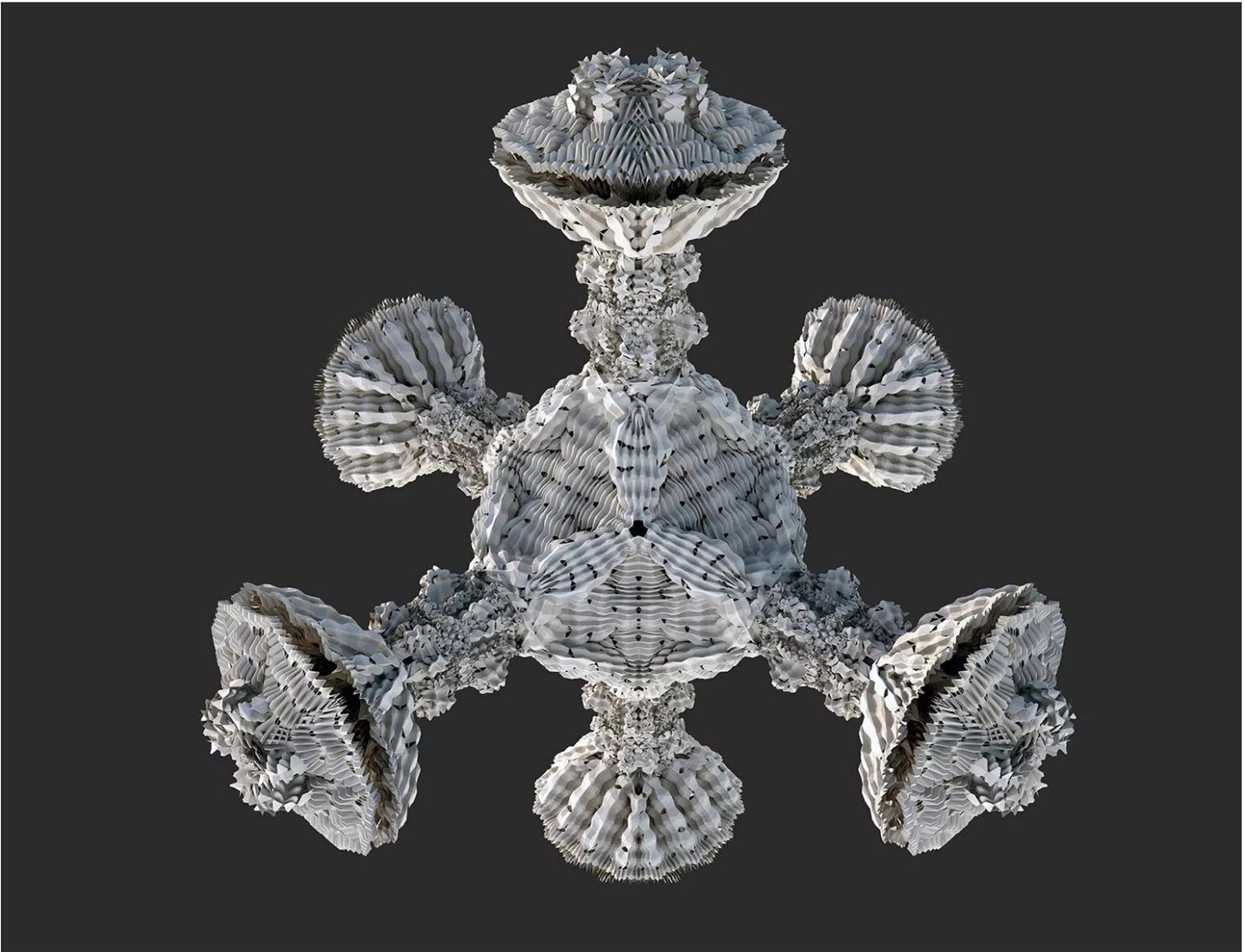
These early studies in geometric transformation laid the foundation for architectural and design principles that continue influencing contemporary practitioners. Architects and designers have long been attracted by the potential of combining geometric primitives to create modular and scalable systems.

A compelling example is the work of Zvi Hecker<sup>16</sup>, who developed what is referred to as "Polyhedral Architecture"—a design philosophy incorporating polyhedral geometry as a core structural element. One of his most famous projects, the Ramot Housing Complex, employs interlocking cubes and dodecahedra to form a dynamic apartment unit arrangement that seamlessly integrates with the natural rocky landscape. A similar study in geometry is evident in the Synagogue in the Negev Desert, a building consist-

<sup>14</sup> Giusti, Maccagni, *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*.

<sup>15</sup> Emmer, *Art and Mathematics: The Platonic Solids*, p. 280.

<sup>16</sup> Hecker, *The Cube and the Dodecahedron in My Polyhedral Architecture*, p. 272.



6 | Hansmeyer, M., *Computational Architecture: Platonic Solids*, image from: <https://www.michael-hansmeyer.com/platonic-solids>.

ing of a combination of truncated octahedra, truncated tetrahedra and Cuboctahedra.

In the realm of visual arts, numerous renowned artists have drawn inspiration from regular polyhedra. The Dutch graphic artist Maurits Cornelis Escher deeply explored mathematical structures, incorporating them into his intricate and thought-provoking illustrations. His lithograph *Gravitation* depicts a nonconvex regular polyhedron (Fig.4), specifically the small stellated dodecahedron<sup>17</sup>.

Many of his works suggest a familiarity with Leonardo da Vinci's illustrations from *De Divina Proportione*, further reinforcing the historical continuity of interest in these geometric wonders. Similar studies in geometry were conducted by Max Brückner, who documented his research on stellated and uniform polyhedra in his 1900 book *Vielecke und Vielflache: Theorie und Geschichte* (Poly-

gons and Polyhedra: Theory and History)<sup>18</sup> (Fig. 5).

In *The Sacrament of the Last Supper* (1955), Salvador Dalí portrays a room structured as a hollow regular dodecahedron<sup>19</sup>. Similarly, Gerard Caris centred his artistic career on the regular dodecahedron and the pentagon, formulating a new art movement termed Pentagonism. With modern computational tools, designers can now use complex algorithms and scripts to generate shapes based on mathematical rules and parameters rather than purely aesthetic intentions. A key example of this digital approach is *The Platonic Solids Project*, developed by Michael Hansmeyer in 2008<sup>20</sup> (Fig. 6). It explores how iterative geometric processes generate intricate forms from basic primitives. Rather than combining solids, Hansmeyer's method recursively subdivides a polyhedron's faces to create increasingly complex structures, showcasing algorithmic design's poten-

<sup>17</sup> Cfr. Bool, et al. *M.C. Escher: His Life and Complete Graphic Work*.

<sup>18</sup> Brückner, *Vielecke und Vielflache, Theorie und Geschichte*.

<sup>19</sup> *The Sacrament of the Last Supper*.

<sup>20</sup> Hansmeyer, *Computational Architecture: Platonic Solids*.



7,8 | Different types of extrusions and stellations (Image by B. Polimeni).

9,10 | Subdivision operators, Handles, rind modelling, fractal operators (Image by B. Polimeni).



tial in architecture, sculpture, and product design. Other researchers have expanded on these ideas using topological mesh modelling to create high-genus shapes produced through advanced 3D printing. These innovations have enabled new artistic and functional applications, from intricate bronze sculptures to bespoke jewellery and architectural components.

### Creating a design procedure

Building upon prior experiences and advancing the discourse on the relationship between geometry and design, this study analyses a catalogue of geometric operations conceived as a spatial exploration and interpretation tool. The outcome of this process comprises a series of models analysed through digital representation, 3D printing, and holographic techniques. Diverse representational methods serve a dual purpose:

they facilitate understanding geometries and structures in their evolution while demonstrating how different media can generate distinct meanings and evolving interpretations from the same initial form<sup>21</sup>.

The study is conducted in two distinct phases. In the first one, each regular polyhedron serves as the basis for constructing a catalogue of spatial transformations. This process employs extrusions, remeshing schemes, and high-genus modelling operators to examine the possible geometric configurations of the objects. Specifically, this phase employs seven types of extrusion of varying complexity, (figs. 7, 8) four remeshing techniques, and three topological transformations, including rind modelling and handle addition (figs. 9, 10).

After creating a catalogue of operators applied individually to each regular polyhedron, a selection of these latter is implemented in a second phase to provide

<sup>21</sup> Cfr. Polimeni. *Producing design objects from regular polyhedra: a practical approach*.



practical design guidance for creating sculptural objects suitable for 3D printing. In this stage, two distinct design processes, each comprising four steps, are developed to produce two sets of objects perceived as part of a cohesive family.

The initial design process starts with the five regular convex polyhedra, applying the following operations in sequence: first, a remeshing process increases the number of faces in the original solids; next, handles are created to connect corresponding faces using multi-segment curved structures symmetrically; finally, the mesh is refined through the repeated application of the Catmull-Clark subdivision algorithm<sup>22</sup>.

The second process also begins with the five regular polyhedra, following a different sequence of operations: first, icosahedral extrusion is used to increase the geometric complexity of the base forms; next, wireframe modelling converts the mesh into a three-dimensional structure by replacing each edge with a cylindrical pipe of specified thickness and volume; finally, remeshing is performed to improve surface smoothness through the iterative application of the Catmull-Clark subdivision scheme (figs. 11, 12).

The two design sequences are not rigid but serve as a flexible framework to encourage creativity within a defined set

of operations. Each step can be repeated, reordered, or modified, allowing for a dynamic and iterative design process. Six graphic renderings were produced to illustrate the spatial qualities of each shape. The first set of images highlights the possible operations within the procedure, while the second set documents the transformation process based on the design guidelines. Additionally, all generated forms have been 3D printed using selective laser sintering (SLS 3D printing serves as a means of transforming physical structure for the holographic process, adding considerable value to digital models by converting them into tangible objects that can be directly interacted with). This approach enables an analysis of geometric transformations throughout the process, explores the hybridisation of physical and virtual realities, and provides alternative methods for studying architectural forms (figs. 13, 14).

11,12 | *First and second design procedures (Image by B. Polimeni).*

<sup>22</sup> Akleman, Ozener, Yuksel, *On a Family of Symmetric, Connected and High Genus Sculptures.*

“ These exercises promote computational thinking and introduce design as an iterative, reflective, and exploratory process, enabling architects to engage critically with form, space, and structure through systematic experimentation.



13 | 3D-printed object generated by the geometric transformation of the dodecahedron (Image by B. Polimeni).

14 | 3D-printed object generated by the geometrical transformation of the icosahedron (Image by B. Polimeni).

### Optical Holography

To explore new ways of representing the object, optical holography is used as a performative medium, capturing the three-dimensional geometric qualities of the forms. This approach requires active viewer participation, encouraging them to interact with the holograms and explore the objects from multiple angles<sup>23</sup>. Optical holography, a branch of radiation physics, enables the storage of visual information through interference fringes created by a coherently projected laser beam. These fringes generate the three-dimensional nature of the hologram when it is replayed, making holography a perceptual phenomenon shaped by how the image is reconstructed and observed<sup>24</sup>.

The term holography originates from Ancient Greek, where *holos* means “whole” and *graphé* means “writing”, often interpreted as “total writing”<sup>25</sup>.

However, in this context, it refers to a technique that records and reconstructs light waves to create the impression of spatial depth. Unlike conventional photography, which captures only light intensity, holography records both intensity and phase, preserving depth and spatial relationships. Holographic objects are recorded onto a holographic plate, similar to traditional photographic film but with a significantly higher information capacity due to the increased thickness of the silver halide gelatine layer<sup>26</sup> (fig. 15). The recorded image is reconstructed when the holographic plate is illuminated (fig. 16) by a laser beam or a standard light source at specific angles and the technique used. Two fundamental principles underpin holography, particularly in its analogue form: interference and diffraction<sup>27</sup>. Interference occurs when two light waves interact, either reinforcing each other (constructive interference) or cancelling each other out (destructive interference).

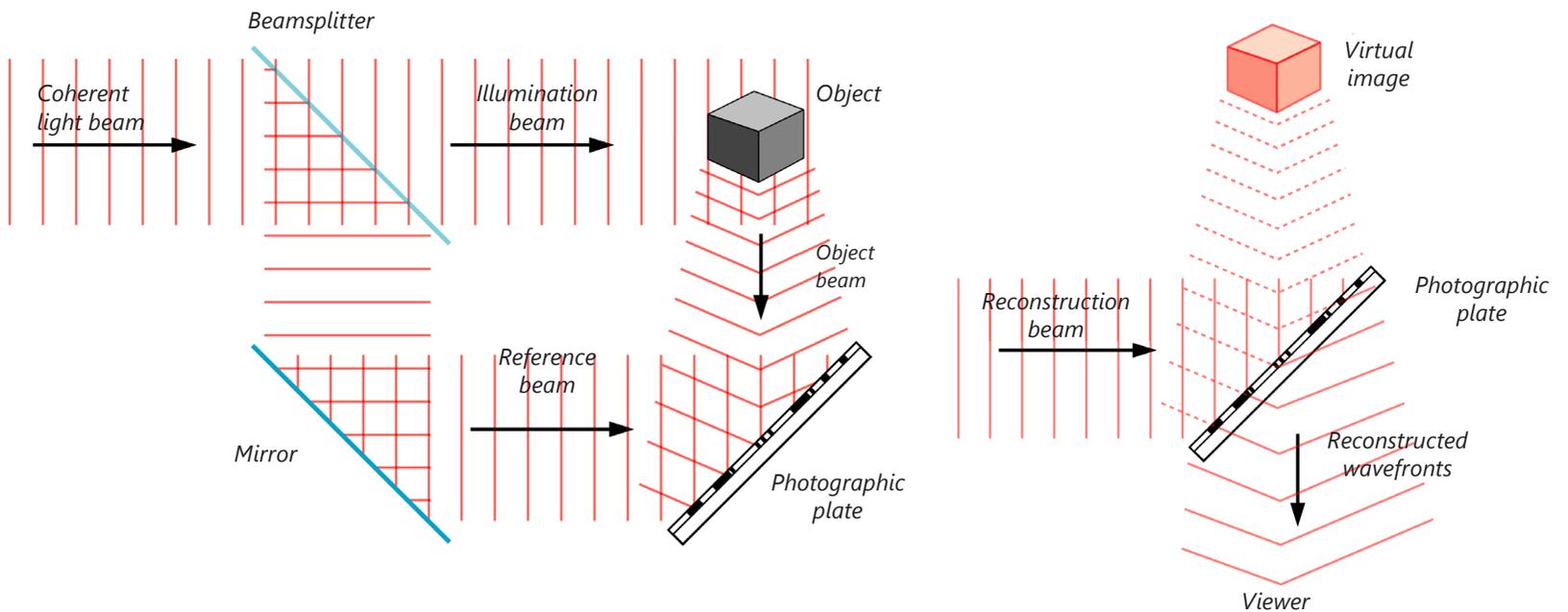
<sup>23</sup> Blanche, *Holography, and the future of 3D display*.

<sup>24</sup> Odoulov et al., *Interference and holography with femtosecond laser pulses of different colours*.

<sup>25</sup> Johnston, *Holograms: the story of a word and its cultural uses*, p. 494.

<sup>26</sup> Neipp, Pascual, Belendez, *Silver halide sensitized gelatin derived from BB-640 holographic emulsion*, pp. 1348-1356.

<sup>27</sup> Bjelkhagen, *Denisyuk holography: From Lipmann photography to color holography*.



Diffraction, conversely, explains how light spreads upon encountering surfaces and subsequently reconstructs the holographic image in space.

The history of holography is complex, with numerous attempts to refine techniques for object representation. Among these, the Denisyuk hologram remains the most fundamental configuration. This study employed its modern form to explore the performative possibilities of holography in representing three-dimensional objects.

### The Holographic Process

The holograms created for this research were produced in the Holography Laboratory at De Montfort University. Specifically, the holographic images presented in this study were generated from objects 3D-printed in nylon using Selective Laser Sintering (SLS) technology. This material was chosen for two key reasons: the object to be holographically recorded must be sufficiently rigid, and its surfaces must optimally reflect the laser.

A laser beam incident on the printed objects created a reflection hologram.

A 660 nm red cobalt laser was employed for the experiment, with an exposure time of three seconds per image. The holograms were recorded on 8" x 10" glass holographic plates coated with high-resolution, red-sensitive silver halide emulsions.

These plates were pre-treated with a water-soluble oil known as Triethanolamine (TEA) to adjust the spacing of the fringes in the silver halide structure. This treatment enhances colour uniformity and improves the brightness of the holograms. Without this phase, the holograms would appear opaque due to insufficient fringe spacing for effective red light transmission<sup>28</sup>. Although the holographic plates are red-sensitive, the fringes produced diffracted light at different angles, generating colour effects demonstrating how holograms act as a diffraction grating<sup>29</sup>. Different colours can be produced by adjusting the concentration of the TEA; this phenomenon is known as pseudo-colour holography and was widely used for making full-colour holograms before the invention of panchromatic plates<sup>30</sup>. When red light passes through a fringe with specific spacing, its angular deviation determines the colour the observer perceives. The holographic setup employed follows the techniques developed by Denisyuk. Creating a hologram using this method involves directing an object beam from a laser source onto the object. The light reflected from the object's irregular surface returns to the recording medium, which overlaps with the original light wave. At the plate, the direct and reflected waves interact, forming standing waves – a sequence of points exposed to the film while intermediate points (nodes) remain unexposed<sup>31</sup>.

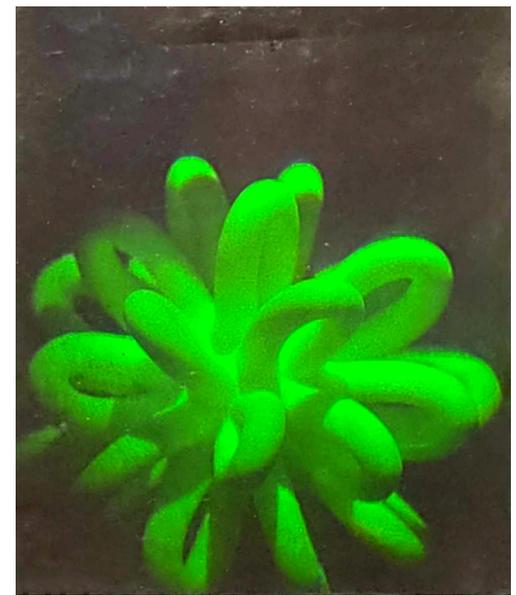
15,16 | On the right, the holographic scheme shows the object and reference beams. On the left, the holographic reconstruction, where a beam of light incident on the holography plate generates the object. Images from <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Holograph-record.svg> and <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Holography-reconstruct.svg>

<sup>28</sup> Nishida, *Correction of the Shrinkage of a Photographic Emulsion with Triethanolamine*. pp. 238-240.

<sup>29</sup> Cfr. Richardson, Wiltshire. *The hologram: principles and techniques*.

<sup>30</sup> Cfr. Saxby, *Practical holography*.

<sup>31</sup> Cfr. Richardson, Wiltshire. *The hologram: principles and techniques*, cit.



17,18,19 | Hologram realised by Oliver Peacock based on a model of B. Polimeni.

The exposed layers of the plate are recorded in the photosensitive emulsion as slightly transparent layers.

This process creates a grid of three-dimensional interference fringes that, through optical encoding, preserve all the spatial information of the object. During the reconstruction phase, where the holographically recorded object becomes visible, the light striking the hologram is reflected by the slightly transparent layers. This light must match the characteristics of the original waves reflected by the object, as rays from different layers enhance brightness only when in phase. Consequently, during image reconstruction, the hologram selectively displays different wavelengths (Figs. 16-18). A set of full-colour holographic plate was also used to represent one of the objects in the series, employing a white-light laser combining three different light beams to achieve a more accurate chromatic fidelity (Fig. 19).

The holographic technique adopted was the same, using a Denisyuk set-up, however, for these, the Cobolt 660 nm red, the Cobolt 532 nm green, and the Cobolt 457 nm blue lasers were all used in combination and aligned to create a white laser beam using dichroic mirrors before being passed through a spatial filter. This creates a grid of three-dimensional interference fringes as previously described; in the case of full colour, each of these grids is multiplexed with the three (different colour) wavelengths, which create the full-colour effect when observed<sup>32</sup>.

### Results and conclusions

This study underscores the integral relationship between geometry, design, and visualisation techniques in architectural and spatial exploration. Examining the transformation of regular polyhedra through systematic geometric op-

<sup>32</sup> Cfr. Saxby, *Practical Holography*, cit.



erations demonstrates how digital and physical modelling can be effectively combined to generate and understand new sculptural forms. The iterative design process, facilitated by computational tools, allows for a structured yet flexible approach, enabling designers to explore and manipulate complex volumetric configurations with precision and creativity.

The experimental use of optical holography introduces an innovative dimension to the representation of three-dimensional objects, offering immersive and interactive perspectives that traditional visualisation techniques cannot achieve. When the light beam irradiates the holographed object, the observer can perceive its three-dimensional characteristics by altering their viewpoint. This dynamic process establishes a systematic re-elaboration of the object and its physical qualities. It suggests how optical holography can serve as a com-

plementary technique that enhances and supports other representational approaches and highlights the potential of hybrid representation methodologies in design practice and architectural pedagogy. Finally, reinforcing the importance of geometry as a foundational element in design, and bridging theoretical principles with practical applications, this research contributes to the ongoing discourse on the role of computational and material technologies in architecture. It encourages further investigation into the possibilities of digital fabrication, holography, and algorithmic modelling, paving the way for novel design methodologies that embrace the complexity and dynamism of contemporary spatial practice. Integrating these techniques presents new opportunities for creative expression and functional innovation, reaffirming the significance of geometry in shaping the built environment.

20 | *Hologram realised by Vivian Sureshkumar based on a model of B. Polimeni.*

## Bibliography

E. Akleman, O. Ozener, C. Yuksel, *On a Family of Symmetric, Connected and High Genus Sculptures*, in *Bridges London: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, Southwestern College, London 2006, pp. 145–150.

P. A. Blanche, *Holography, and the Future of 3D Display*, in *Light: Advanced Manufacturing*, II, 2021, 4, pp. 446–459.

F. H. Bool, et al., *M.C. Escher: His Life and Complete Graphic Work*, Meulenhoff, Amsterdam 1981.

H. Brisson, *Visualization in Art and Science*, in *Leonardo*, XXV, 1992, 3/4, p. 257–262.

M. Brückner, *Vielecke und Vielflache, Theorie und Geschichte*, B.G. Teubner, Leipzig 1900.

I. Caetano, L. Santos, A. Leitão, *Computational Design in Architecture: Defining Parametric, Generative, and Algorithmic Design*, in *Frontiers of Architectural Research*, IX, 2020, 2, pp. 287–300.

P. Calter, *The Platonic Solids*, 2017, from <https://www.dartmouth.edu/~matc/math5.geometry/unit6/unit6.html>.

J. Choma, *Études for Architects*, Routledge, London 2018.

M. Colletti, *Digital Poetics: An Open Theory of Design-Research in Architecture*, Routledge, London–New York 2017.

A. Di Mari, N. Yoo, *Conditional Design*, BIS, Amsterdam 2017.

A. Di Mari, N. Yoo, *Operative Design*, BIS, Amsterdam 2012.

M. Emmer, *Art and Mathematics: The Platonic Solids*, in *Leonardo*, XV, 1982, 2, p. 277.

E. Giusti, C. Maccagni, *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Giunti, Firenze 1994.

B. Grossman, *Pure Math*, from <https://www.bathsheba.com/math/>.

M. Hansmeyer, *Computational Architecture: Platonic Solids*, from <https://www.michael-hansmeyer.com/platonic-solids>.

G. W. Hart, *Geometric Sculpture*, from <https://www.georgehart.com/sculpture/sculpture.html>.

Z. Hecker, *The Cube and the Dodecahedron in My Polyhedric Architecture*, in *Leonardo*, XIII, 1980, 4, p. 272.

S. Johnston, *Holograms: The Story of a Word and Its Cultural Uses*, in *Leonardo*, L, 2017, 5, pp. 493–499.

A. Kudless, *Drawing Codes*, ACC Distributed, London 2024.

D. N. Marshall, *Carved Stone Balls*, in *Proceedings of the Society of Antiquaries of Scotland*, 1976–1977, 108, pp. 4–72.

N. Nishida, *Correction of the Shrinkage of a Photographic Emulsion with Triethanolamine*, in *Applied Optics*, IX, 1970, 1, pp. 238–240.

S. Odoulov et al., *Interference and Holography with Femtosecond Laser Pulses of Different Colours*, in *Nature Communications*, VI, 2015, 1, 5866.

M. J. Richardson, J. D. Wiltshire, *The Hologram: Principles and Techniques*, John Wiley & Sons, 2017.

G. Saxby, *Practical Holography*, CRC Press, 2003.

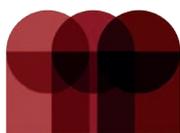
G. W. Hart, *Geometric Sculpture*, from <https://www.georgehart.com/sculpture/sculpture.html>.

## Acknowledgments

This paper presents the outcomes of research conceived and developed by Beniamino Polimeni and Martin Richardson, partially funded by the Research and Enterprise Fund at De Montfort University (DMU) from January 2019 to 2020. Beniamino Polimeni authored the main body of the text and was responsible for the creation of the 3D digital models, renderings, and 3D-printed objects. Martin Richardson and Oliver Peacock contributed the sections concerning the holographic elements. Oliver Peacock also produced the monochromatic holograms and captured the photographic documentation of the holographic plates. The authors gratefully acknowledge Vivian Sureshkumar, who produced a full-colour hologram derived from a geometrical transformation of a dodecahedron.







TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025

MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** M. Bini, *Capitello tuscanico e base attica in un disegno di Nello Bemporad*, in *Un disegno dal passato*, TRIBELON, II, 2025, 3, pp. 102-104.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3516>

**Published:** June, 2025.

**Copyright:** 2025 Bini M., this is an open access article, published by Firenze University Press (<https://riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](https://riviste.fupress.net/tribelon)

## UN DISEGNO DAL PASSATO

### CAPITELLO TUSCANICO E BASE ATTICA IN UN DISEGNO DI NELLO BEMPORAD

MARCO BINI

University of Florence  
marcobini265@gmail.com

Il disegno, realizzato a matita con campiture delle zone d'ombra sempre a matita su carta, misura 51x73 cm. Un segno a matita rossa sottolinea parte della costruzione geometrica. In basso a sinistra la scritta "ombre a 45°". In basso a destra il cognome dell'autore col nome puntato. Il disegno è stato realizzato nel 1934 all'interno del corso di "Applicazioni della Geometria Descrittiva", insegnamento collocato al secondo anno di Corso, fin dalla istituzione della Scuola di Architettura e tenuto per incarico dal professore Brunetto Chiaramonti, ordinario di Architettura nel R. Istituto d'Arte di Firenze. Il programma d'insegnamento riguardava la prospettiva centrale, accidentale e assonometrica, la fotogrammetria, l'applicazione della teoria delle ombre, la scenografia. In particolare il disegno si riferisce ad esercitazioni sulla teoria della ombra. Nel programma dell'insegnamento si sottolinea l'importanza delle ombre nei disegni di architettura, prendendone in considerazione tutte le tipologie: «Ombre proprie, portate, penombre, luce solare, luce artificiale. Metodi delle sezioni, delle superfici tangenti, delle proiezioni oblique. Ombre di punti, rette, figure piane e solidi. Ombre portate di solidi su solidi. Ombre in corpi cavi. In particolare si sottolinea l'importanza delle ombre a 45° nei disegni di architettura. Rapporti fra ombre proprie e portate. Ombre di cornici e loro ombre portate su altre cornici». (R. Università degli studi di Firenze, Annuario per l'anno accademico 1938-1939, G. C. Sansoni Editore, Firenze).

#### L'autore

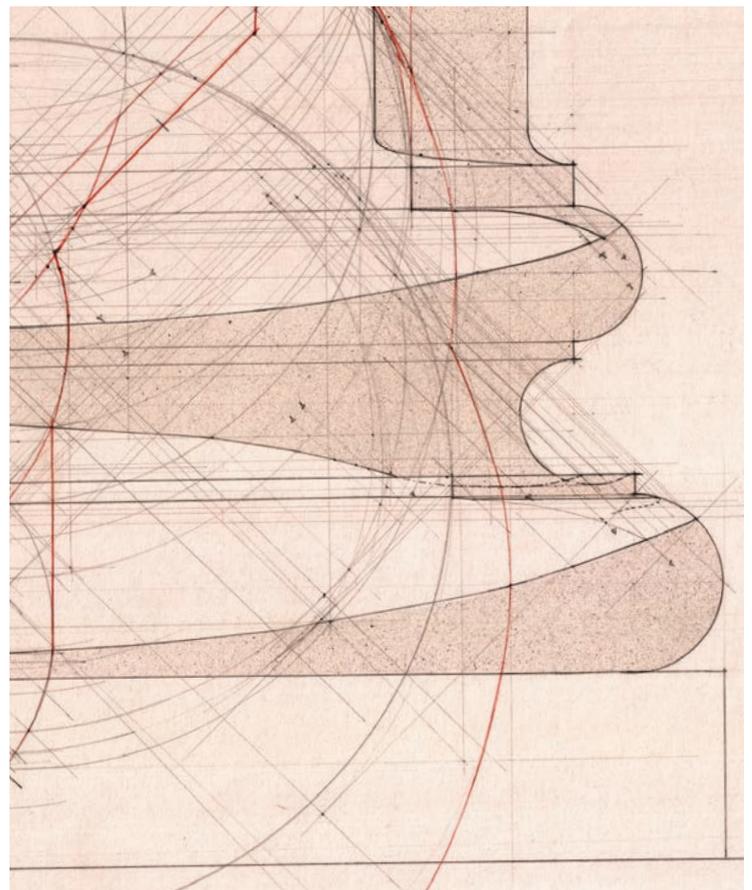
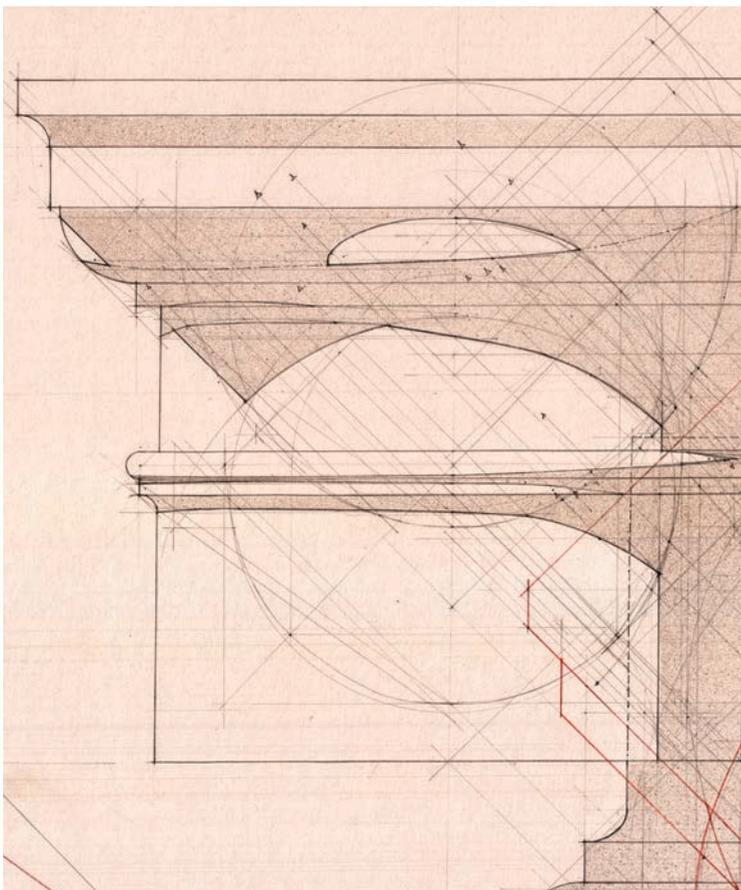
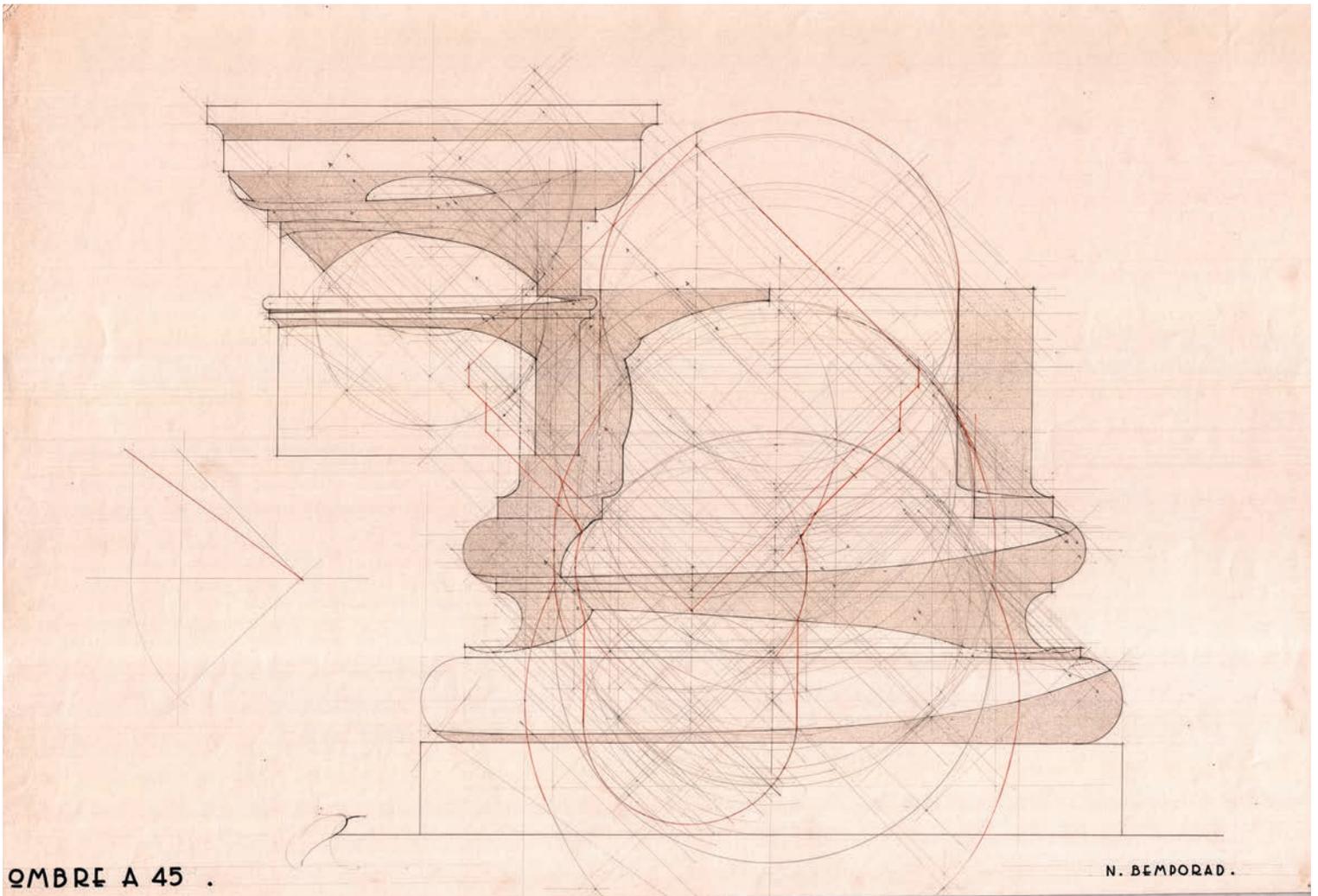
Nello Bemporad nasce a Firenze nel 1915 e muore nel 1985. Dopo aver frequentato il liceo artistico si iscrive nel 1933 al Regio Istituto di Architettura di Firenze che dal 1936 diviene Facoltà di Architettura della Regia Università di Firenze. Si laurea nel 1939 con relatore Raffaello Fagnoni,

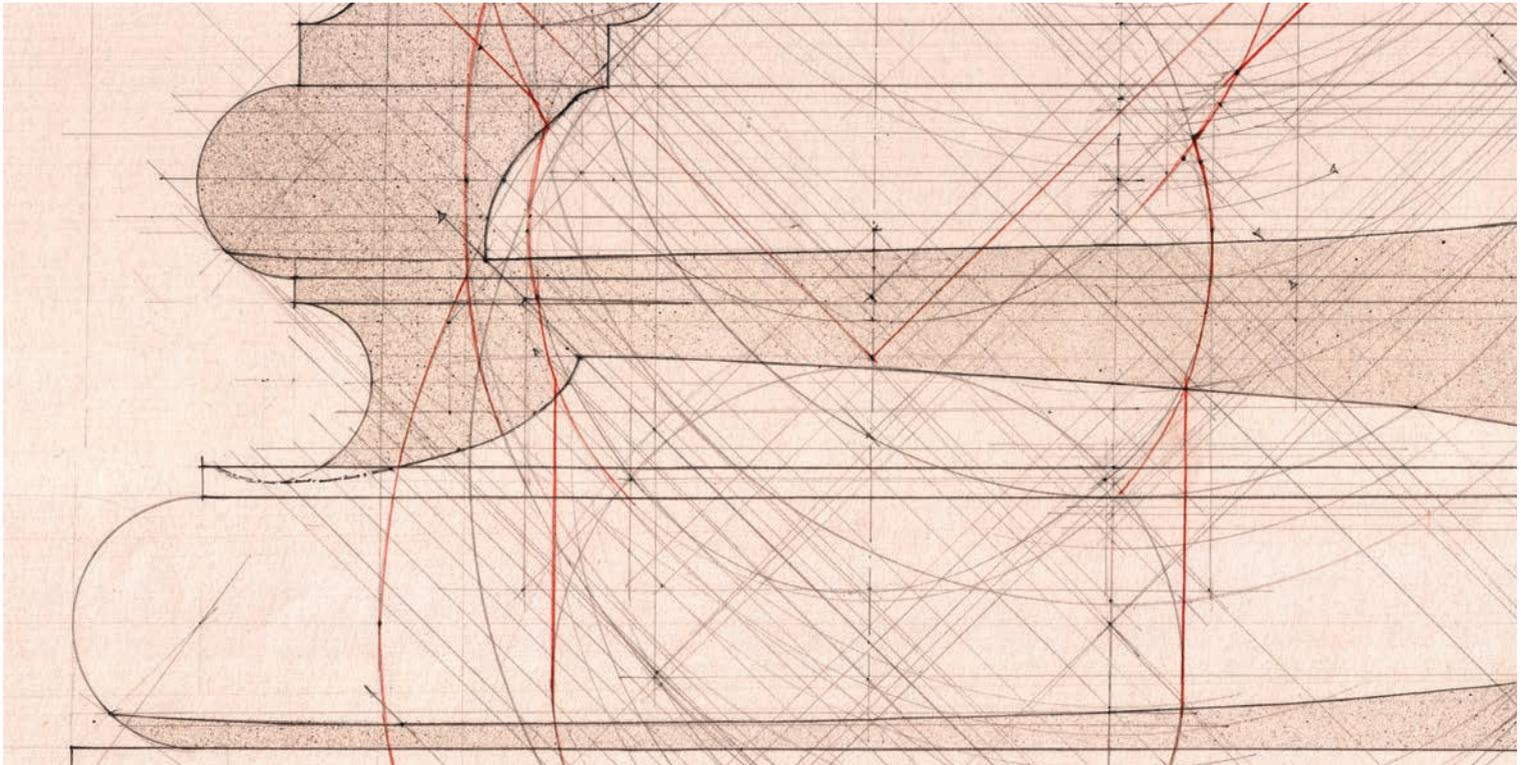
nel cui studio lavora sino al 1943, quando a causa delle leggi razziali è costretto a fuggire da Firenze. Rientrato dopo la liberazione della città, dal novembre 1944 al 1949 ricopre il ruolo di architetto presso la "MFFA-Monuments, Fine Arts and Archives Subcommittee", la commissione alleata che, in quegli anni, opera d'intesa con la Soprintendenza fiorentina, al restauro dei danni di guerra. Nel 1945 si iscrive all'Albo degli Architetti di Firenze. Dal 1 gennaio 1951 entra nell'Amministrazione delle Antichità e Belle Arti dove svolge tutta la sua attività sino al pensionamento. In qualità di architetto segue attivamente i cantieri di "ripristino" e di restauro degli edifici toscani danneggiati dagli eventi bellici, a partire dal Corridoio Vasariano che conduce in collaborazione con Guido Morozzi.

Negli stessi anni svolge attività d'insegnamento di "Storia dell'Arte" presso l'Accademia di Belle Arti di Firenze, mentre, dopo aver prestato la sua opera come assistente volontario presso la cattedra di Composizione Architettonica, nel 1958 ottiene la libera docenza in Restauro dei Monumenti, disciplina che insegna negli anni successivi. (Archivio storico Università di Firenze, amm. cen., personale, liberi docenti 143).

Dal 1960 al 1963 è Soprintendente reggente a Pisa, dove si occupa attivamente anche dei problemi statici della Torre per la quale redige un progetto di consolidamento in collaborazione con E. Vannucci. Negli anni successivi si occupa di molti cantieri di restauro a Firenze, Prato, Siena e Pisa (per gli interventi pratesi si rimanda alla mostra, allestita al Museo dell'opera del Duomo Prato a cura di A. Ceconi, *Arte Ferita, Arte Salvata. Chiese e patrimonio artistico a 80 anni dal bombardamento di Prato*, 2024).

Ritornato nel 1964 alla Soprintendenza di Firenze, dirige l'ufficio studi incaricato di attuare un programma di riordino della Galleria degli Uffizi: il progetto, denominato "Grandi Uffizi" presentato nel 1965,





che prevede il nuovo ingresso da piazza Castellani, non viene realizzato. Divenuto nel 1973 Soprintendente ai Monumenti di Firenze, incarico che ricopre sino al 1982, segue molti dei principali cantieri aperti in quel periodo in città: fra gli altri segue i restauri della villa di Poggio Imperiale e della chiesa di S. Pancrazio.

### Progetti e realizzazioni (selezione)

**1944** - Restauro porzione Corridoio Vasariano (con G. Morozzi).

**1954-58** - Restauro palazzo Datini, Prato.

**1955-57** - Interventi Forte Belvedere.

**1960** - Restauro Chiostro della Cattedrale di Prato.

**1958-60** - Sede della Cassa di Risparmio di Firenze in Santa Maria Nuova: progetto di massima per la costruzione del terzo braccio del loggiato.

**1968-71** - Restauro Palazzo Tolomei, sede della Cassa di Risparmio di Firenze a Siena.

**1976** - Restauro del Tempietto del Santo Sepolcro e dell'ex chiesa di San Pancrazio a Firenze (con G. Petri).

**1983** - Museo Marino Marini (ex-Chiesa di San Pancrazio), Firenze 1986 - Organizzazione di una mostra itinerante sui trent'anni di attività di Bemporad, in collaborazione con l'Istituto italiano di Cultura di Strasburgo.

Documentazione grafica e fotografica relativa ad altri interventi curati da Bemporad sono nell'archivio conservato dalla famiglia.

### Scritti (selezione)

N. Bemporad, *Il Forte Belvedere e il suo restauro*, in "Bollettino d'Arte", fasc. II (apr.-giu) IV serie 1957 pp. 122-134.

N. Bemporad, *Palazzo Datini cronaca di un restauro*, Associazione turistica Pratese, 1958.

N. Bemporad, *Il ripristino dello scalone del Buontalenti nella Galleria degli Uffizi*, in *Musei e Gallerie d'Italia*, XII, 1967, 32 pp. 17-26.

N. Bemporad, *Il Sacello di San Pier Scheraggio a Firenze*, in *Bollettino degli Ingegneri*, XVI, 1968, 5, pp. 3-11.

N. Bemporad, *Schede di restauri*, in *Il restauro dei monumenti dal 1944 al 1968*, catalogo della Mostra in Orsanmichele, Firenze, Giunti, 1968.

N. Bemporad, *Il complesso degli Uffizi di Firenze. Rilievi*, documenti, in *Quaderni dell'Istituto di Storia dell'Architettura*, XXIII, 1976, pp. 103-116.

N. Bemporad, D. Mignani Galli, *Ex ospedale di San Matteo: la loggia, restauro dell'aula di scenografia nell'Accademia di Belle Arti di Firenze*, Firenze 1979.

N. Bemporad, *Il rinnovamento degli Uffizi a Firenze*, in *L'Architettura (Venezia)*, 1981, pp. 310-314.

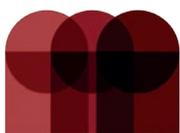
### Bibliografia

*Nello Bemporad: 30 anni di restauri a Firenze*, catalogo della mostra, Firenze 1986.

B. Mazzanti, N. Bemporad, in E. Insabato, C. Ghelli (a cura di), *Guida agli archivi di architetti e ingegneri del Novecento in Toscana*, Firenze, Edifir, 2007, pp. 54-59.

A. Cicinelli, A. Secchi, *Dizionario biografico dei soprintendenti architetti 1904-1974*, Bononia University Press, Bologna, 2011.

Ordine e Fondazione Architetti Firenze, *Mostra 2023-2024 Architetture di passaggio, disegni dalla Scuola di architettura di Firenze 1926 - 1949*, scheda a cura di: Gabriella Orefice, Professore associato di Storia della Città e del Territorio presso la Facoltà di Architettura dell'Università degli Studi di Firenze fino al 2013.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** R. Barsanti, G. Pancani, *Sulle tracce di Leonardo a Vinci. Il disegno di un mostro metamorfico sulla cappa di un camino*, in *Un disegno dal passato*, TRIBELON, II, 2025, 3, pp. 105-107.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3517>

**Published:** June, 2025.

**Copyright:** 2025 Barsanti R., Pancani G., this is an open access article, published by Firenze University Press (<https://riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](https://riviste.fupress.net/tribelon)

## UN DISEGNO DAL PASSATO

### SULLE TRACCE DI LEONARDO A VINCI. IL DISEGNO DI UN MOSTRO METAMORFICO SULLA CAPPÀ DI UN CAMINO

ROBERTA BARSANTI, GIOVANNI PANCANI

University of Florence

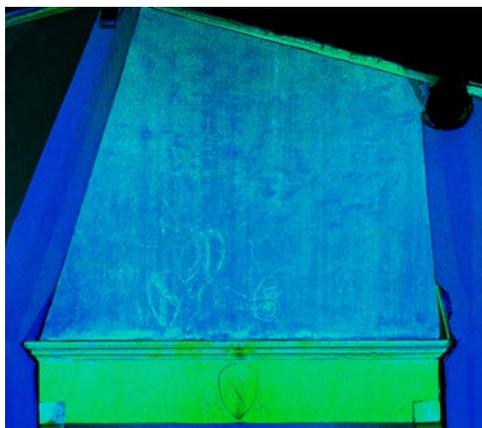
Corresponding author: [giovanni.pancani@unifi.it](mailto:giovanni.pancani@unifi.it)

Il presente contributo costituisce il primo tassello di un più ampio percorso di ricerca su un disegno raffigurante un drago alato reggitemma che decora la cappa di un camino di foggia tardo medievale (fig.1), collocato in un edificio di proprietà comunale situato a Vinci (FI), nelle immediate vicinanze del Castello dei Conti Guidi.

Considerato il precario stato di conservazione del disegno, eseguito a carboncino, si è resa necessaria una campagna di documentazione, condotta attraverso l'impiego di tecniche non invasive, finalizzata a un'accurata analisi dell'opera. Attualmente il manufatto risulta compromesso da numerose percolazioni di acqua piovana che, nel tempo, hanno determinato l'affioramento di sali solubili sulla superficie. Si rilevano inoltre circa sei strati sovrapposti di scialbature, oltre a un generale offuscamento, che ne limitano significativamente la leggibilità. Questo singolare mostro, dal corpo anguiforme che termina in una coda attorcigliata, si configura come una originale rivisitazione dell'iconografia medievale della pistrice nella forma di drago ma-

rino alato, sulla cui testa si innesta inaspettatamente un dente di narvalo (fig. 2). Bestia composita dunque, con zampe e artigli leonini, muso simile ad un lupo con evidenti escrescenze, ali di pipistrello borchiate, restituisce il senso della terribilità di mostri di sapore ancora medievale. Stilisticamente, molti sono i rimandi alla cultura figurativa fiorentina della seconda metà del XV secolo, a partire dalle botteghe di Verrocchio e dei fratelli Pollaiuolo, ma non mancano richiami ai draghi di Paolo Uccello<sup>1</sup>. Sullo sfondo, si intravedono con fatica flebilissime tracce di fiori stilizzati, una sorta di elemento dentato, figure geometriche e altri segni poco congruenti con l'immagine principale.

A sinistra si rilevano due scritte: nella prima, più in alto, a caratteri capitali, si legge la parola Bracci mentre la scritta più in basso risulta ancora poco decifrabile. L'iconografia di questo sorprendente animale fantastico trova affinità in un nutrito gruppo di disegni di animali metamorfici di Leonardo da Vinci, databili all'incirca fra il 1475 e il 1481. A tal proposito, si evidenziano particolari simili-



1 | Orthoimage, con mappa di intensità della riflettanza a scala cromatica, estratta dal rilievo laser scanner del camino con disegno di drago, eseguito con "Faro Focus S70". Le dimensioni della cappa su cui insiste il disegno sono: larghezza alla base 205 cm, altezza massima 173 cm, le dimensioni dell'architrave del camino su cui è scolpito uno stemma sono 205 x 32 cm, la cornice sopra l'architrave è lunga 217 cm e alta 10 cm.



2 | Immagine del disegno di drago (particolare), elaborata con fotomodellazione 3D SfM.



3 | Screenshot ortografica con mappa di intensità della riflettanza a scala di grigi. Particolare del disegno di drago, la cui esecuzione potrebbe far pensare al nome di Leonardo da Vinci. Dimensioni del disegno altezza cm 74, larghezza cm 69.

tudini con una piccolo disegno di drago raffigurato sul margine sinistro superiore del foglio con *Studio di draghi* di Windsor<sup>2</sup> e con l'unicorno rappresentato nei disegni *Fanciulla con l'unicorno* conservati rispettivamente a Londra<sup>3</sup> e a Oxford<sup>4</sup>. A ciò si aggiunge il luogo in cui il disegno si trova, Vinci, città indissolubilmente legata a Leonardo. A Vinci l'artista nacque il 15 aprile del 1452 e vi trascorse l'infanzia e la prima gioventù, anche se il suo attaccamento per il luogo natale non venne mai meno. Fra l'altro, la presenza di Leonardo è documentata a Vinci nel 1478 proprio all'interno del Palazzo del Podestà, mentre assiste all'atto di "presa a livello" del mulino del Comune di Vinci da parte del padre, il notaio ser Piero, e dello zio Francesco. La storia della dimora stessa in cui il camino si trova è legata alla famiglia Bracci, in rapporto da lunga data con la famiglia di Leonardo e alla storia degli stessi da Vinci, in particolare dell'amato zio Francesco<sup>5</sup> che ebbe casa nel castello.

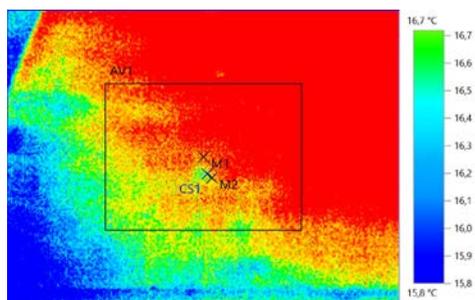
Attualmente, dopo l'istituzione di un apposito comitato tecnico scientifico<sup>6</sup>, il camino è oggetto di un accurato lavoro di restauro, affiancato da una attenta campagna di indagini diagnostiche sotto l'alta sorveglianza della Soprintendenza ABAP di Firenze<sup>7</sup>.

Se il risultato delle indagini consentisse di confermare il nome di Leonardo da Vinci, si aggiungerebbe al *corpus* delle sue opere un raro disegno su muro, un'opera giovanile in cui l'artista esplora il mondo delle creature fantastiche per creare forme mutanti le une nelle altre<sup>8</sup>.

A partire da dicembre 2023 sono state attivate alcune campagne preliminari di documentazione iconografica del disegno del "Drago di Vinci", finalizzate alla raccolta di materiali utili per una successiva analisi e per un primo studio sistematico dell'opera, con l'obiettivo di rilevare e valorizzare questo delicato segno grafico, realizzato a carboncino<sup>9</sup>.

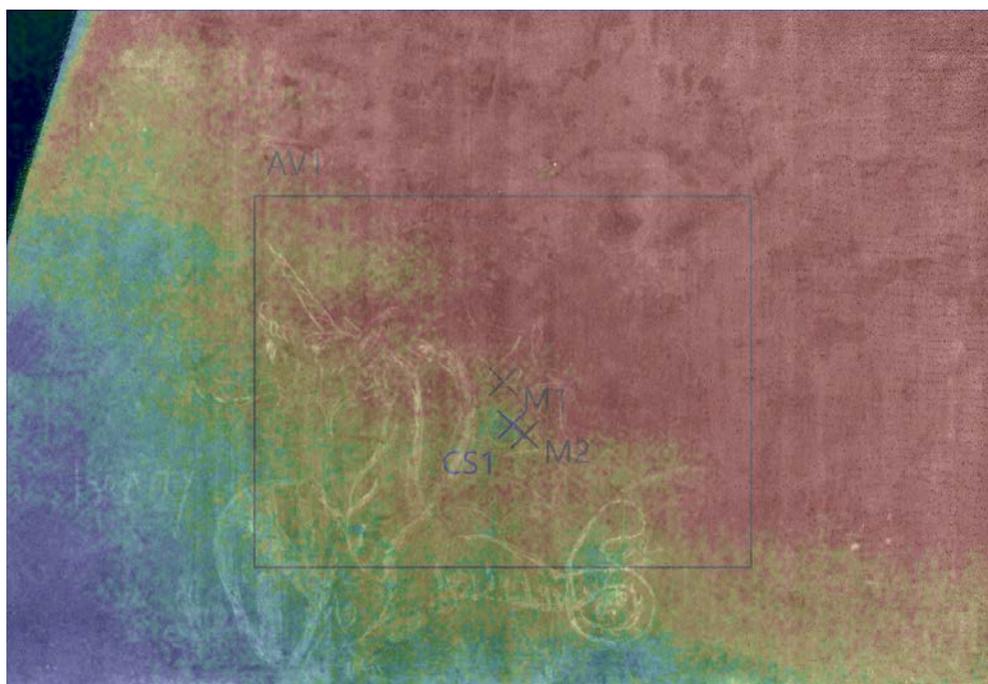
La prima sessione di rilievo ha compreso sia un'acquisizione con tecnologia laser scanner, sia un rilievo fotogrammetrico (SfM). Il rilievo laser scanner terrestre mirava primariamente all'acquisizione della morfologia del locale e del camino su cui si trova il disegno. Tuttavia, il dato di riflettanza è risultato fondamentale per l'elaborazione delle prime immagini del soggetto. Le condizioni generali di conservazione dell'opera rendevano talvolta i segni a carboncino scarsamente percepibili e l'analisi dell'intensità della riflettanza, visualizzata in scala di grigi sulla nuvola di punti 3D, ha permesso di distinguere con maggiore chiarezza la differenza tra il fondo d'intonaco scialbato e le linee nere del disegno, rendendo dunque visibili anche le tracce più deboli del pigmento.

Il risultato ha restituito un'immagine di buona nitidezza, utilizzata come riferimento per la descrizione del "Drago di Vinci" e presentata qui per la prima volta alla comunità scientifica (fig. 3).



4 | Termografia della superficie della cappa del camino, realizzata con termocamera "Testo 883" fornita in prova gratuita da Microgeo. Sul lato sinistro dell'immagine è possibile notare uno scudo crociato.

5 | Sovrapposizione fra Screenshot a scala di grigi e l'immagine della termocamera in cui è possibile verificare la posizione dello scudo crociato rispetto alla testa del drago.



Durante la campagna di rilevamento fotografometrico sono state scattate 242 fotografie, coprendo l'intero camino, includendo l'architrave con stemma, i fianchi della cappa e le mensole<sup>10</sup> (fig. 2). Successivamente, il 19 giugno 2024, sono state condotte riprese termografiche e ulteriori acquisizioni fotografiche. Le immagini termiche<sup>11</sup> (fig. 4), hanno rivelato la presenza di un elemento decorativo – uno scudo con croce centrale – situato nella parte superiore sinistra rispetto alla testa del drago. Tale dettaglio è stato confermato sovrapponendo l'immagine termografica alla schermata del disegno (fig. 5). Il disegno murale del drago di Vinci si configura come un'opera di straordinario interesse, tanto per le sue peculiarità iconografiche quanto per il contesto in cui si colloca. La complessità formale della raffigurazione, la natura metamorfica dell'animale fantastico, i rimandi alla cultura figurativa fiorentina del secondo Quattrocento e soprattutto le affinità iconografiche con un gruppo di disegni di Leonardo da Vinci raffiguranti draghi e altri animali fantastici, rappresentano le premesse per un'indagine articolata in grado di fornire la giusta chiave di lettura di questa inedita opera.

Le prime attività di documentazione hanno permesso di riportare alla luce un'immagine affascinante e al tempo stesso fragile. I dati finora raccolti rappresentano un punto di partenza prezioso per il lavoro di restauro e per la campagna diagnostica attualmente in corso, i cui risultati potranno confermare o meno le ipotesi avanzate.

## Bibliografia

C. Altomare, *Il ruolo delle indagini non invasive nella diagnostica: procedure integrate per la tutela e la valutazione della vulnerabilità del patrimonio architettonico*, Pellegrini, Cleto 2019.

V. Arrighi, *Il mulino di Leonardo. Vinci 3 maggio 1478 [scheda]*, in R. Barsanti (a cura di), *Leonardo a Vinci. Alle origini del genio*, catalogo della mostra, Giunti, Firenze 2019, pp. 298-300.

C. C. Bambach, *Leonardo da Vinci riscoperto*, vol. I, La formazione di un artista: 1452-1500, Yale University Press, New Haven-Londra 2019.

P. C. Marani, *Leonardo. Una carriera di pittore*, apparati a cura di P. C. Marani, E. Villata, Motta, Milano 1999.

F. Bandini, F. Felici, M. R. Lanfranchi, P. I. Mariotti, *Lo stato di conservazione e l'intervento di restauro del Monocromo*, in M. Palazzo, F. Tasso (a cura di), *Leonardo da Vinci. La Sala delle Asse del Castello Sforzesco. La diagnostica e il restauro del Monocromo*, Silvana Editoriale, Cinisello Balsamo 2017, pp. 186-199.

A. De Marchi, *Le geometrie luminose di Verrocchio pittore e le loro diffrazioni a Firenze sul 1470: tra Leonardo, Ghirlandaio e Perugino*, in F. Caglioti, A. De Marchi (a cura di), *Verrocchio. Il maestro di Leonardo. Catalogo della mostra* (Firenze, Palazzo Strozzi, con una sezione speciale al Museo Nazionale del Bargello), Marsilio, Venezia 2019, pp. 49-77.

<sup>1</sup> De Marchi, *Le geometrie luminose di Verrocchio pittore e le loro diffrazioni a Firenze sul 1470: tra Leonardo, Ghirlandaio e Perugino*.

<sup>2</sup> Cfr. Windsor Castle, Royal Library, RCIN 912370, ca 1478-1480) Si rimanda al sito: <https://www.rct.uk/collection/912370/recto-studies-of-dragons-verso-a-design-for-a-decorated-cuirass>

<sup>3</sup> Bambach, Leonardo da Vinci, *Studio di giovane con unicorno*, Londra, British Museum, Inv. 1860,0616.98v, 1478-90, in Id., *Leonardo da Vinci riscoperto*, vol. I.

<sup>4</sup> Bambach, Leonardo da Vinci, *Studio di giovane con unicorno*, Oxford, Ashmolean Museum of Art and Archeology, WA 1855.83.1 (KP II 15).

<sup>5</sup> Per la trascrizione dell'atto si rimanda Arrighi, *Il mulino di Leonardo. Vinci 3 maggio 1478 [scheda]*, in Barsanti (a cura di), *Leonardo a Vinci. Alle origini del genio*, pp. 298-300, volume a cui si rimanda, più in generale, anche per i rapporti di Leonardo con il suo luogo natale.

<sup>6</sup> Il Comitato tecnico scientifico è stato istituito con deliberazione della giunta Comunale di Vinci, n. 37/2025 è composto da: Roberta Barsanti, Direttrice del Museo e Biblioteca Leonardiani di Vinci; Andrea De Marchi, Università di Firenze; Pietro Cesare Marani, Politecnico di Milano, Università Cattolica del Sacro Cuore; Alberto Felici, Soprintendenza ABAP di Firenze; Marco Gaiani, Alma Mater Studiorum Università di Bologna; Giovanni Pancani, Università degli studi di Firenze.

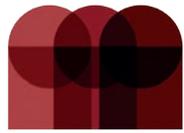
<sup>7</sup> Soprintendente Arch. Antonella Ranaldi, funzionario storico dell'arte Dott.ssa Laura Torricini, funzionari restauratori Dott.ssa Elena Alfani, Dott. Alberto Felici.

<sup>8</sup> Marani, *Leonardo. Una carriera di pittore, apparati*.

<sup>9</sup> Bandini, Felici, Lanfranchi, Mariotti, *Lo stato di conservazione e l'intervento di restauro del Monocromo*.

<sup>10</sup> Le immagini sono state realizzate con una fotocamera Pentax K1 Full Frame, dotata di sensore da 36 megapixel (7360x4912 pixel) e obiettivo Sigma 35mm f/1.4, in condizioni di illuminazione artificiale garantita da illuminatori LED.

<sup>11</sup> La termografia è stata eseguita utilizzando una termocamera Testo 883, con risoluzione di 320 x 240 pixel, fornita in prova da Microgeo S.r.l.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** C. Crescenzi, *Genesis delle forme complesse nell'architettura di Gaudì*, in *Un disegno dal presente*, TRIBELON, II, 2025, 3, pp. 108-110.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3518>

**Published:** June, 2025.

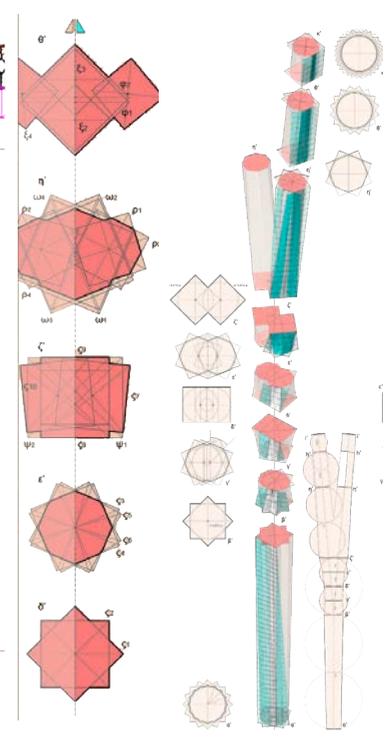
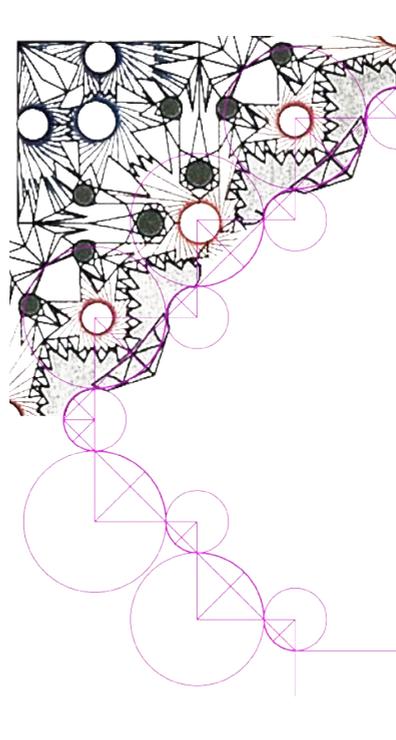
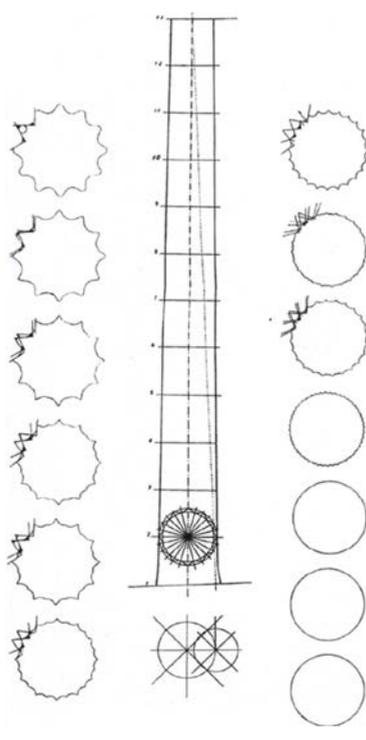
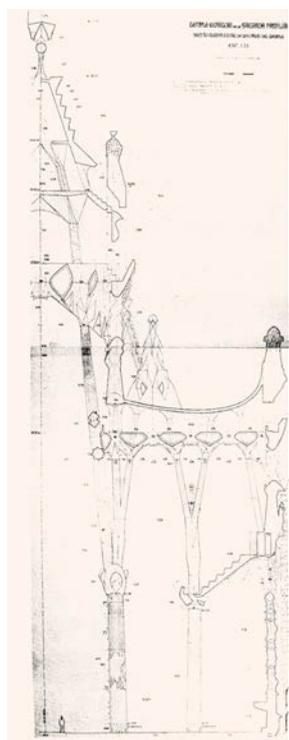
**Copyright:** 2025 Crescenzi C., this is an open access article, published by Firenze University Press (<https://riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](https://riviste.fupress.net/tribelon)

1 | a) Sezione trasversale del "Temple expiatori de la Sagrada Familia" (documentazione tratta da Isidre i Boada, Barcellona 1986, p. 39). b) Sviluppo del profilo sinusoidale della navata su cui si innestano le superfici che compongono la struttura sacra. c) Sviluppo geometrico dei rocchi o tamburi che compongono i fusti e le ramificazioni delle colonne.



## UN DISEGNO DAL PRESENTE

### GENESI DELLE FORME COMPLESSE NELL'ARCHITETTURA DI GAUDÌ

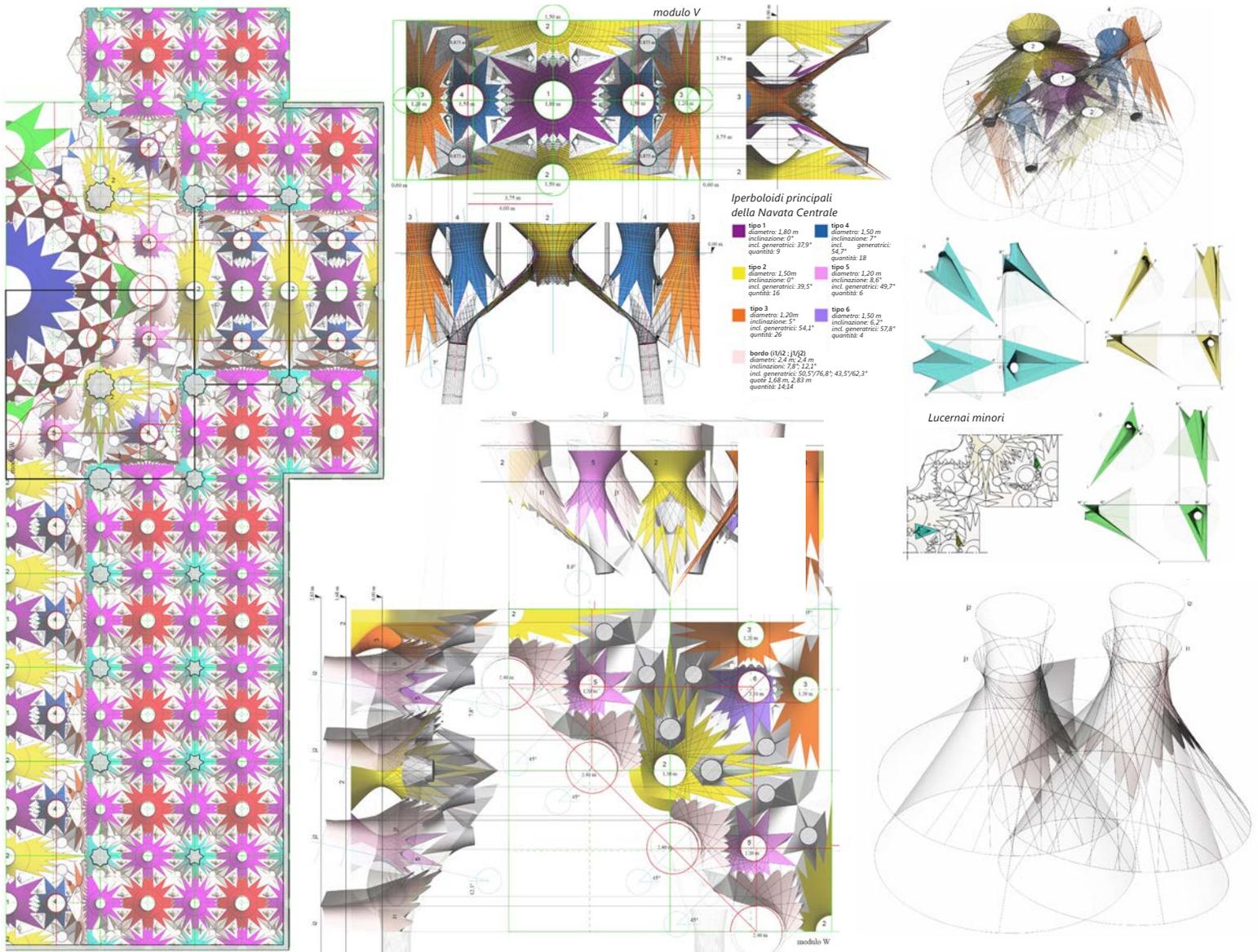
CARMELA CRESCENZI

University of Florence  
carmela.crescenzi@unifi.it

*La visione multidisciplinare di Antoni Gaudì offre un campo di studio straordinario per l'analisi di forme e geometrie complesse applicate a sistemi costruttivi ed elementi architettonici. Le sue opere, caratterizzate dalla capacità di formulare una sintesi delle forme organiche stabilendo una profonda connessione tra natura, architettura e ingegneria, rappresentano un esempio estremo di complessità formale, dove la conoscenza e le applicazioni della geometria sostengono l'intero modello concettuale.*

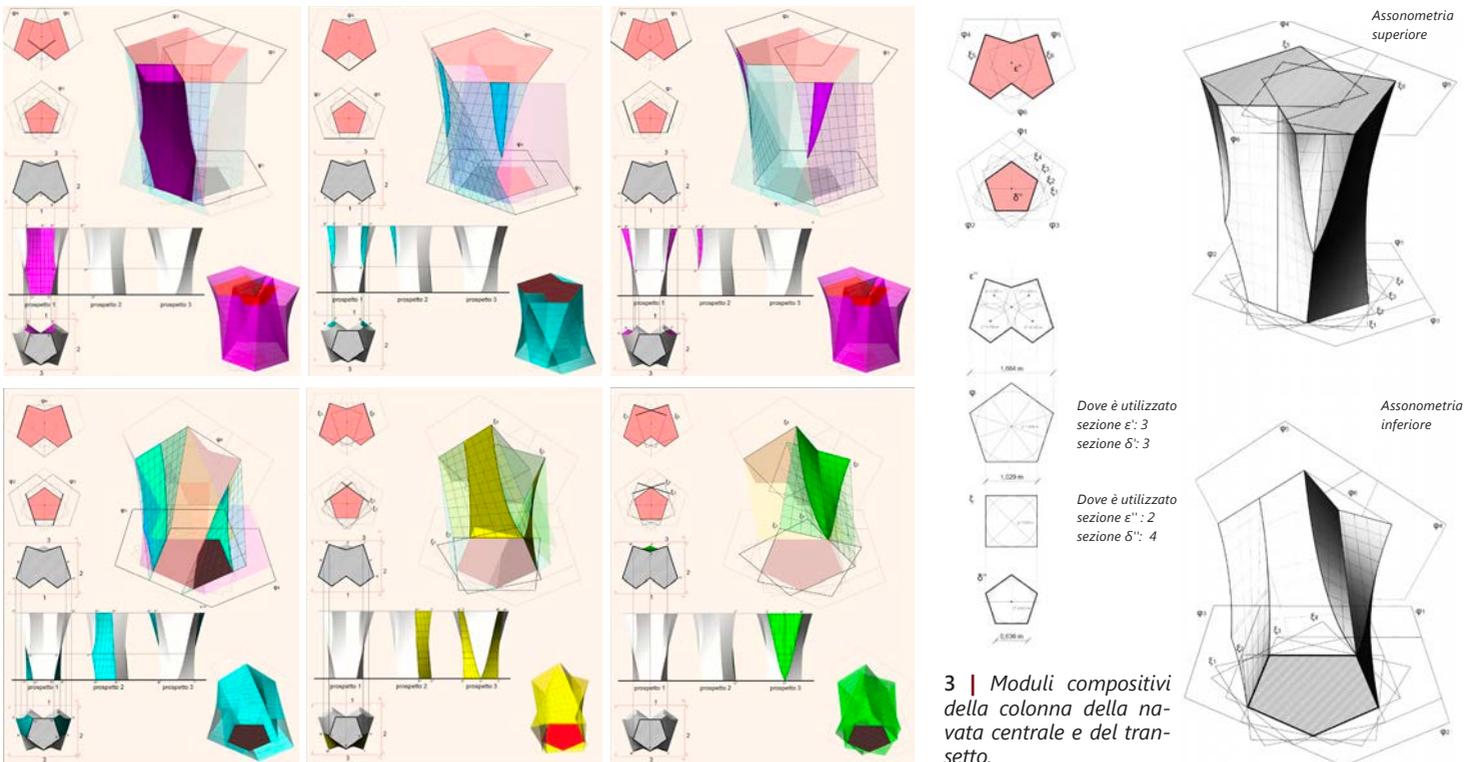
*La ricerca esplora tali costruzioni geometriche e studia, attraverso i modelli digitali, la genesi delle forme complesse e le relazioni spaziali che governano il progetto. Il disegno geometrico descrive le diverse dimensioni della complessità delle forme organiche, riproducendo, attraverso l'esplicitazione dei poligoni in rotazione, il movimento ascensionale degli alberi-pilastro. I settori di paraboloidi iperbolici riproducono quel dinamismo della natura che l'architetto andava cercando, ma anche il rigore geometrico che contraddistingue l'ordine e la proporzione nella scansione ritmica che governa l'impianto architettonico.*

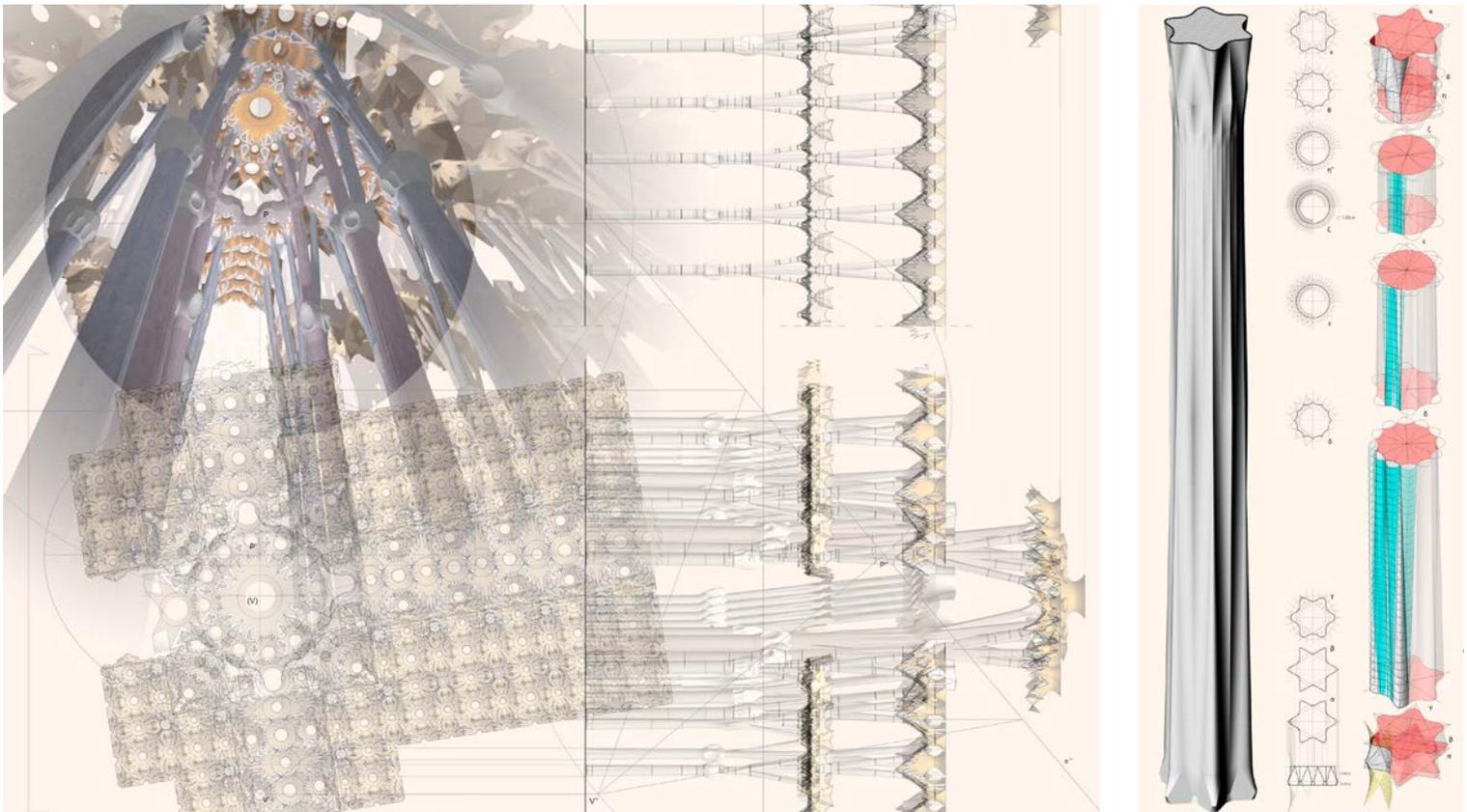
*Per comunicare con immediatezza la complessità compositiva e progettuale, la ricerca si è avvalsa delle tecniche di modellazione tridimensionale per estrusione e manipolazione delle superfici, generando strumenti narrativi digitali in grado di simulare il dinamismo e la dimensione onirica a cui tali architetture ambiscono. Video multimediali, che favoriscono la percezione tridimensionale dello spazio, permettono di comprendere la genesi geometrica di ogni elemento costruttivo e di rendere dinamica la rappresentazione dell'evoluzione delle forme, esplicitando la stretta analogia fra natura e architettura e la contestualizzazione della Sagrada Família. Il disegno, attraverso rigorose costruzioni geometriche supportate da performanti software di modellazione, affonda le radici in solide basi teoriche delle tradizionali applicazioni della geometria descrittiva.*



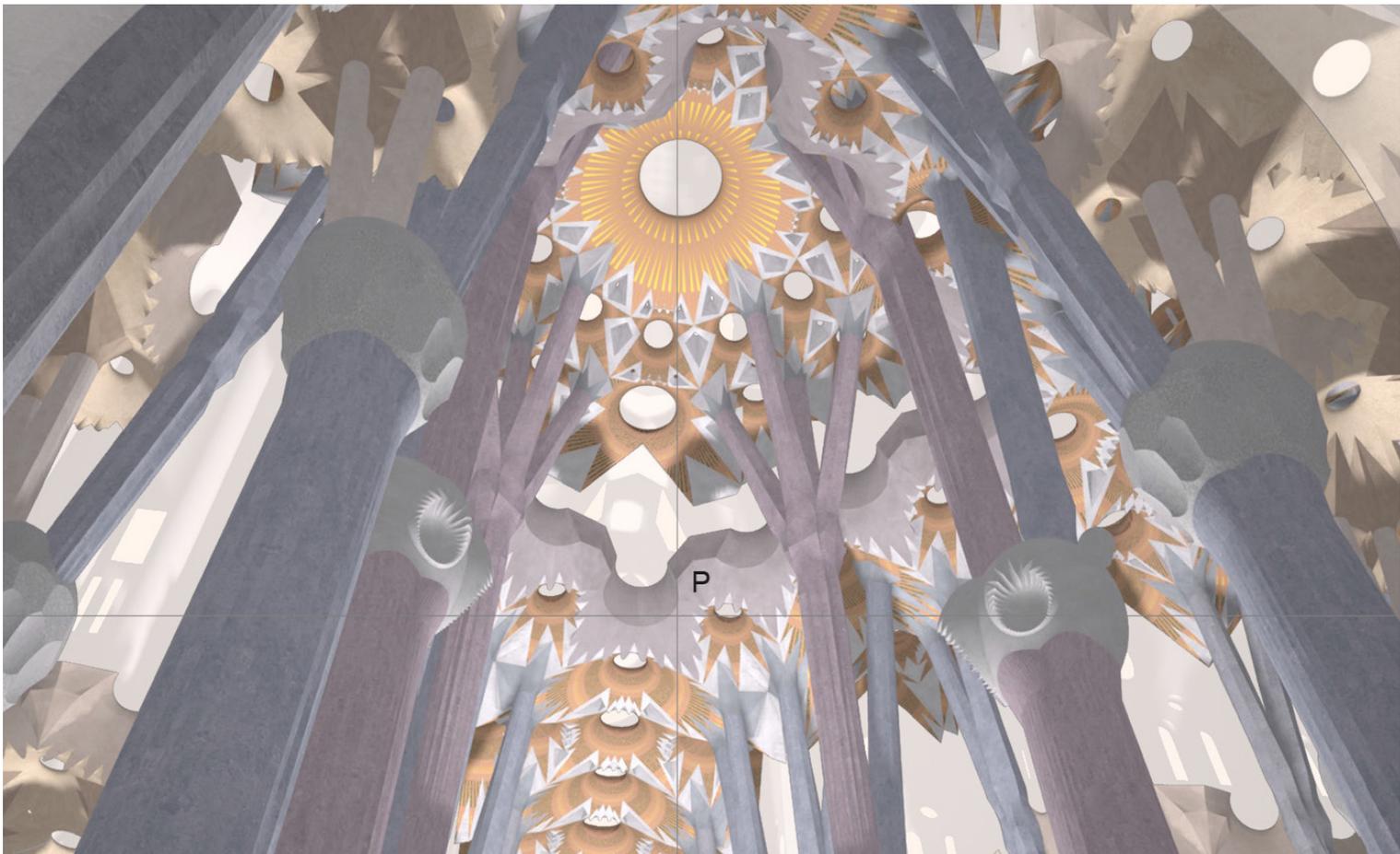
2 | Moduli compositivi delle volte dell'impianto sacro.

Genesi del nodo 88, analisi approfondita





4 | Impostazione geometrica della proiezione centrale per la vista prospettica della volta del transetto.



5 | Prospettiva della volta del transetto e parte della navata.

*I disegni sono tratti dalla tesi "Superfici geometriche nell'architettura gaudiana" di Andrea Notarstefano, rel. Prof. Carmela Crescenzi (2012/2013). La tesi è sintesi della ricerca condotta nell'ambito didattico del corso di Applicazioni della Geometria Descrittiva, Dipartimento di Architettura, docente Crescenzi Carmela.*



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** G. Anzani, *Come tenersi a debita distanza da Punti, Rette e Piani*, in *Codici grafici*, TRIBELON, II, 2024, 3, pp. 111-117.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3519>

**Published:** June, 2025

**Copyright:** 2025 Anzani G., this is an open access article published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## CODICI GRAFICI

# COME TENERSI A DEBITA DISTANZA DA PUNTI, RETTE E PIANI

GIOVANNI ANZANI

University of Florence  
giovanni.anzani@unifi.it

*Prendendo spunto dal tema del terzo numero della rivista, si propone una rivisitazione in chiave algoritmica delle nozioni classiche dei fondamenti della geometria descrittiva: gli enti geometrici fondamentali (punto, retta e piano), le condizioni fondamentali (appartenenza, parallelismo e perpendicolarità) e ausiliarie (allineamento e complanarità), le operazioni grafiche (disegno e verifica).*

*Tali nozioni hanno trovato, ormai da tempo, modo di transitare dall'analogico cartaceo (2D) al digitale CAD (2D/3D) guadagnando una terza dimensione nello spazio vettoriale; se ne propone qua un'ulteriore transizione con una serie di algoritmi che possono automatizzare e ampliare le potenzialità applicative di tali fondamenti.*

*Il testo descrive gli algoritmi AutoLISP atti a ridefinire opportunamente in AutoCAD i fondamenti della geometria descrittiva citati.*

*Saranno illustrati i predicati in grado di svolgere le operazioni grafiche di verifica delle condizioni fondamentali e ausiliarie e le procedure in grado di svolgere le operazioni grafiche di disegno che consentono la determinazione univoca di enti geometrici fondamentali, poi disegnabili in AutoCAD, applicando in maniera combinata le condizioni fondamentali. Farà seguito un'applicazione della geometria descrittiva specificatamente dedicata al tema delle equidistanze tra enti geometrici.*

*L'insieme di questi argomenti è frutto di una ricerca pluriennale e che ha portato ad un listato di codice con oltre 400 definizioni di funzione; per agevolarne la lettura, si è cercato di nominare sempre le variabili contenenti punti rette e piani come (Pu, Pu1, Pi2, ...) (Re, Re1, Re2, ...) (Pi, Pi1, Pi2, ...) e le condizioni come (App Par Per All Com).*

<sup>1</sup> L'origine del sistema di coordinate è un punto definito da una lista contenente una terna di valori nulli; possiamo definire una variabile globale a cui le procedure sviluppate potranno riferirsi quale punto in cui è collocata l'origine del sistema di coordinate (WCS o UCS):

```
◦ (setq *Pu000* (list 0.0 0.0 0.0))
```

<sup>2</sup> Definizione di un punto come lista contenente una terna di valori:

```
◦ (setq Pu1 (list Pu1_x Pu1_y Pu1_z)),
```

<sup>3</sup> Conversione di coordinate di un punto da UCS (1) a WCS (0) e viceversa:

```
◦ (setq Pu1_w (trans Pu1_u 1 0))
```

```
◦ (setq Pu1_u (trans Pu1_w 0 1))
```

È possibile automatizzare queste operazioni definendo delle procedure dedicate:

```
◦ (defun Pu_trans (Pu1 fr to) (trans Pu1 fr to))
```

```
◦ (defun Pu_trans_01 (Pu1) (Pu_trans Pu1 0 1))
```

```
◦ (defun Pu_trans_10 (Pu1) (Pu_trans Pu1 1 0))
```

<sup>4</sup> Definizione di una retta come lista contenente una terna di liste:

```
◦ (defun trasfo_2Pu_Re (Pu1 Pu2 / vers orig orig)
```

```
  (setq vers (vers_2Pu Pu1 Pu2)
```

```
        orig (flat_z_Pu (trans Pu1 0 vers))
```

```
        orig (trans orig vers 0))
```

```
  (list vers orig orig))
```

Tale procedura e altre a seguire si avvalgono di alcune procedure dedicate alla gestione di vettori e versori, al cambiamento delle coordinate di un punto, all'estrazione di elementi da una lista:

### La definizione di Punti, Rette e Piani nello spazio vettoriale

In AutoCAD gli assi del sistema di coordinate cartesiane possono essere fissi WCS (World Coordinate System) o mobili UCS (User Coordinate System) definiti di volta in volta dall'utente rispetto a quelli WCS ridefinendone l'origine<sup>1</sup> e l'orientamento (degli assi x y e con essi dell'asse z). Per definire un punto in AutoCAD<sup>2</sup>, sarà possibile attenersi alla modalità in uso per le coordinate cartesiane nello spazio euclideo tridimensionale restituendola in forma di lista contenente una terna ordinata di numeri reali; tale lista corrisponderà sempre allo stesso punto fisso nello spazio se in AutoCAD sarà attivo il WCS, mentre potrà corrispondere ad un qualsiasi altro punto nello spazio se in AutoCAD sarà attivo un UCS utente e sarà un punto mobile nello spazio al variare dell'UCS attivo.

Quando in AutoCAD è attivo uno specifico UCS è possibile effettuare la conversione di coordinate di un punto da mobili UCS a fisse WCS o viceversa<sup>3</sup>.

Per definire una retta in AutoCAD<sup>4</sup>, di cui ci interessa solo la direzione e non il verso, sarà possibile riferirsi alle equazioni parametriche della retta che, a partire da un qualsiasi punto appartenente alla retta e da un vettore non nullo parallelo alla retta, si esprimono in un sistema lineare. Per una serie di vantaggi d'uso il sistema lineare non verrà determinato, il punto appartenente alla retta sarà sempre quello risultante dalla proiezione ortogonale dell'origine del sistema di Coordinate globali WCS sulla retta (ed indicato come origine della retta), il vettore non nullo parallelo alla retta sarà sostituito dal versore parallelo alla retta orientato indifferentemente in uno dei due versi della direzione della retta.

- (defun modu\_2Pu (Pu1 Pu2)
  - (distance Pu1 Pu2))
  - (defun vett\_2Pu (Pu1 Pu2) (mapcar '- Pu2 Pu1))
  - (defun vers\_2Pu (Pu1 Pu2)
    - (mapcar '(lambda (x) (/ x (modu\_2Pu Pu1 Pu2)))
    - (vett\_2Pu Pu1 Pu2)))
    - (defun flat\_z\_Pu (Pu1) (chan\_z\_Pu Pu1 0.0))
    - (defun chan\_z\_Pu (Pu1 z)
      - (list (1° Pu1) (2° Pu1) z))
      - (defun 1° (Li1) (nth 0 Li1))
      - (defun 2° (Li1) (nth 1 Li1))
      - (defun 3° (Li1) (nth 2 Li1))
- 5 **Predicato dedicato a verificare se il sistema di coordinate attivo è quello globale WCS:**
  - (defun P\_WCS ()
    - (and (equal (getvar "ucsorg") '(0.0 0.0 0.0))
    - (equal (getvar "ucsdirdir") '(1.0 0.0 0.0))
    - (equal (getvar "ucsydir") '(0.0 1.0 0.0))))
- 6 **Definizione di un Pi** come lista contenente una terna di liste:
  - (defun trasfo\_3Pu\_Pi (Pu1 Pu2 Pu3 / vers orig orig)
    - (setq vers (vers\_3Pu Pu1 Pu2 Pu3))
    - origt (flat\_xy\_Pu (trans Pu1 0 vers))
    - orig (trans origt vers 0))
    - (list vers orig origt))
  - Tale procedura e/o altre a seguire si avvalgono di alcune procedure per la gestione di vettori e versori e per la modifica delle coordinate di un punto:
    - (defun vers\_3Pu (Pu1 Pu2 Pu3 / vett\_Pi1)
      - (setq vett\_Pi (vett\_3Pu Pu1 Pu2 Pu3))
      - (mapcar '(lambda (x) (/ x (modu\_2Pu '(0.0 0.0 0.0) vett\_Pi))) vett\_Pi))
    - (defun vett\_3Pu (Pu1 Pu2 Pu3 / x1 x2 x3 y1 y2 y3 z1 z2 z3)
      - (mapcar 'set '(x1 y1 z1 x2 y2 z2 x3 y3 z3)
      - (append Pu1 Pu2 Pu3))
      - (list (- (\* (- y2 y1)(- z3 z1)) (\* (- y3 y1)(- z2 z1)))
      - (- (\* (- x3 x1)(- z2 z1)) (\* (- x2 x1)(- z3 z1)))
      - (- (\* (- x2 x1)(- y3 y1)) (\* (- x3 x1)(- y2 y1))))))
      - (defun flat\_xy\_Pu (Pu1)
        - (chan\_xy\_Pu1 Pu1 0.0 0.0))
      - (defun chan\_xy\_Pu (Pu1 x y) (list x y (3° Pu1)))
      - (defun comb\_xy\_Pu1\_z\_Pu2 (Pu1 Pu2)
        - (chan\_z\_Pu Pu1 (3° Pu2)))
  - 7 **Procedure di selezione.** Procedura base per la selezione di un punto nel disegno corrente in coordinate UCS poi convertite in coordinate WCS, entrambe le coordinate vengono scritte al command e la procedura restituisce in uscita il punto in coordinate WCS:
    - (defun get\_WCS\_point (Pu1 txt / Pu2t Pu2)
      - (initget 9)
      - (setq Pu2t (if Pu1 (getpoint Pu1 txt) (getpoint txt)))
      - (setq Pu2 (trans Pu2t 1 0))
      - (princ "coordinate: UCS ") (princ Pu2t)
      - (princ " WCS ") (princ Pu2) (princ "\n") Pu2)
    - Procedure specifiche per la selezione di punti rette e piani nel disegno corrente:
      - (defun Get\_Pu () (get\_WCS\_point nil "\nPu:\n1° punto: "))
      - (defun Get\_Re (/ Pu1 Pu2)
        - (setq Pu1 \*Pu000\* Pu2 \*Pu000\*) (while (P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 Pu2) (setq Pu1 (get\_WCS\_point nil "\nRe:\n1° punto: ")) (setq Pu2 (get\_WCS\_point (trans Pu1 0 1) "\n2° punto: ")))
        - (princ (if (P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 Pu2) "\nSono stati forniti due punti coincidenti riprovare\n" "\n"))(trasfo\_2Pu\_Re Pu1 Pu2))
      - (defun Get\_Pi (/ Pu1 Pu2 Pu3 vers\_Pi1 orig\_Pi1)
        - (setq Pu1 \*Pu000\* Pu2 \*Pu000\* Pu3 \*Pu000\*)
        - (while (or (P\_allin\_Pu\_Pu\_Pu Pu1 Pu2 Pu3) (P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 Pu2) (P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 Pu3) (P\_coinc\_Pu\_Pu Pu2 Pu3)) (setq Pu1 (get\_WCS\_point nil "\nP\_i:\n1° punto: ")) (setq Pu2 (get\_WCS\_point (trans Pu1 0 1) "\n2° punto: ")) (setq Pu3 (get\_WCS\_point (trans Pu2 0 1) "\n3° punto: ")))

Con tali specifiche due rette coincidenti di verso opposto avranno stessa origine e versore di segno opposto; rette passanti per l'origine del sistema di coordinate globali WCS avranno tale punto come origine. Sapendo che per due punti non coincidenti passa una sola retta sarà possibile definire, come vedremo più avanti nei predicati di verifica, un predicato finalizzato ad escludere l'eventuale coincidenza dei due punti (**Pu App Pu**) e disponendone, sarà possibile definire una funzione che, dati due punti non coincidenti determini la retta passante per essi (**Re App 2Pu**) restituendola in forma di lista contenente il versore della retta, le coordinate in forma WCS ed UCS orientato dell'origine della retta. In AutoCAD esistono tre variabili di sistema necessarie all'identificazione dell'UCS corrente: "ucsorg" che contiene le coordinate WCS del punto di origine del sistema di coordinate corrente; "ucsdirdir" e "ucsydir" che contengono i versori rispettivamente della direzione x e y del sistema di coordinate corrente. Da questi dati sarà possibile determinare il versore della direzione z che seguirà la nota regola della mano destra. Tenendo conto di ciò è possibile definire uno specifico predicato che possa verificare se in AutoCAD è attivo un UCS o se è attivo il WCS<sup>5</sup>. Definire in AutoCAD un UCS equivale a definire un piano orientato di cui si conosce non solo la giacitura, ma anche la direzione su esso di una coppia di rette ortogonali tra loro uscenti dall'origine degli assi.

Per definire un **piano in AutoCAD**<sup>6</sup>, di cui ci interessa la giacitura ma non l'orientamento, sarà possibile riferirsi alle equazioni parametriche del piano che, a partire da un qualsiasi punto appartenente al piano e da due vettori non nulli paralleli al piano, si esprimono in un sistema lineare. Per una serie di vantaggi d'uso il sistema lineare non verrà determinato, il punto appartenente al piano sarà sempre quello risultante dalla proiezione ortogonale dell'origine del sistema di Coordinate globali WCS sul piano (ed indicato come origine del piano), la coppia di vettori non nulli paralleli al piano saranno sostituiti dal versore ortogonale al piano orientato indifferentemente in uno dei due versi della direzione ortogonale al piano. Con tali specifiche due piani coincidenti di orientamento opposto avranno stessa origine e versore di segno opposto; piani passanti per l'origine del sistema di coordinate globali

WCS avranno tale punto come origine. Sapendo che per tre punti non allineati passa un solo piano sarà possibile definire, come vedremo più avanti nei predicati di verifica, un predicato finalizzato ad escludere l'eventuale allineamento dei tre punti (**Pu All 2Pu**) e disponendone, sarà possibile definire una funzione che, dati tre punti non coincidenti a due a due e non allineati determini il piano passante per essi (**Pi App 3Pu**) restituendolo in forma di lista contenente il versore ortogonale al piano, le coordinate in forma WCS ed UCS orientato dell'origine del piano.

### Dai punti AutoCAD agli enti geometrici fondamentali e viceversa

Al fine di selezionare nel disegno punti rette e piani si è reso necessario scrivere specifiche procedure che agevolassero tali operazioni.

Una prima procedura base di selezione, si occupa di acquisire le coordinate tridimensionali di un punto nel disegno corrente che potrà poi essere utilizzato per definire: un **ente punto** (come unico punto necessario a definirlo), un **ente retta** (come uno dei due punti necessari a definirla), un **ente piano** (come uno dei tre punti necessari a definirlo).

Altre procedure specifiche di selezione, una per ciascun ente geometrico fondamentale: punto retta piano, si occupano, grazie alla procedura base di selezione, della raccolta dei punti necessari e, verificate eventuali coincidenze o allineamenti tra loro, della determinazione e scrittura, nel rispetto delle specifiche descritte in precedenza, di punti, rette e piani<sup>7</sup>.

Per alcune procedure che seguono, risulta necessario definire alcune procedure di trasformazione base<sup>8</sup> in grado di effettuare una conversione di rette e piani in liste di punti: data una retta si determina una coppia di punti (2Pu App Re) posti ad una distanza assegnata dall'origine della retta (come definita in precedenza); dato un piano si determina una terna di punti (3Pu App Pi), il primo coincidente con l'origine del piano (come definita in precedenza) e gli altri due posti ad una distanza assegnata dall'origine del piano secondo due direzioni ortogonali tra loro al fine da risultare tre punti del piano non allineati.

- ```
(if (P_allin_Pu_Pu_Pu Pu1 Pu2 Pu3)
(princ "\nSono stati forniti tre punti allineati ri-
provare\n" ))
(if (P_coinc_Pu_Pu Pu1 Pu2)
(princ "\nSono stati forniti due punti coinci-
denti (1 e 2) riprovare\n" ))
(if (P_coinc_Pu_Pu Pu1 Pu3)
(princ "\nSono stati forniti due punti coinci-
denti (1 e 3) riprovare\n" ))
(if (P_coinc_Pu_Pu Pu2 Pu3)
(princ "\nSono stati forniti due punti coinci-
denti (2 e 3) riprovare\n" ))
(princ "\n" )
(trasfo_3Pu_Pi Pu1 Pu2 Pu3))
```
- 8 Procedure di trasformazione base** per la conversione di rette e piani in liste di punti:
- (defun trasfo\_Re\_2Pu\_dis (Re1 dis)
(list
(trans (chan\_z\_Pu (2° Re1) (+ dis)) (1° Re1) 0)
(trans (chan\_z\_Pu (2° Re1) (- dis)) (1° Re1) 0)))
◦ (defun trasfo\_Pi\_3Pu\_dis (Pi1 dis)
(list(3° Pi1)
(trans (chan\_xy\_Pu (2° Pi1) dis 0.0) (1° Pi1) 0)
(trans (chan\_xy\_Pu (2° Pi1) 0.0 dis) (1° Pi1) 0)))
- 9 Procedure di trasformazione specifiche** per la conversione di rette e piani in liste di punti posti a distanze preassegnate. Data una retta si determina una coppia di punti (2Pu App Re) posti ad alcune distanze preassegnate.
- (defun trasfo\_Re\_2Pu\_gra (Re1)
(trasfo\_Re\_2Pu\_dis Re1 \*+gra\*))
  - (defun trasfo\_Re\_2Pu\_gig (Re1)
(trasfo\_Re\_2Pu\_dis Re1 \*+gig\*))
  - (defun trasfo\_Re\_2Pu\_inf (Re1)
(trasfo\_Re\_2Pu\_dis Re1 \*+inf\*))
- Dato un piano si determina una terna di punti (3Pu App Re), il primo coincidente con l'origine del piano come definita in precedenza e gli altri due posti ad alcune delle distanze preassegnate.
- (defun trasfo\_Pi\_3Pu\_gra (Pi1)
(trasfo\_Pi\_3Pu\_dis Pi1 \*+gra\*))
  - (defun trasfo\_Pi\_3Pu\_gig (Pi1)
(trasfo\_Pi\_3Pu\_dis Pi1 \*+gig\*))
  - (defun trasfo\_Pi\_3Pu\_inf (Pi1)
(trasfo\_Pi\_3Pu\_dis Pi1 \*+inf\*))
- 10 Distanze preimpostate** Anche per altre procedure che seguiranno oltre definiamo dei valori numerici preimpostati come segue:
- (setq \*+0.0\* 1e-8)
  - (setq \*+pic\* 1e-2)
  - (setq \*+gra\* 1e+2)
  - (setq \*+gig\* 1e+4)
  - (setq \*+inf\* 1e+8)
- Nel codice realizzato il primo valore è assimilabile ad un valore nullo ed il quinto valore è assimilabile ad un valore infinito. Il settaggio approssimato del valore nullo \*+0.0\* e del valore infinito \*+inf\* si rende necessario stanti i limiti intrinseci della precisione di AutoCAD limitata ad un numero finito di cifre decimali. La trattazione esaustiva di questo aspetto esula dal contesto della trattazione prevista per questo numero della rubrica codici grafici, se ne darà un esempio: determinati con due procedure differenti due punti Pu1 (Pu1<sub>x</sub>, Pu1<sub>y</sub>, Pu1<sub>z</sub>) e Pu2 (Pu2<sub>x</sub>, Pu2<sub>y</sub>, Pu2<sub>z</sub>) i limiti di calcolo a otto cifre decimali ed i conseguenti arrotondamenti, potrebbero determinare differenze minime nei decimali finali delle loro coordinate anche se delle costruzioni geometriche sostitutive delle algoritmiche determinerebbero due punti coincidenti; in tal caso la loro distanza risulterebbe infinitesima e non nulla come dovrebbe.
- 11 Predicati sull'appartenenza** per la verifica di tale condizione tra tra punti rette e piani:
- (defun P\_appar\_Pu\_Re (Pu1 Re1)
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 (Pu\_pro\_Re Pu1 Re1)))
  - (defun P\_appar\_Pu\_Pi (Pu1 Pi1)
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 (Pu\_pro\_Pi Pu1 Pi1)))
- (defun P\_appar\_Re\_Pi (Re1 Pi1)
(P\_coinc\_Re\_Re Re1 (Re\_pro\_Pi Re1 Pi1)))
- 12 Predicati sulla coincidenza** per la verifica di tale condizione tra punti rette e piani:
- (defun P\_coinc\_Pu\_Pu (Pu1 Pu2)
(equal 0.0 (distance Pu1 Pu2) \*+0.0\*))
  - (defun P\_coinc\_Re\_Re (Re1 Re2)
(and (P\_paral\_Re\_Re Re1 Re2)
(P\_coinc\_Pu\_Pu (3° Re1) (3° Re2))))
  - (defun P\_coinc\_Pi\_Pi (Pi1 Pi2)
(and (P\_paral\_Pi\_Pi Pi1 Pi2)
(P\_coinc\_Pu\_Pu (3° Pi1) (3° Pi2))))
- 13** Si rimanda a quanto scritto nella nota 10.
- 14 Procedure sulle proiezioni ortogonali** tra enti geometrici:
- (defun Pu\_pro\_Re (Pu1 Re1)
(trans (comb\_xy\_Pu1\_z\_Pu2 (3° Re1) (trans Pu1 0 (1° Re1))) (1° Re1) 0))
  - (defun Pu\_pro\_Pi (Pu1 Pi1)
(trans (comb\_xy\_Pu1\_z\_Pu2 (trans Pu1 0 (1° Pi1)) (3° Pi1)) (1° Pi1) 0))
  - (defun Re\_pro\_Pi (Re1 Pi1 / IPu IPuP)
(apply 'trasfo\_2Pu\_Re (IPu\_pro\_Pi
(trasfo\_Re\_2Pu\_gra Re1) Pi1)))
  - (defun IPu\_pro\_Pi (IPu Pi1)
(mapcar '(lambda (x) (Pu\_pro\_Pi x Pi1)) IPu))
- 15 Predicati sul parallelismo e sulla perpendicolarità** per la verifica di tali condizioni tra due versori:
- (defun P\_paral\_2Ver (Ver1 Ver2)
(or (equal Ver1 Ver2 \*+0.0\*)
(equal Ver1 (mapcar '(lambda (x) (\* x -1))
Ver2) \*+0.0\*)))
  - (defun P\_perpe\_2Ver (Ver1 Ver2)
(equal 0.0 (apply '+ (mapcar '\* Ver1 Ver2))
\*+0.0\*)))
- 16 Predicati sul parallelismo e sulla perpendicolarità** per la verifica di tali relazioni fondamentali tra rette e piani:
- (defun P\_paral\_Re\_Re (Re1 Re2)
(P\_paral\_2Ver (1° Re1) (1° Re2)))
  - (defun P\_paral\_Pi\_Pi (Pi1 Pi2)
(P\_paral\_2Ver (1° Pi1) (1° Pi2)))
  - (defun P\_paral\_Re\_Pi (Re1 Pi1)
(P\_perpe\_2Ver (1° Re1) (1° Pi1)))
  - (defun P\_perpe\_Re\_Re (Re1 Re2)
(P\_perpe\_2Ver (1° Re1) (1° Re2)))
  - (defun P\_perpe\_Pi\_Pi (Pi1 Pi2)
(P\_perpe\_2Ver (1° Pi1) (1° Pi2)))
  - (defun P\_perpe\_Re\_Pi (Re1 Pi1)
(P\_paral\_2Ver (1° Re1) (1° Pi1)))
- 17 Predicati sull'allineamento e sulla complanarità** per la verifica di tali condizioni tra tre punti rette e piani:
- (defun P\_allin\_Pu\_Pu\_Pu (Pu1 Pu2 Pu3)
(or (P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 Pu2)
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 Pu3)
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu2 Pu3)
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu3 (Pu\_pro\_2Pu Pu3 Pu1 Pu2)))
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu2 (Pu\_pro\_2Pu Pu2 Pu1 Pu3))
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 (Pu\_pro\_2Pu Pu1 Pu2 Pu3))))
  - (defun P\_compl\_Pu\_Pu\_Pu (Pu1 Pu2 Pu3 Pu4)
(or (P\_allin\_Pu\_Pu\_Pu Pu1 Pu2 Pu3)
(P\_allin\_Pu\_Pu\_Pu Pu1 Pu2 Pu4)
(P\_allin\_Pu\_Pu\_Pu Pu1 Pu3 Pu4)
(P\_allin\_Pu\_Pu\_Pu Pu2 Pu3 Pu4)
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu4 (Pu\_pro\_3Pu Pu4 Pu1 Pu2 Pu3))
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu3 (Pu\_pro\_3Pu Pu3 Pu1 Pu2 Pu4))
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu2 (Pu\_pro\_3Pu Pu2 Pu1 Pu3 Pu4))
(P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 (Pu\_pro\_3Pu Pu1 Pu2 Pu3 Pu4))))
  - (defun P\_compl\_4Pu (Pu1 Pu2 Pu3 Pu4)
(P\_compl\_Pu\_Pu\_Pu\_Pu Pu1 Pu2 Pu3 Pu4))
  - (defun P\_compl\_Pu\_Pi (Pu1 Pi1) (P\_coinc\_Pu\_Pu Pu1 (Pu\_pro\_Pi Pu1 Pi1)))
  - (defun P\_compl\_Re\_Re (Re1 Re2 / Pu1 Pu2 Pu3 Pu4)
(mapcar 'set '(Pu1 Pu2) (trasfo\_Re\_2Pu\_gra Re1))
(mapcar 'set '(Pu3 Pu4) (trasfo\_Re\_2Pu\_gra Re2))
(P\_compl\_4Pu Pu1 Pu2 Pu3 Pu4))

È possibile predisporre per comodità delle procedure di trasformazione specifiche<sup>9</sup> che restituiscano tali punti, a distanze preimpostate<sup>10</sup> rispetto alle origini di rette e piani.

## Predicati di verifica delle condizioni

I predicati che seguono si occupano della verifica delle condizioni fondamentali di appartenenza tra punti rette e piani, di parallelismo e perpendicolarità tra rette e piani e delle condizioni ausiliarie di allineamento e complanarità tra punti rette e piani.

La descrizione algoritmica di tali predicati è riportata caso per caso nel testo, la descrizione geometrica è invece riportata nella didascalia di Fig.1.

Le verifiche di appartenenza hanno interessato enti geometrici fondamentali di tipo differente<sup>11</sup>:

- **(Pu App Re)** Un punto ed una retta si appartengono se il punto coincide con la sua proiezione ortogonale sulla retta;

- **(Pu App Pi)** Un punto ed un piano si appartengono se il punto coincide con la sua proiezione ortogonale sul piano;

- **(Re App Pi)** Una retta ed un piano si appartengono se la retta coincide con la sua proiezione ortogonale sul piano.

ma anche enti geometrici fondamentali dello stesso tipo, distinguendo però formalmente i predicati seguenti di verifica della coincidenza dai precedenti di verifica dell'appartenenza<sup>12</sup>:

- **(Pu App Pu)** Due punti sono coincidenti se la loro distanza è pari a 0 o inferiore a \*+0.0\*<sup>13</sup>;

- **(Re App Re)** Due rette sono coincidenti se sono parallele e le loro origini in coordinate WCS sono coincidenti;

- **(Pi App Pi)** Due piani sono coincidenti se sono paralleli e le loro origini in coordinate WCS sono coincidenti;

I predicati per le verifiche di appartenenza e coincidenza si avvalgono di procedure già descritte e di procedure dedicate alla proiezione ortogonale di punti e rette su piani<sup>14</sup>.

Le verifiche di parallelismo e di perpendicolarità si occupano solamente degli enti geometrici fondamentali dotati di un orientamento, ovvero di rette e piani: relativamente alle rette considerano

| Entità | Appartenenza |                     |         |                | Parallelismo |                      |         |          | Perpendicolarità |                         |         |          |
|--------|--------------|---------------------|---------|----------------|--------------|----------------------|---------|----------|------------------|-------------------------|---------|----------|
|        | ID           | Relazione           | Disegno | Verifica       | ID           | Relazione            | Disegno | Verifica | ID               | Relazione               | Disegno | Verifica |
| Pu     | A            | $\circ \in /$       | ----    | ----           |              |                      |         |          |                  |                         |         |          |
|        | B            | $\circ \in \square$ | D A     | (C D)<br>(D C) |              |                      |         |          |                  |                         |         |          |
| Re     | C            | $/ \in \circ$       | ----    | ----           | G            | $/ // /$             | ----    | ----     | O                | $/ \perp /$             | R D     | (F R)    |
|        | D            | $/ \in \square$     | ----    | ----           | H            | $/ // \square$       | N D     | (N F)    | P                | $/ \perp \square$       | F Q     | (R F)    |
| Pi     | E            | $\square \in \circ$ | C F     | (C D)<br>(D C) | L            | $\square // /$       | G F     | (G D)    | Q                | $\square \perp /$       | ----    | ----     |
|        | F            | $\square \in /$     | ----    | ----           | M            | $\square // \square$ | F N     | (F N)    | R                | $\square \perp \square$ | Q F     | (D Q)    |
|        |              |                     |         |                | N            | $\square // \square$ | ----    | ----     | S                | $\square \perp \square$ | D R     | (Q D)    |
|        |              |                     |         |                |              |                      |         |          | T                | $\square \perp \square$ | ----    | ----     |

**1 | Le relazioni fondamentali.** Una schematizzazione delle condizioni fondamentali di appartenenza (da A ad F), di parallelismo (da G a N) di perpendicolarità (da O a T) tra punti rette e piani. Le condizioni che seguono possono essere applicate senza necessità di costruzioni ausiliarie:

- **A F** – Data una retta è possibile disegnare (Pu App Re) o Pi App Re, o dati punto e retta o retta e piano è possibile verificare la reciproca App.
  - **C D** – Dato un punto o un piano è possibile disegnare Re App Pu o Re App Pu; dati punto e retta o retta e piano è possibile verificare la reciproca App.
  - **G N** – Data una retta o un piano è possibile disegnare Re Par Re o Pi Par Pi, o dati due rette o due piani è possibile verificare il reciproco Par.
  - **Q R** – Data una retta o un piano è possibile disegnare Pi Per Re o Re Per Pi, o dati una retta e un piano è possibile verificare la reciproca Per.
- Per le condizioni che seguono l'assegnazione di una lettera alle varie condizioni permette la descrizione simbolica dell' algoritmo geometrico necessario alla loro applicazione.
- **B E** – Dato un piano per disegnare Pu App Pi è necessario avvalersi di D e A (Pu App Re App Pi), dato un punto per dis Pi App Pu è necessario avvalersi di C e F (Pi App Re App Pu); dati un punto e un piano per verificare la reciproca App è necessario avvalersi di C che ver D (Re App Pu Pi) o di D che ver C (Re App Pi Pu).
  - **H I** – Dato un piano per disegnare Re Par Pi è necessario avvalersi di N e D (Re App Pi Par Pi) o di D e G (Re Par Re App Pi) o dati una retta e un piano per verificare il reciproco Par è necessario avvalersi di N che ver F (Pi Par Pi e App Re) o di D che ver G (Re App Pi e Par Re).
  - **L M** – Data una retta per disegnare Pi Par Re è necessario avvalersi di G e F (Pi App Re Par Re) o di F e N (Pi Par Pi App Re) o dati una retta ed un piano per verificare il reciproco Par è necessario avvalersi di G che ver D (Re Par Re e App Pi) o di F che ver N (Pi App Re e Par Pi).
  - **O P** – Data una retta per disegnare Re Per Re è necessario avvalersi di R e D (Re App Pi Per Re) o di F e Q (Re Per Pi App Re); date due rette per verificare la reciproca Per è necessario avvalersi di F che ver R (Pi App Re e Per Re) o di R che ver F (Pi Per Re e App Re).
  - **S T** – Dato un piano per disegnare Pi Per Pi è necessario avvalersi di Q e F (Pi App Re Per Pi) o di D e R (Pi Per Re App Pi); dati due piani per verificare la reciproca Per è necessario avvalersi di D che ver Q (Re App Pi e Per Pi) o di Q che ver D (Re Per Pi e App Pi).

- 18 Procedure** sulle proiezioni ortogonali tra punti e per la determinazione di vettori tra punti:
- (defun Pu\_pro\_2Pu (Pu1 Pu2 Pu3 / vett\_23) (setq vett\_23 (vett\_2Pu Pu2 Pu3)) (trans (comb\_xy\_Pu1\_z\_Pu2 (trans Pu2 0 vett\_23) (trans Pu1 0 vett\_23)) vett\_23 0))
  - (defun vett\_2Pu (Pu1 Pu2) (mapcar '- Pu2 Pu1))
  - (defun Pu\_pro\_3Pu (Pu1 Pu2 Pu3 Pu4 / vett\_234) (setq vett\_234 (vett\_3Pu Pu2 Pu3 Pu4)) (trans (comb\_xy\_Pu1\_z\_Pu2 (trans Pu1 0 vett\_234) (trans Pu2 0 vett\_234)) vett\_234 0))
  - (defun vett\_3Pu (Pu1 Pu2 Pu3 / x1 x2 x3 y1 y2 y3 z1 z2 z3) (mapcar 'set '(x1 y1 z1 x2 y2 z2 x3 y3 z3) (append Pu1 Pu2 Pu3)) (list (- (\* (- y2 y1)(- z3 z1)) (\* (- y3 y1)(- z2 z1)) (- (\* (- x3 x1)(- z2 z1)) (\* (- x2 x1)(- z3 z1))) (- (\* (- x2 x1)(- y3 y1)) (\* (- x3 x1)(- y2 y1))))))
- 19 Il disegno delle condizioni** tramite procedure è limitato necessariamente a quelle che determinano univocamente un ente, per l'appartenenza: (Pu App 2Re), (Pu App 3Pi), (Re App 2Pu), (Re App 2Pi), (Pi App 2Re), (Pi App 3Pu); mentre, sempre per l'appartenenza: (Pu App Re), (Pu App Pi) (Pu App 2Pi), (Re App Pu), (Re App Pi), (Pi App Re), (Pi App Pu), (Pi App 2Pu) saranno condizioni ammissibili solamente per una verifica.
- 20 Le distanze minima e massima** rispetto ad un singolo ente geometrico saranno rispettivamente: nulla perché il punto da sé stesso, i punti dalla retta punteggiata e i punti del piano punteggiato si troveranno per coincidenza o per appartenenza a distanza nulla dall'ente geometrico; infinita perché dall'ente potremo allontanarci ponendoci ad una distanza via via crescente e tendente ad infinito.
- 21 I luoghi geometrici di distanza specifica** dei singoli enti geometrici saranno rispettivamente: per un punto una superficie sferica di raggio DSp ed avente il centro nel punto dato, per la retta una superficie cilindrica circolare retta di raggio DSp ed asse coincidente con la retta data e per un piano una coppia di superfici piane poste a distanza DSp dal piano dato, una per ciascun semispazio individuato dal piano stesso. Tali luoghi geometrici, a distanza nulla coincideranno con l'ente: la superficie sferica di raggio 0 si ridurrà ad un punto, il cilindro di raggio 0 si ridurrà ad una retta e i due piani a distanza 0 dal piano dato coincideranno con esso.

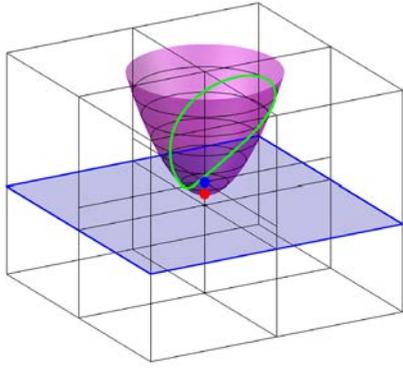
solamente la loro direzione e relativamente ai piani considerano solamente la loro giacitura. Dato che direzioni e giaciture sono parte delle loro definizioni come versore parallelo alla retta e come versore ortogonale al piano è molto agevole definire i predicati relativi a tali verifiche perché, a seconda dei casi, sarà sufficiente verificare il parallelismo o la perpendicolarità dei due versori coinvolti con degli specifici predicati<sup>15</sup>.

Si sono considerate le seguenti verifiche di parallelismo e perpendicolarità tra rette e piani<sup>16</sup>:

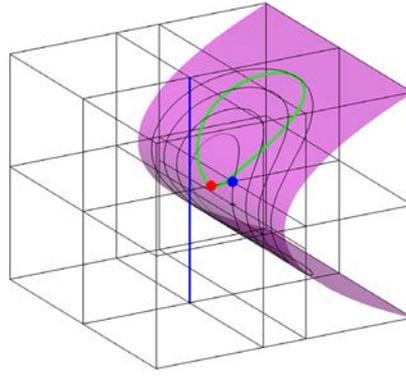
- **(Re Par Re)** Due rette sono tra loro parallele se lo sono i loro versori;
- **(Re Par Re)** Due piani sono tra loro paralleli se lo sono i loro versori;
- **(Re Par Pi)** Una retta ed un piano sono tra loro paralleli se i loro versori sono perpendicolari;
- **(Re Per Re)** Due rette sono tra loro perpendicolari se lo sono i loro versori;
- **(Pi Per Pi)** Due piani sono tra loro perpendicolari se lo sono i loro versori;
- **(Re Per Pi)** Una retta ed un piano sono tra loro perpendicolari se i loro versori sono paralleli.

Si sono considerate le seguenti verifiche di allineamento e complanarità tra punti rette e piani<sup>17</sup>:

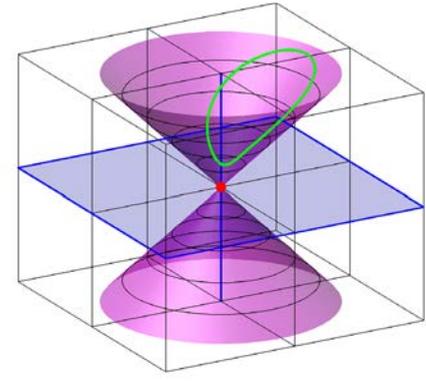
- **(3Pu All)** Tre punti sono allineati tra loro per l'eventuale presenza: di coincidenze tra due dei tre punti o di coincidenze tra uno dei punti e la sua proiezione sulla retta definita dagli altri due punti.
- **(4Pu Com)** Quattro punti sono complanari tra loro per l'eventuale presenza: di coincidenze tra due dei quattro punti, di allineamenti tra tre dei quattro punti o di coincidenze tra uno dei punti



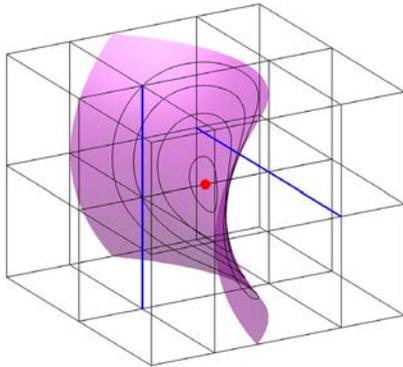
**2 |** L'equidistanza tra un punto ed un piano.  
 Dati (in blu) un punto e un piano è possibile determinare geometricamente: il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai due enti geometrici, LG generalmente rappresentato da un paraboloido circolare (ellittico di rotazione) di equidistanza complessiva EQCo (Pu Pi); la curva quartica (in verde) LG di equidistanza complessiva EQCo (Pu Re Pi) (si veda Fig.9) appartenente al LG EQCo (Pu Pi); circonferenze (in nero) LG di equidistanza specifica EQSp (Pu Pi) appartenenti al LG EQCo (Pu Pi); il punto (in rosso) di equidistanza minima EQMi (Pu Pi).



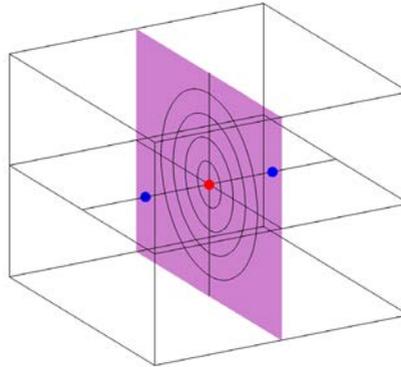
**3 |** L'equidistanza tra un punto ed una retta.  
 Dati (in blu) un punto e una retta è possibile determinare geometricamente il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai due enti geometrici, LG generalmente rappresentato da un cilindro parabolico di equidistanza complessiva EQCo (Pu Re); la curva quartica (in verde) LG di equidistanza complessiva EQCo (Pu Re Pi) (si veda Fig.9) appartenente al LG EQCo (Pu Re); curve (in nero) di equidistanza specifica EQSp (Pu Re) appartenenti al LG EQCo (Pu Re); il punto (in rosso) di equidistanza minima EQMi (Pu Re).



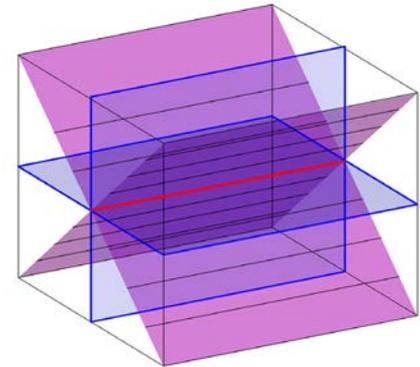
**4 |** L'equidistanza tra una retta ed un piano.  
 Dati (in blu) retta e piano è possibile determinare geometricamente il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai due enti geometrici, LG generalmente rappresentato da un cono ellittico retto a due falde (in figura, nel caso particolare di Re Per Pi, rappresentato da un cono circolare retto a due falde) di equidistanza complessiva EQCo (Re Pi); la curva quartica (in verde) LG di equidistanza complessiva EQCo (Pu Re Pi) (si veda Fig.9) appartenente al LG EQCo (Re Pi); circonferenze (in nero) di equidistanza specifica EQSp (Re Pi) appartenenti al LG EQCo (Re Pi), il punto (in rosso) di equidistanza minima EQMi (Re Pi).



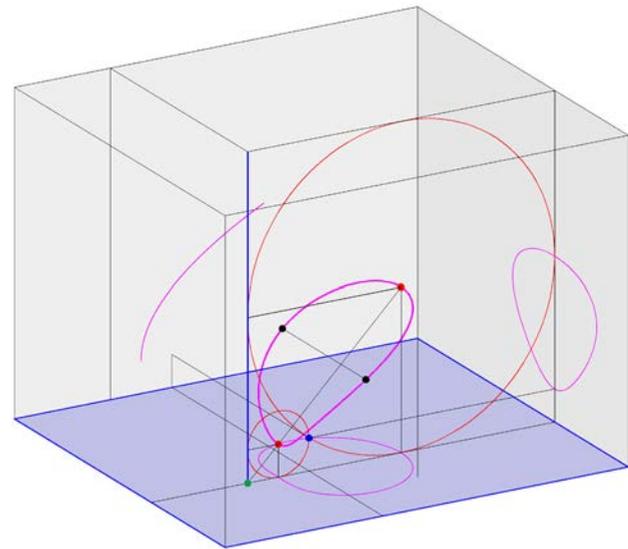
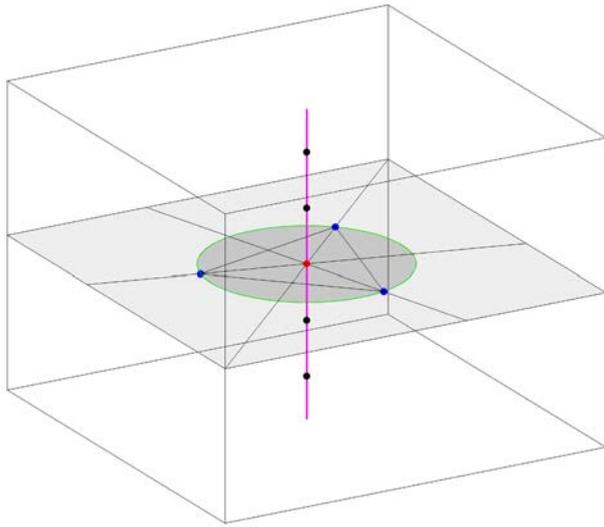
**5 |** L'equidistanza tra due rette.  
 Date (in blu) due rette è possibile determinare geometricamente: il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai due enti geometrici, LG generalmente rappresentato da un paraboloido iperbolico (o a sella) (in figura, nel caso particolare Re Per Re) di equidistanza complessiva EQCo (Re Re); curve (in nero) di equidistanza specifica EQSp (Re Re) appartenenti al LG EQCo (Re Re); il punto (in rosso) di equidistanza minima EQMi (Re Re).



**6 |** L'equidistanza tra due punti.  
 Dati (in blu) due punti è possibile determinare geometricamente: il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai due enti geometrici, LG rappresentato da una superficie piana (quadrica data da due piani coincidenti) di equidistanza complessiva EQCo (Pu Pu); circonferenze (in nero) LG di equidistanza specifica EQSp (Pu Pu) appartenenti al LG EQCo (Pu Pu); il punto (in rosso) di equidistanza minima EQMi (Pu Pu).  
 Supponiamo la coppia di punti non coincidenti Pu1 Pu2 (in blu), posti a distanza 100, il loro punto medio Pu3 (in rosso) sarà equidistante 50 da entrambi (EQMi), tale punto apparterrà alla retta Re1 per i punti dati e al piano Pi1 (in viola) ortogonale a Re1 ed appartenente a Pu3; sul piano Pi1 luogo geometrico di equidistanza complessiva EQCo si troveranno infinite circonferenze (in nero) di centro Pu3 luogo geometrico di equidistanza specifica EQSp (ad esempio i punti di una circonferenza di raggio 50 saranno equidistanti 70.71 dai punti dati).



**7 |** L'equidistanza tra due piani.  
 Dati (in blu) due piani è possibile determinare geometricamente il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai due enti geometrici; LG generalmente rappresentato dalla coppia di piani bisettori dei due piani dati (quadrica data da due piani incidenti) di equidistanza complessiva EQCo (Pi Pi); quaterne di rette (in nero), due per piano bisettore, LG di equidistanza specifica EQSp (Pi Pi) appartenenti al LG EQCo (Pi Pi); la retta (in rosso) di equidistanza minima EQMi (Pi Pi).



e la sua proiezione sul piano definito dagli altri tre punti;

- **(Pu Com Pi)** Un punto è complanare ad un piano per l'eventuale coincidenza del punto con la sua proiezione sul piano;
- **(2Re Com)** Due rette sono complanari se è verificata la complanarità dei quattro punti ricavati a coppie dalle due rette.

I predicati per le verifiche di allineamento e complanarità si avvalgono di procedure geometriche dedicate alla proiezione ortogonale di punti su coppie o terne di punti e per la determinazione di vettori paralleli o ortogonali, rispettivamente a coppie o terne di punti<sup>18</sup>.

### Predicati di disegno delle condizioni

La trattazione delle funzioni di disegno delle condizioni fondamentali di appartenenza, parallelismo e perpendicolarità tra punti rette e piani<sup>19</sup> è limitata alla loro descrizione geometrica riportata nella didascalia della tabella di Fig.1.

### L'equidistanza tra enti geometrici fondamentali

La trattazione delle funzioni dedicate alle equidistanze è limitata ai concetti introduttivi, alla nomenclatura e ad una serie di immagini indicate a seguire.

Dato un singolo ente geometrico fondamentale (**Pu**, **Re**, **Pi**), è possibile definire rispetto ad esso: • un valore nullo di distanza minima (**DMi**); • un valore infinito di distanza massima (**DMA**)<sup>20</sup>; • il luogo geometrico, rappresentato da

una **superficie**<sup>21</sup> di distanza specifica (**DSp**), contenente tutti i punti tra loro equidistanti dall'ente geometrico e posti a distanza compresa tra **DMi** e **DMA**;

- il luogo geometrico, rappresentato dall'intero spazio 3D di distanza complessiva (**DCo**) contenente tutte le superfici **DSp**.

Data una coppia di enti geometrici di tipo differente (**PuRe** Fig.3, **PuPi** Fig.2, **RePi** Fig.4) o dello stesso tipo (**2Pu** Fig.6, **2Re** Fig.5 **2Pi** Fig.7) è possibile definire rispetto ad essi: • un valore (nullo se incidenti) di equidistanza minima (**EQMi**); • un valore (infinito) di equidistanza massima (**EQMa**); • un luogo geometrico di equidistanza specifica (**EQSp**), rappresentato in genere da una curva contenente tutti i punti posti ad un'equidistanza specifica compresa tra **EQMi** e **EQMa**; • un luogo geometrico di equidistanza complessiva (**EQCo**), rappresentato in genere da una superficie quadrica contenente tutte le curve **EQSp**.

Data una terna di enti geometrici di tipo differente (**2PuRe**, **2PuPi**, **Pu2Re** Fig.10, **Pu2Pi**, **PuRePi** Fig.9 e 10, **2RePi** Fig.10, **Re2Pi**) o dello stesso tipo (**3Pu** Fig.8, **3Re**, **3Pi**) è possibile definire rispetto ad essi: • un valore (nullo se tutti incidenti) di equidistanza minima (**EQMi**); • un valore (in alcuni casi infinito) di equidistanza massima (**EQMa**); • una serie finita di punti posti ad un valore di equidistanza specifica (**EQSp**) compresa tra **EQMi** e **EQMa**; • un luogo geometrico di equidistanza complessiva (**EQCo**), rappresentato in genere da una curva quartica contenente tutte le serie di punti **EQSp**. sentato dall'intero spazio 3D di distanza complessiva (**DCo**) contenente tutte le superfici **DSp**.

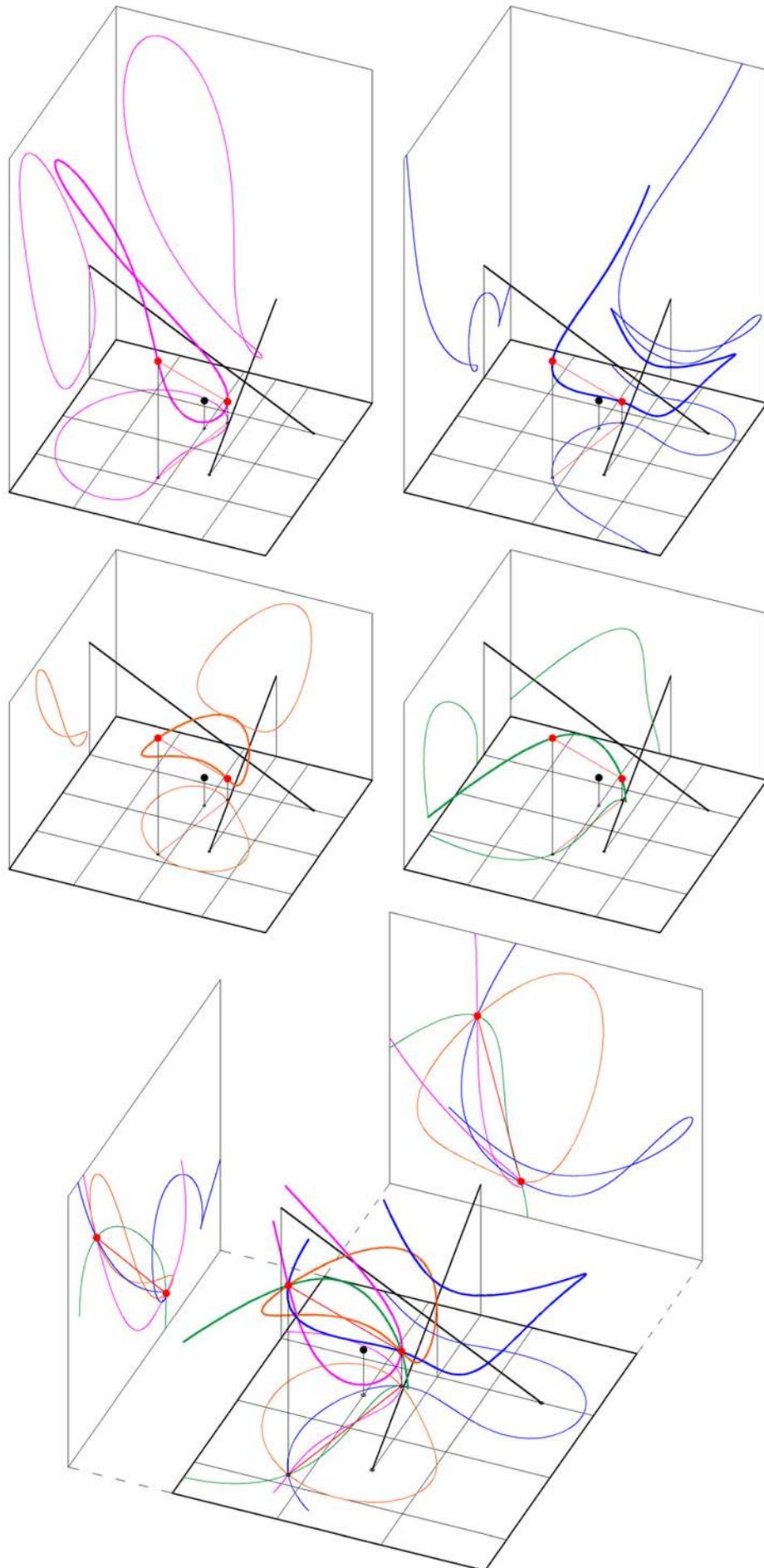
#### 8 | L'equidistanza tra tre punti.

Dati (in blu) tre punti è possibile determinare geometricamente: il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai tre enti geometrici, **LG** rappresentato da una retta di equidistanza complessiva **EQCo** (**Pu Pu Pu**); coppie di punti (in nero) di equidistanza specifica **EQSp** (**Pu Pu Pu**) appartenenti al **LG EQCo** (**Pu Pu Pu**); il punto (in rosso) di equidistanza minima **EQMi** (**Pu Pu Pu**).

Supponiamo la terna di punti non coincidenti e non allineati **Pu1 Pu2 Pu3** (in blu), posti a formare un triangolo equilatero di lato 100, il loro circocentro **Pu4** (in rosso) sarà equidistante 57,735 dai tre punti dati, valore di equidistanza minima **EQMi**, tale punto apparterrà al piano **Pi1** (in grigio) per i punti dati ed alla retta **Re1** (in viola) appartenente a **Pu4** e perpendicolare a **Pi1**; su **Re1** si troveranno infinite coppie di punti (in nero), simmetrici a **Pu4** e a **Pi1** posti ad una equidistanza specifica **EQSp** (**Pu Pu Pu**) dai punti dati (ad esempio i punti a distanza 50 da **Pu4** saranno equidistanti 76.376 dai punti dati); la retta **Re1**, contenente tutti i punti equidistanti dai punti dati definirà il luogo geometrico di equidistanza complessiva **EQCo**.

#### 9 | L'equidistanza tra un punto una retta ed un piano.

Dati (in blu) un punto, una retta ed un piano è possibile determinare geometricamente: il luogo geometrico (in magenta) a cui appartengono tutti i punti che si trovano alla stessa distanza dai tre enti geometrici dati, **LG** rappresentato da una curva quartica (monogrammica e simmetrica rispetto al piano definito dal punto e dalla retta dati) di equidistanza complessiva **EQCo** (**Pu Re Pi**); due circonferenze complanari (in rosso) aventi per centri una coppia di punti (in rosso) di equidistanza minima **EQMi** (**Pu Re Pi**) e massima **EQMa** (**Pu Re Pi**) appartenenti al **LG EQCo** (circonferenze passanti per il punto dato e tangenti alla retta e al piano dato a dimostrazione dell'equidistanza dei due centri dai tre enti geometrici fondamentali assegnati); coppie di punti (in nero) di equidistanza specifica **EQSp** (**Pu Re Pi**) appartenenti, anch'essi al **LG EQCo**. La curva quartica di equidistanza complessiva dei tre enti geometrici assegnati deriva dall'intersezione a coppie delle tre superfici quadriche di equidistanza complessiva ottenibili dai tre enti geometrici assegnati presi a coppie (Fig. 2, 3, 4)



“ Le nozioni classiche dei fondamenti della geometria descrittiva possono essere reinterpretate con algoritmi informatici che ne automatizzano ed ampliano le potenzialità applicative.

10 | L'equidistanza tra un punto due rette ed un piano. Dati (in nero) un punto, due rette ed un piano è possibile determinare geometricamente (in rosso) i punti di equidistanza complessiva EQCo ( $Pu \ 2Re \ Pi$ ); tali punti derivano dall'intersezione a coppie delle quattro curve quartiche equidistanza complessiva presenti nelle prime quattro immagini (in magenta, blu, arancione e verde) ed ottenibili dai quattro enti geometrici dati presi a terne; nell'immagine finale un ingrandimento di sintesi.

### Bibliografia

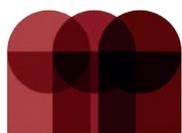
Autodesk, *AutoCAD: manuale di personalizzazione release 13*, Autodesk development B.V., 1994.

Anzani Giovanni, *Algoritmi di geometria descrittiva in AutoLISP su punti rette e piani*, Lulu, 2018.

Berzolari Luigi, *Geometria analitica – II, Curve e superficie del secondo ordine*, Editore Ulrico Hoepli, Milano, 1916.

Campedelli Luigi, *Lezioni di geometria Vol. 1° e 2*, Cedam, Padova, 1967

Standiford Kevin, *AutoLISP to Visual LISP*. Thomson Learning (Autodesk Press), Canada, 2001.



TRIBELON

RIVISTA DI DISEGNO  
UNIVERSITÀ DEGLI  
STUDI DI FIRENZE

VOL. 2 | N. 3 | 2025  
MODELLI, FORME E GEOMETRIE  
MODELS, SHAPES AND GEOMETRIES

**Citation:** *Dialogo con Riccardo Migliari*, S. Parrinello (a cura di), in *Linee di Ispirazione. Interviste ai maestri del disegno*, TRIBELON, II, 2025, 3, pp. 118-127.

**ISSN (stampa):** 3035-143X

**ISSN (online):** 3035-1421

**doi:** <https://doi.org/10.36253/tribelon-3520>

**Copyright:** 2024 TRIBELON. This is an open access article, published by Firenze University Press (<http://www.riviste.fupress.net/index.php/tribelon>) and distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

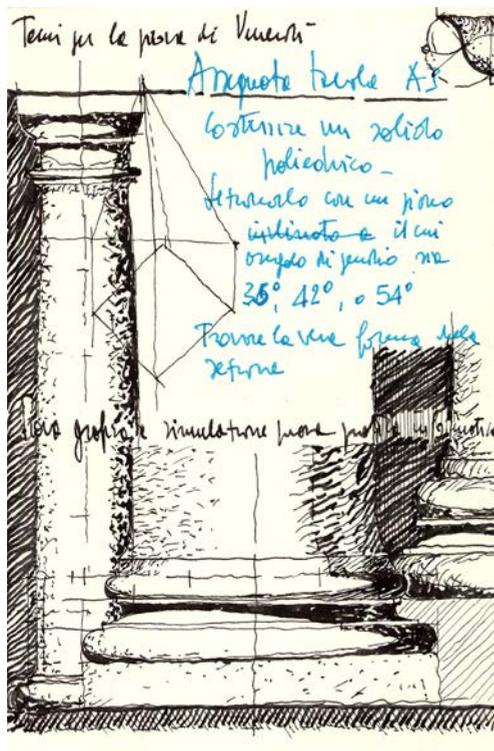
**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Journal Website:** [riviste.fupress.net/tribelon](http://riviste.fupress.net/tribelon)

## LINEE DI ISPIRAZIONE INTERVISTE AI MAESTRI DEL DISEGNO

### DIALOGO CON RICCARDO MIGLIARI

A CURA DI SANDRO PARRINELLO



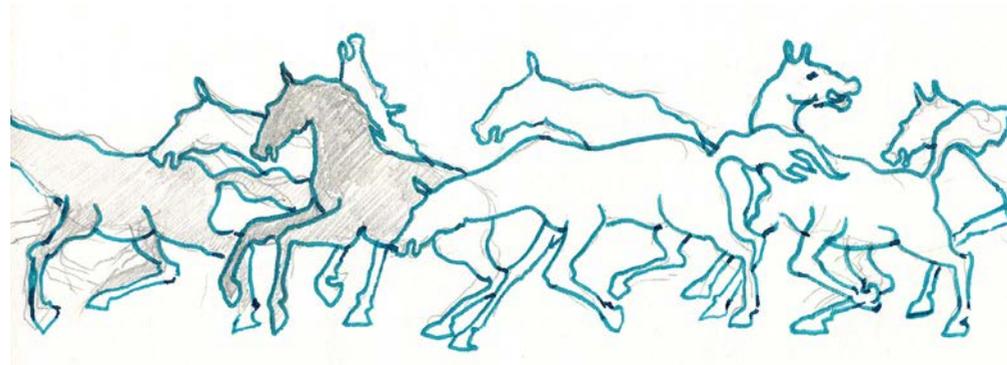
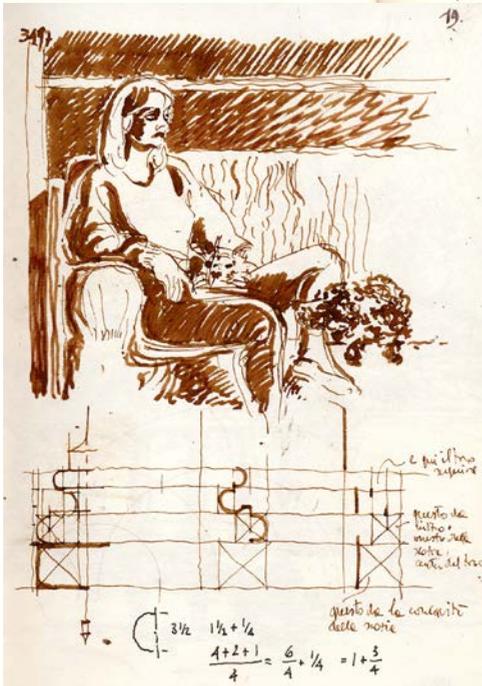
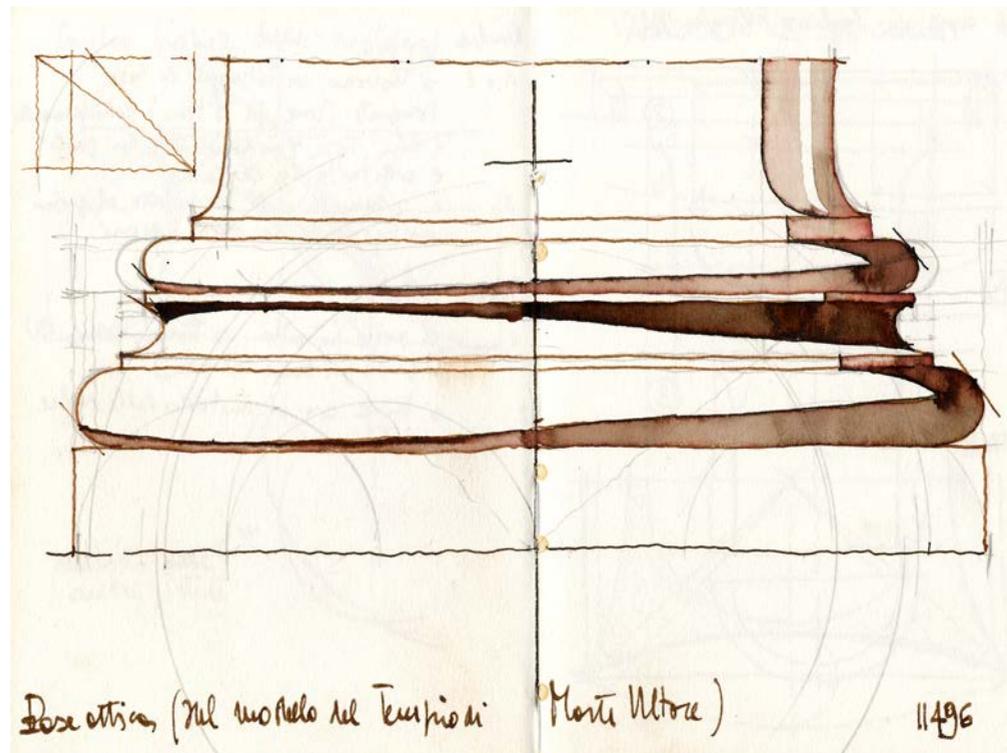
#### Professore, che cos'è per lei la geometria descrittiva?

Una definizione "inedita" della geometria descrittiva è quella sulla quale sto lavorando in questo momento: la geometria descrittiva è: «la scienza che controlla lo spazio della rappresentazione». Dicendo così non voglio fare un gioco di parole, perché naturalmente la definizione classica è: «la geometria descrittiva è la scienza che studia la rappresentazione dello spazio». Penso che si debba mettere a fuoco questo concetto, che forse è un concetto – almeno in parte – nuovo, che generalizza l'idea della geometria descrittiva.

Cercherò di spiegarlo meglio che posso, partendo da un'affermazione che viene riportata anche da Rudolf Arnheim, sia pure con qualche cenno di perplessità, e cioè che lo spazio ha due facce: come lo vediamo e come è realmente.

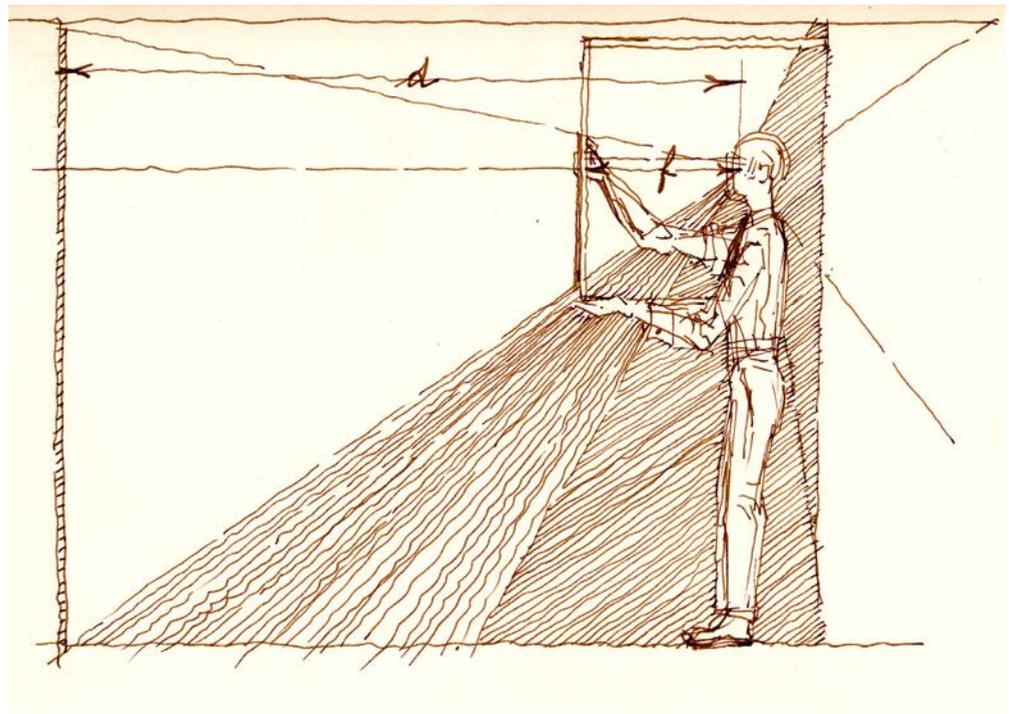
Da questa affermazione credo si possa arrivare a concepire un'idea di spazio formato da due spazi che si sovrappongono, anche se non coincidono perfettamente punto a punto, ma che si corrispondono. Uno spazio è quello visivo, prospettico, proiettivo, e l'altro è quello euclideo, che è esclusivamente mentale. Vorrei soffermarmi su questo concetto che ritengo essere molto importante; mi piacerebbe che un domani fosse anche proposto agli studenti quando si avvicinano alle nostre discipline. Quando noi, come in questo momento, ci guardiamo intorno, è più che evidente che vediamo una prospettiva: le rette parallele convergono in un punto, gli oggetti più lontani, a parità di grandezza, appaiono più piccoli, eccetera. Ma è altrettanto evidente che nessuno di noi cade, per così dire, in questo inganno: noi sappiamo benissimo, nella nostra mente, che le rette parallele sono equidistanti, che un angolo retto divide il piano in quattro parti uguali, e così via.

“ Il confine tra storia e scienza è sfumato, non c'è un confine netto e a pensarci bene è proprio così: non c'è nulla che possiamo dire, anche di estremamente innovativo, che non abbia radici nella storia; è una lunga catena.



Ora, che cos'è la geometria descrittiva se non la scienza che insegna a controllare e anche a imitare questi due modi di intendere lo spazio, ovvero quello visivo e quello mentale? Li potremmo chiamare lo spazio proiettivo e lo spazio euclideo, per dare un riferimento univoco. Ebbene, esiste una costruzione che ho cominciato a studiare molti anni fa e che durante tutto l'Ottocento, a partire da Poncelet, è stata studiata e diffusa prima con il nome di omologia solida e poi di prospettiva rilievo. Oggi preferisco fondere questi due termini e "chiamarla prospettiva solida". È un'idea nata in ambito artistico, e del resto tante volte è successo che l'arte abbia dato importanti suggestioni alla matematica: qualcuno ha pensato di studiare una forma geometrica che permettesse agli artisti di costruire dei bassorilievi in maniera corretta dal punto di vista prospettico, cioè in modo tale che, se riguardati dal centro di proiezione o da una zona vicino al

centro di proiezione, restituissero esattamente questa sensazione della profondità dello spazio. Quando Poncelet, nel 1822, pubblica il suo trattato sulle proprietà proiettive delle figure, propone un'idea totalmente innovativa, che è quella di un'omologia solida. In realtà proprio del tutto innovativa forse non era, perché c'è un possibile riferimento in Desargues, nel teorema dei triangoli omologici, che quest'ultimo dimostra anche nello spazio e non soltanto sul piano. Poncelet propone due possibili applicazioni di questa costruzione: quella che riguarda la prospettiva rilievo – lui stesso usa questo termine – e quella che riguarda la trasformazione proiettiva della sfera nelle superfici quadriche. Poco tempo dopo Poncelet, un astronomo tedesco [Carl Theodor Anger NdR] pubblica un trattato nel quale si interessa di descrivere questa relazione particolare per mezzo di equazioni. La prospettiva solida permette di stabilire una corrispondenza



biunivoca, senza eccezioni, fra uno spazio descritto così com'è, cioè in maniera euclidea, e uno spazio prospettico, ma nelle tre dimensioni. Senza entrare troppo nel dettaglio, vediamo di spiegarlo nei termini più semplici possibili.

Nella prospettiva normale c'è il centro di proiezione, che è poi l'occhio di chi guarda; c'è il piano di quadro, e poi c'è un piano delle tracce che coincide con il piano di quadro. In altre parole, se ho una retta perpendicolare, per esempio, al piano di quadro e la voglio rappresentare, conduco per il centro di proiezione una retta parallela alla retta oggettiva che sto prendendo in considerazione. Il punto in cui questa retta incontra il piano di quadro è il punto di fuga; il punto in cui questa retta incontra il piano delle tracce – che è sovrapposto al piano di quadro – è la traccia della retta. La retta che passa per la traccia e va al punto di fuga è la prospettiva della retta stessa.

Poi c'è anche un altro piano molto importante, il cosiddetto piano anteriore, che è parallelo al piano di quadro e passa per il centro di proiezione.

Nello spazio che circonda l'osservatore, tutti i punti possono avere una loro immagine sul piano di quadro, tranne i punti che stanno sul piano anteriore. Perché, nel momento in cui proietto dal centro di proiezione un punto che si trova sul piano anteriore, la retta proiettante è parallela al piano di quadro e perciò lo incontra all'infinito.

Questa è la base della prospettiva piana. Da qui possiamo passare facilmente alla prospettiva solida.

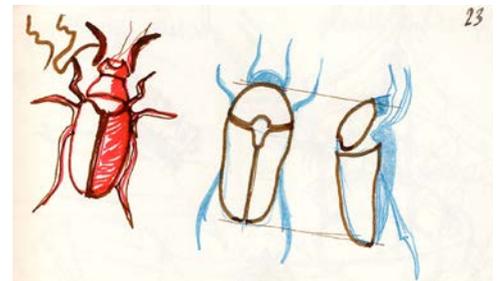
Prendiamo il piano dove ci sono le tracce, e quello dove ci sono le fughe, distanziandoli di una certa quantità  $d$ . Contemporaneamente prendiamo il piano anteriore e lo posizioniamo, alla stessa distanza  $d$ , dietro l'osservatore. Poi, per nostra chiarezza (anche se non è indispensabile), istituimo un quarto piano che passa per l'osservatore. Questo piano è quello che dà il LA a tutto il sistema; cioè, tutti gli altri devono essere paralleli a questo e perciò l'ho chiamato piano direttore.

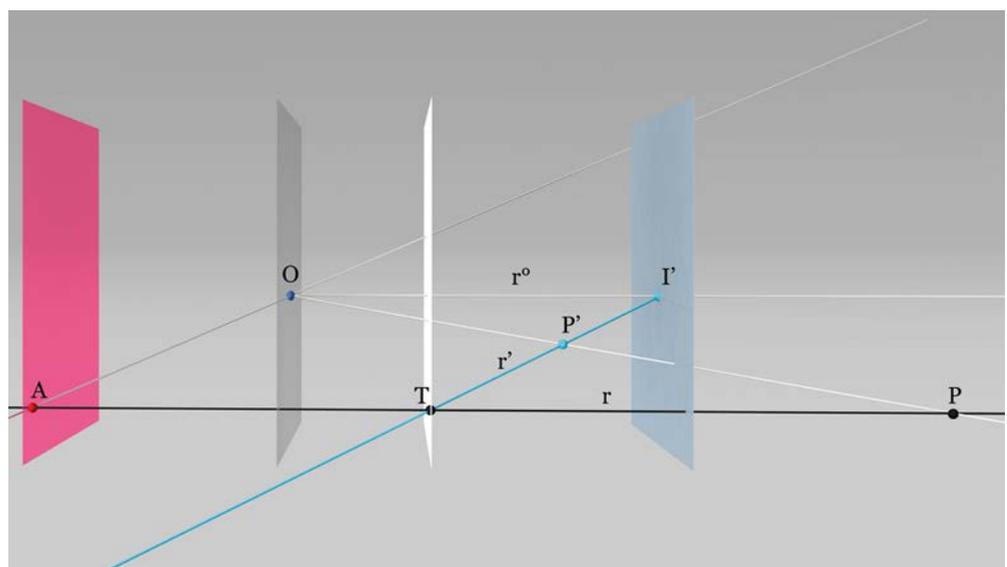
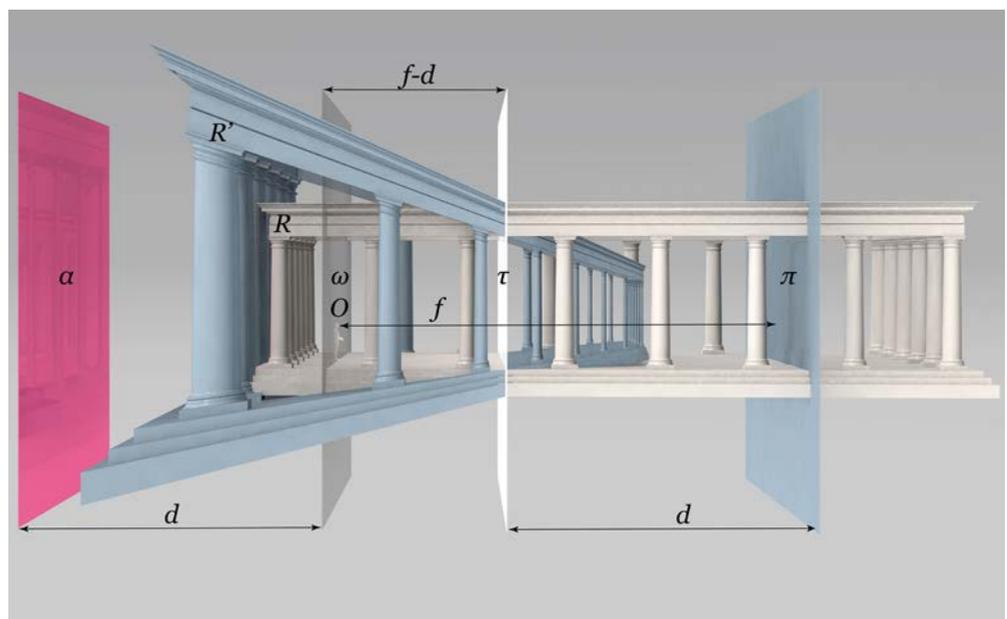
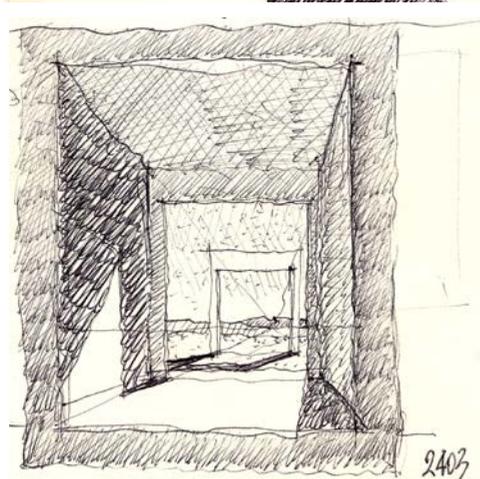
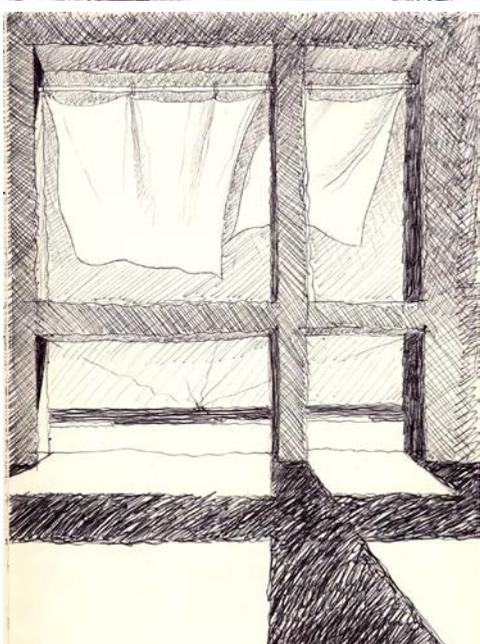
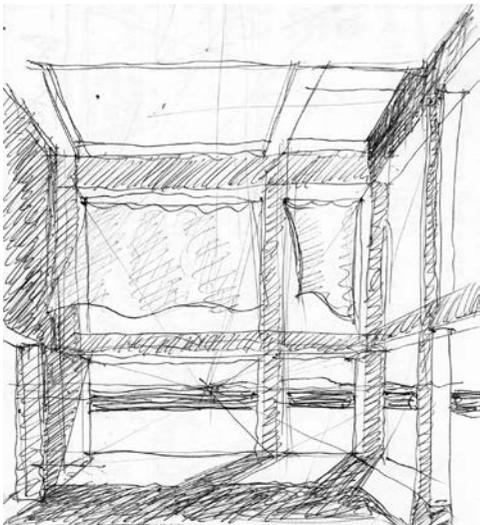
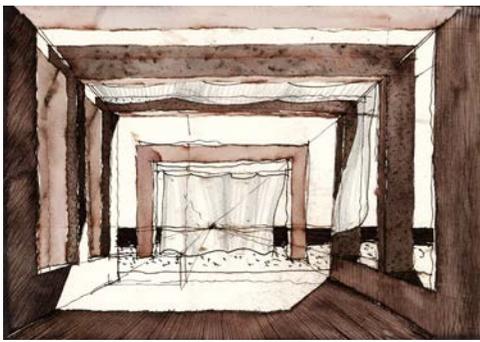
Se vogliamo fare la prospettiva di una retta, il discorso è molto semplice.

Prendiamo la retta perpendicolare al quadro: questa retta taglia il piano delle tracce, separato dal quadro, in un punto e ha il suo punto di fuga nel piano delle fughe. Quindi la prospettiva della retta non sta più solo sul piano di quadro come prima, ma passa per un punto che sta sul piano delle tracce e va al punto di fuga. In altre parole, la prospettiva della retta è contenuta in una porzione di spazio.

Questa configurazione prospettica può essere assimilata all'impostazione di una scena teatrale.

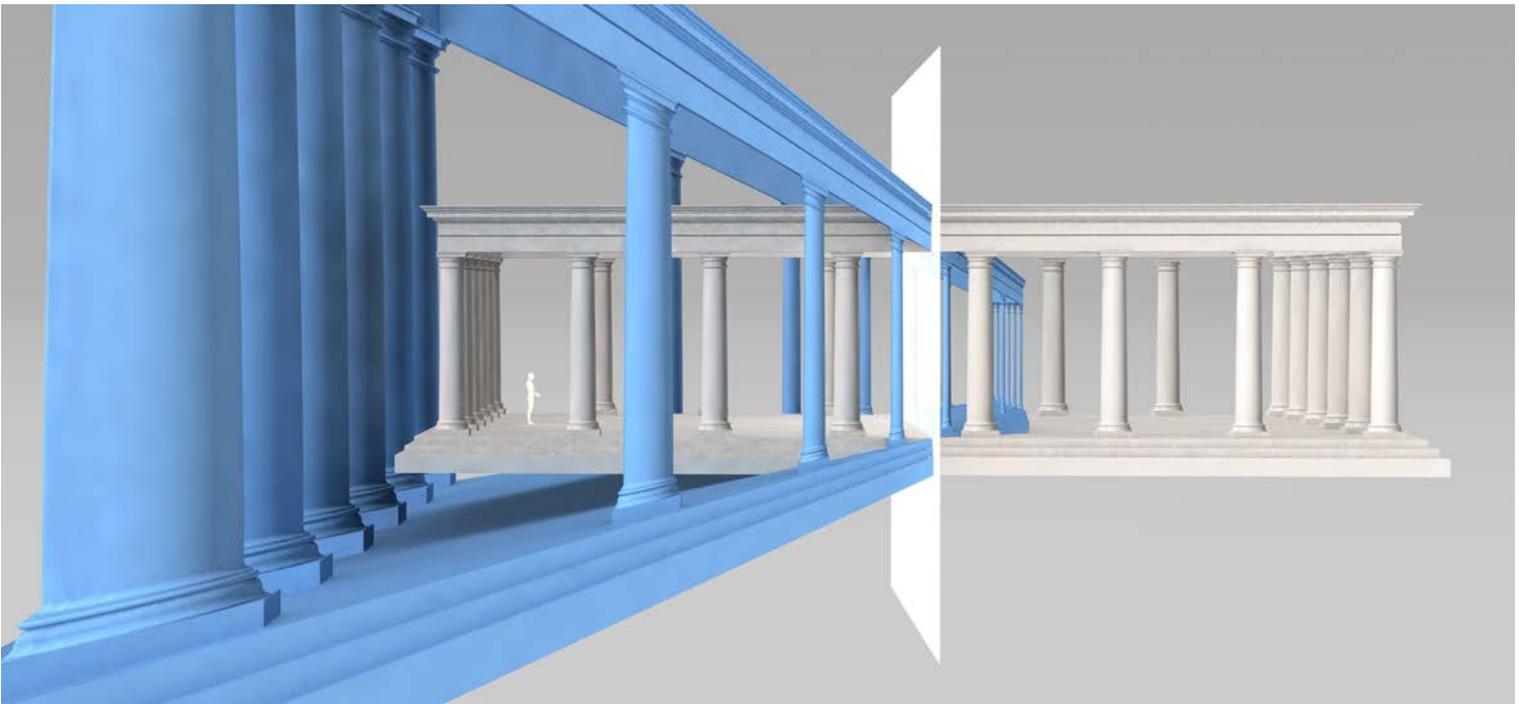
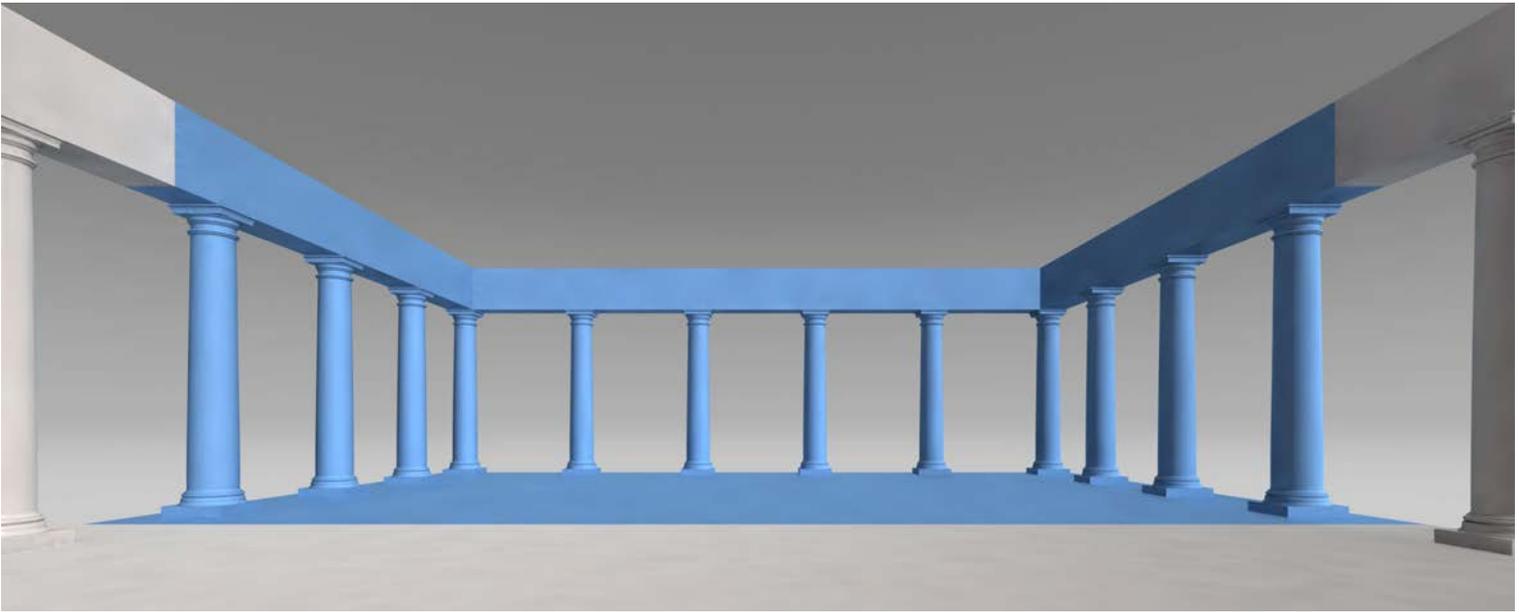
Volendo, con le equazioni di Anger oggi è facilissimo generare questa prospettiva solida attraverso l'uso della computer grafica, con uno dei tanti sistemi a disposizione. In questa configurazione il piano anteriore (quello che dicevamo pri-

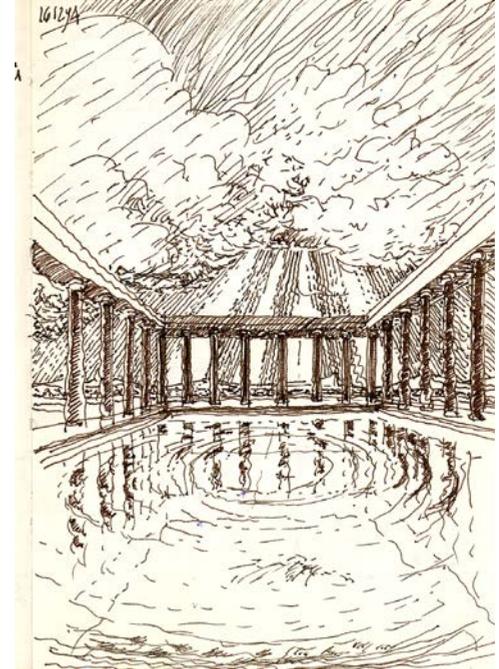




ma contenere i punti che non hanno una prospettiva accessibile e vanno all'infinito) è stato spostato dietro l'osservatore, alla stessa distanza, uguale a quella tra il piano delle fughe e il piano delle tracce. Questo comporta che, se proietto un punto della retta presa in considerazione, nel punto in cui incontra il piano anteriore, ottengo (come si vede facilmente facendo un modello) una retta parallela alla prospettiva costruita prima. Quindi si ripropone la situazione per cui i punti del piano anteriore hanno la prospettiva all'infinito. Perché è importante considerare questi elementi? Perché la corrispondenza tra i due spazi – quello euclideo, dove le cose sono costruite così come sono, e quello prospettico, dove invece si vede l'immagine percepita dall'osservatore – deve essere biunivoca e senza eccezioni. Che cosa significa biunivoca? Significa che se ho un punto P, ho una prospettiva P', e viceversa se considero P', quel punto

corrisponde ad un punto P [cioè al medesimo punto P e non a un altro come per esempio Q. NdR]. Ci sarebbe un'eccezione se ai punti all'infinito non corrispondessero punti nei due spazi. È facile capire che ai punti all'infinito dello spazio euclideo corrispondono i punti del piano delle fughe, cioè i punti di fuga. Questo è evidente perché, nella prospettiva piana, il punto di fuga è la prospettiva di un punto all'infinito. Lo stesso vale per il piano anteriore. Che cosa significa questo? Significa che ai punti del piano anteriore, che sono punti propri, corrispondono i punti all'infinito dello spazio prospettico. In questo modo la corrispondenza tra i due spazi è completa, biunivoca e senza eccezioni. Questa costruzione mi sembra particolarmente interessante e importante perché, oltre a permettere di costruire un modello solido dello spazio (aspetto che mi interessa fino a un certo punto), fa dialogare questi due





modi intersecati e coesistenti che abbiamo di vivere lo spazio. In altre parole, è un modello geometrico di una questione che è fisiologica: da un lato c'è l'occhio, dall'altro il cervello, che riesce a decifrare queste immagini prospettiche e a leggerle come forme euclidee, quindi regolari. Questa è la cosa che trovo più importante. Ci sono poi conseguenze e ricadute di questa macchina prospettica, le cui doti sono veramente straordinarie. Faccio qualche esempio. Prima ho detto che nello spazio compreso tra il piano delle tracce e il piano delle fughe c'è la scena del teatro. In realtà, questa scena del teatro poi sfonda il proscenio, cioè il piano delle tracce, e viene ancora avanti.

La galleria di Palazzo Spada ne è un esempio: arriva fino quasi all'osservatore e quando la si osserva dal punto di vista vicino al centro delle proiezioni, ci si trova praticamente già quasi dentro la struttura architettonica.

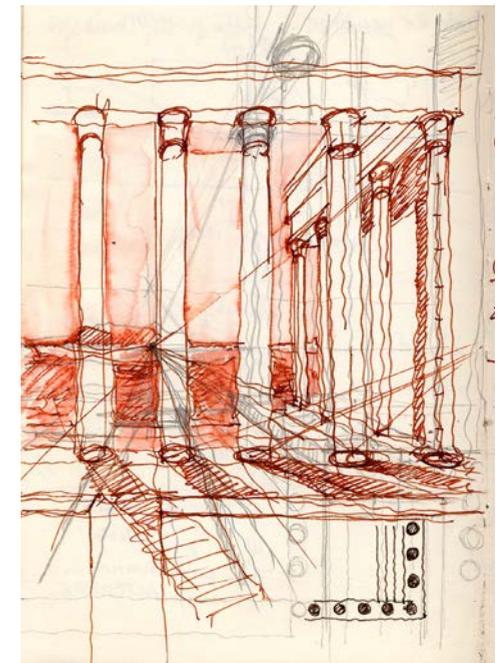
Nella prospettiva piana se mi volto e osservo dietro di me, non vedo più niente. Qualche perfezionista mi potrebbe dire: «Eh, ma i punti che stanno dietro le spalle dell'osservatore si proiettano rovesciati sempre sul quadro». È vero, ma lì avremmo due prospettive che si sovrappongono, si intrecciano, e non ci si capisce più niente; una delle due, per di più, è rovesciata.

Invece, nella prospettiva solida questo non succede: perché l'osservatore non solo può guardare intorno come nella prospettiva piana, ma può anche vol-

tarsi e trovare dietro le sue spalle una prospettiva che non è più convergente come nel caso dello spazio teatrale, ma al contrario divergente. Questo ci rimanda alla camera di Ames, e se l'oggetto che stiamo rappresentando è angolato, si ottiene esattamente la configurazione di questa stanza con tutti gli effetti ottici particolari che sono stati poi all'origine del suo pensiero.

Ancora, se si va poi al di là del piano anteriore, allora succede la stessa cosa che accade nella prospettiva piana: cioè l'immagine si capovolge e ritorna dal lato opposto, proprio come accade in un'iperbole o in un'iperboloide, quando i punti se ne vanno all'infinito.

Vorrei ancora dire una parola per quel che riguarda le metamorfosi di questa struttura, perché è chiaro che, come in ogni sistema di natura geometrica, e a maggior ragione quando la corrispondenza è biunivoca e senza eccezioni, noi possiamo fare tutta una serie di manovre. Possiamo cioè spostare i piani da una parte all'altra, purché manteniamo sempre costante la distanza della prima e della seconda coppia di piani. Possiamo prendere l'osservatore e portarlo a una distanza – non dico infinita perché non ha molto senso – ma insomma a una distanza molto grande rispetto all'oggetto. Che cosa otteniamo? Otteniamo di fatto un'immagine in proiezione parallela, cioè l'assonometria, come siamo abituati a dire.





Questa macchina, opportunamente configurata, è dunque in grado di restituire tutti i modelli geometrici dello spazio che noi conosciamo.

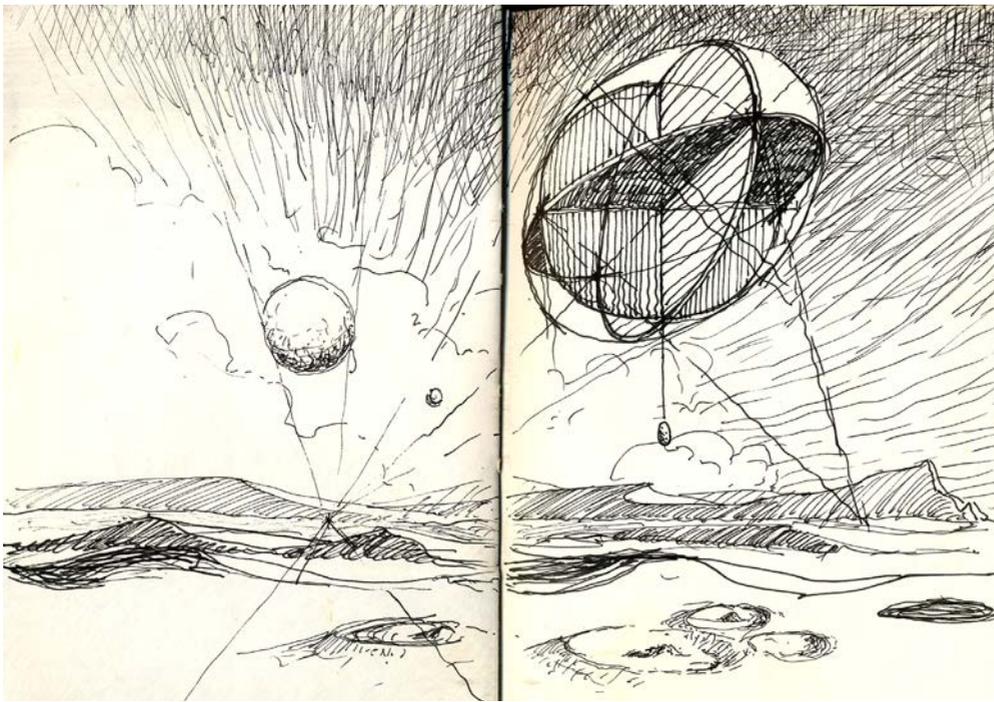
**Quanto sono utili l'informatica e il disegno assistito al computer nello studio della geometria?**

È fondamentale. Guarda, qui mi riporti a un periodo che, grazie al fatto che ormai sono vecchio, ricordo con simpatia. Era un periodo in cui, un po' come oggi con l'intelligenza artificiale, c'erano i detrattori e gli entusiasti. Chi diceva che fosse una rivoluzione straordinaria, chi ne aveva paura e invece minimizzava o addirittura la respingeva.

All'epoca in cui i computer hanno cominciato a fare la loro comparsa sui tavoli degli architetti (parlo dei personal computer), ci fu una reazione violenta. Alcuni si sono schierati dalla parte dei detrattori – «Ah, per carità, questi computer, vuoi mettere il disegno a mano?» – mentre altri erano dell'opinione opposta: «Sono arrivati i computer, è morta la geometria descrittiva, non serve più a niente». Mi ricordo di aver avuto purtroppo un fraintendimento, che non sono mai riuscito a sanare, con Ugo Saccardi. Con Ugo ci volevamo bene, condividevamo lo stesso entusiasmo per la geometria, ma io ero molto intrigato dai computer, e lui, giustamente, diceva che questo non avrebbe mai sostituito la geometria de-

scrittiva come la conoscevo entrambi. Io pronunciavi una frase – non mi ricordo nemmeno quale – che fu fraintesa, e lui non me l'ha mai perdonata [ride NDR]. Ho cercato di scusarmi in ogni maniera, di fargli capire che la pensavamo allo stesso modo.

Comunque, l'importanza del computer è enorme. Oggi possiamo parlare delle cose che ho detto prima proprio perché, grazie al computer, ho potuto costruire dei modelli che mi hanno permesso di capire bene questi problemi. Se avessi dovuto usare solo la matita, avrei forse potuto avere qualche minima intuizione, ma non avrei mai potuto sviscerare davvero il problema. Faccio un altro esempio. Prima dicevo: la prospettiva solida è suscettibile di infinite variazioni e può generare i modelli dello spazio che noi conosciamo. Federico Fallavolita ha costruito, con Grasshopper, un algoritmo molto complesso ma estremamente utile, che gli permette – molto più facilmente di quanto posso fare io con i miei mezzi – di ottenere tutte le variazioni possibili, spostare i piani, intrecciarli, eccetera. A un certo punto, insieme, abbiamo fatto anche uno specchio cercando di creare un catalogo di queste possibili variazioni. Le abbiamo contate, abbiamo fatto un po' di indagine combinatoria su questa cosa. Ecco, un altro risultato che sarebbe stato assolutamente impossibile generare con i mezzi tradizionali, perché non si riesce a star dietro con la mente.



Il computer, se vogliamo, è uno specchio dei nostri pensieri: ce li rimanda con una tale nitidezza che ci permette di fare delle verifiche con noi stessi.

Da questo punto di vista è davvero fondamentale. Il computer però è uno strumento, quindi come tale è simile a un compasso o a una matita: ci sono zone nelle quali il computer non arriva. Il disegno tradizionale ha il potere della sintesi: quando disegno architettura o anche la figura, non faccio una fotografia, faccio un'interpretazione di ciò che osservo e ne traggio gli elementi più importanti. Il computer non è ancora in grado di fare questa sintesi, e personalmente sento questo limite soprattutto nel rendering. Quando si fa un render al computer, tutto appare piatto e convenzionale; è rarissimo che qualcuno riesca ad esprimere una propria personalità con il rendering.

**Cosa ne pensa dell'impiego dell'Intelligenza Artificiale nell'ambito del Disegno?**

Sull'intelligenza artificiale posso dire solo che la mia esperienza è modestissima. Quando uscì la prima versione di ChatGPT, naturalmente ebbi la curiosità di capire che cosa fosse questo modello linguistico e che cosa potesse fare. A quell'epoca stavo studiando un trattatello di Max Kleiber, che disegnava delle prospettive su lavagne alte almeno tre

metri e larghe altrettanto, con tanto di chiaroscuro, luci e ombre. A un certo punto trovai una costruzione che non conoscevo e, in particolare, un'uguaglianza tra due angoli che non riuscivo a spiegarmi. Siccome questo signore aveva l'umiltà di definirsi un artista e non un matematico, insegnava queste cose in modo molto semplice e chiaro, però senza teoria, per cui mi sono messo a verificare se fosse giusto o meno. Insomma, per farla breve, ho trovato la dimostrazione che mi serviva e quando uscì l'intelligenza artificiale mi dissi: «Ma guarda un po', io ci ho perso un paio di giorni per trovare questa cosa che, alla fine, era abbastanza semplice. Vediamo se l'intelligenza artificiale riesce a darmi questa dimostrazione». Ho fatto una descrizione dettagliatissima del problema e l'ho sottoposto al calcolo. Mi arriva una risposta molto ampia, con tutta una serie di passaggi, scritta in un linguaggio estremamente appropriato: cioè, era il linguaggio della geometria, senza ombra di dubbio. Sono rimasto allibito. Però, poi, leggendo, mi chiedevo come fosse possibile una tale risposta, così mi sono messo a seguire i passaggi uno per uno: era un discorso farneticante. Mi ha ricordato Celentano quando, tanti anni fa, cantava una canzone [*Prisencolinensinainciusol* NdR] che sembrava in inglese, magari un po' slang, però in realtà non era inglese; erano solo suoni senza alcun significato.





La stessa cosa vale per il modello linguistico che imita alla perfezione il linguaggio umano, però il ragionamento no. Proprio qualche giorno fa leggevo che si sta cercando di indirizzare l'intelligenza artificiale anche verso il ragionamento, ma questo mi ha confermato che, almeno fino ad ora, il ragionamento non c'è.

**Quanto la storia e la dimensione storica supporta l'incremento della scienza della rappresentazione?**

Recentemente, siccome mi sono appassionato all'astronomia, anzi all'astrofotografia, ho letto un libro di storia dell'astronomia [Michael Hoskin, *Storia dell'Astronomia*, BUR- Rizzoli, Milano 2018 Ndr]. Nell'introduzione dice una cosa alla quale non avevo mai pensato, ma che è profondamente giusta: afferma che il confine tra storia e scienza è sfumato, non c'è un confine netto e a pensarci bene è proprio così: non c'è nulla che possiamo dire, anche di estremamente innovativo, che non abbia radici nella storia; è una lunga catena.

All'università ci sono le discipline per cui i saperi vengono categorizzati: storia da una parte, architettura dall'altra, oppure geometria descrittiva ecc. Però, come è nata questa geometria descrittiva?

Beh, non vogliamo ancora credere alla favoletta di Monge, per piacere, inseriamolo in un contesto storico.

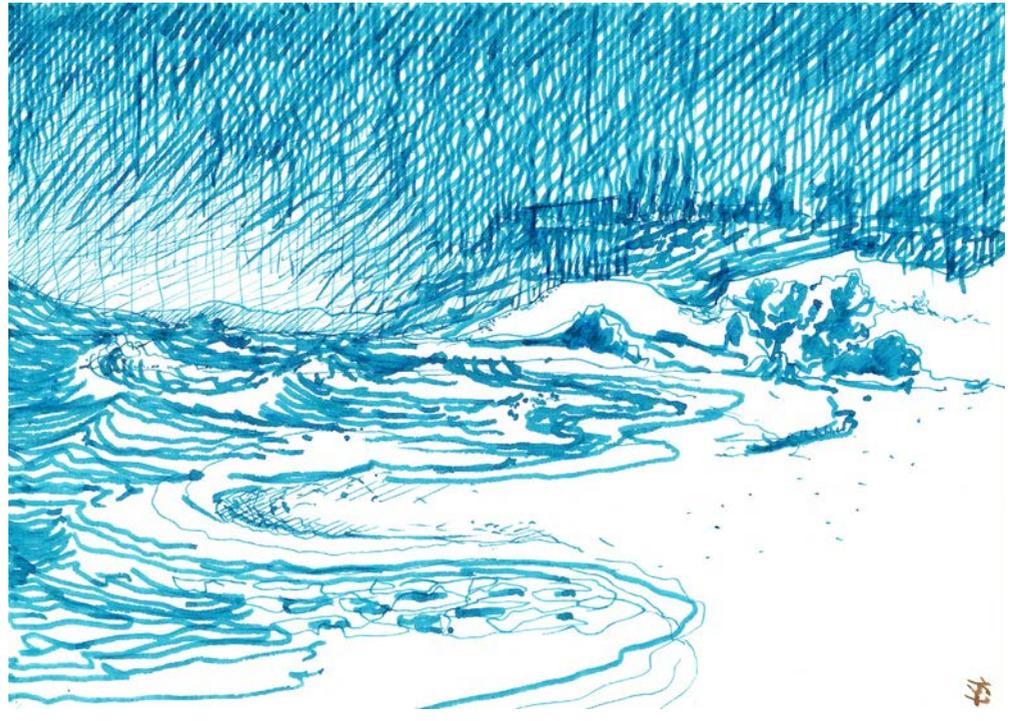
Visto che c'è il computer che ci aiuta in queste cose, noi possiamo rileggere la storia con la possibilità di fare delle scoperte e vedere le cose sotto una luce nuova.

Tempo fa – non ricordo più com'è che mi è venuto questo desiderio – ho preso le Coniche di Apollonio. Nel primo libro che come saprete è un'opera vastissima e di incredibile difficoltà (inutile girarci intorno), ci sono 13 o 14 proposizioni all'inizio, e altre due o tre verso la fine, che descrivono le sezioni del cono. Sono descrizioni tridimensionali e Apollonio parla di un cono e lo descrive in maniera molto accurata, distinguendo per esempio la superficie dal solido. Per Apollonio, un conto è il cono solido – nota bene che non è un cono circolare ma un cono quadrico generico – cioè la parte compresa tra il cerchio (inteso come area di base) e il vertice.

Poi c'è la superficie, che si estende nello spazio all'infinito, da una parte e dall'altra, formando quindi un cono a due falde. Questa è soltanto una piccola curiosità per dire quanto moderna sia questa visione. Apollonio descrive il cono e poi lo taglia con un piano, arrivando a definire l'ellisse, la parabola e l'iperbole.

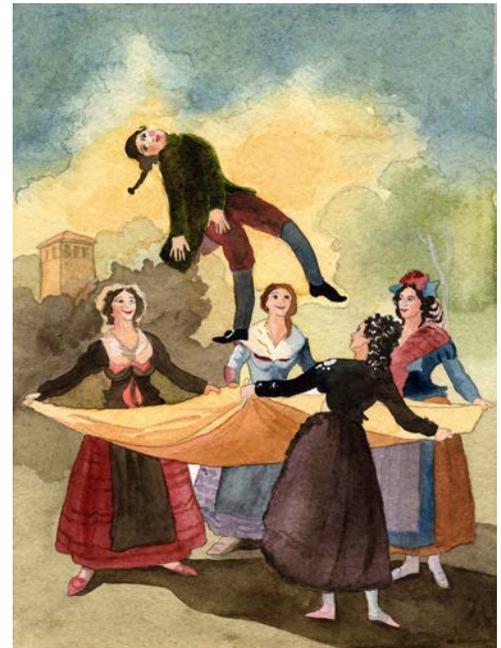
Io avevo in mente la semplicità e la limpidezza del Teorema di Dandelin, che però vale solo per il cono circolare retto e non per il cono generico.

Mi chiedevo: «Ma insomma, com'è la costruzione geometrica che Apollonio fa per arrivare a definire queste curve?»



Mi sono quindi messo a studiare e mi sono reso conto che questa descrizione è geometria descrittiva. Nel senso che lui fa a parole la cosiddetta *èkphrasis*, una descrizione talmente accurata – pedante, se vuoi – che ti permette di rifare esattamente il filo dei suoi pensieri e ricostruire esattamente il modello che lui usa. Questo modello, però, è molto lontano da quello che ci immaginiamo noi. È più simile a quei libri pop-up che li apri e viene fuori qualcosa. Questi libri sono fatti solo di superfici piane, di figure piane che, quando apri il libro, si ricompongono nello spazio e tu vedi i fiori, vedi un aeroplano, una nave, insomma qualsiasi cosa. È esattamente quello che fa Apollonio: ha una rappresentazione dello spazio di tipo *pop-up*. Questo l'ho trovato estremamente divertente, anche se "divertente" è un modo di dire, perché la fatica [per arrivare alla comprensione di questo modello NdR] è stata veramente estenuante, almeno per me.

È stato un piacere fare questa chiacchierata che mi ha permesso di parlare un po' a tutto campo, e sono contento di averlo fatto. Anche perché poi queste riflessioni resteranno per qualche tempo.





Finito di stampare da  
Rubbettino print | Soveria Mannelli (CZ)  
per conto di FUP  
Università degli Studi di Firenze  
2025